

Name:

Vorname:

Matr.-Nr.:

Aufg.	Punkte
1	
2	
3	
4	
Σ	

KLAUSUR HFD

Rechenteil (20P)

- 1) Nach v. Karman's Ähnlichkeitshypothese ist die Mischungslänge gegeben als (U mittlere Geschwindigkeit der turbulenten Strömung in einem Rohr):

$$l = \kappa \frac{dU/dy}{d^2U/dy^2}$$

Nehmen wir an, für kleine Wandabstände y gilt $\tau_w = \tau_{12}$, (τ_{12} : Reynoldsspannung).

- a) Geben Sie einen Ausdruck für die Schubspannungsgeschwindigkeit an unter Nutzung der Mischungslänge oben (Ergebnis zur Nutzung in b: $\frac{\kappa}{u_\tau} = \frac{d}{dy} \left(\frac{1}{dU/dy} \right)$).
- b) Unter der Annahme, dass $u_c := U$ für $y=R$ und dU/dy für $y \rightarrow 0$ sehr groß wird, lösen Sie die Differentialgleichung aus a) und geben Sie somit eine Gleichung für die Geschwindigkeitsdifferenz an. Wandeln Sie evtl. vorkommende natürliche Logarithmen in Logarithmen zur Basis Zehn um.

(12P)

- 2) Ein raues Rohr vom Durchmesser 8cm wird turbulent durchströmt. Die mittlere Geschwindigkeit 3cm von der Wand ist 30% höher als 1cm von der Wand. Bestimmen Sie die mittlere Höhe der Rauheit. Für die Konstante $f(Re_k)$ nehmen Sie den Wert 5.55 an, $\kappa = 0.4$. (8P)

Fragenteil (45P)

3)

- a) Nennen Sie *einen* Term der in der turbulenten kinetischen Energiegleichung vorkommt (1P)
- b) Wie ist die turbulente kinetische und mittlere kinetische Energie definiert? (2P)
- c) Wie ist das integrale Längenmaß definiert und wie können wir es interpretieren? Wie können wir das integrale Längenmaß mittels wichtiger turbulenter Größen abschätzen? (5P)
- d) Was ist der Inertialbereich in einer turbulenten Strömung?(1P)

- e) Wie kann man in isotroper Turbulenz den RMS-Wert der Geschwindigkeitsfluktuationen mittels Dissipation und Taylor'schen Längenmaß abschätzen? (2P)
- f) Erklären Sie kurz den Begriff Transition. Ist die kritische Reynoldszahl für alle Strömungen gleich? (3P)
- g) Was ist die Kelvin-Helmholtz-Instabilität? Was ist die Ursache für die Kelvin-Helmholtz-Instabilität? (2P)
- h) Skizzieren Sie ein typisches turbulentes Energiespektrum. Wie sinkt die Energie mit der Wellenzahl im Inertialbereich ab? Kennzeichnen Sie den Bereich der integralen Längenskala und den Bereich in dem Dissipation stattfindet. (4P)
- i) Skizzieren Sie qualitativ die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die Geschwindigkeitsfluktuationen in einer turbulenten Strömung, wobei Sie eine negative Schiefe der Verteilung voraussetzen. (2P)
- j) Skizzieren Sie die Profile der Reynoldsspannungen für die Diagonal und eine Scherkomponente im selbstähnlichen Bereich eines turbulenten Freistrahls. Erklären Sie den Verlauf der Stromabkomponente (6P).
- k) Warum bremst eine Grenzschichtströmung *ohne* aufgeprägtem Druckgradienten nicht ab? (2P)
- l) Skizzieren Sie den Verlauf der mittleren Geschwindigkeit (logarithmische Auftragung) einer wandgebundenen turbulenten Strömung als Funktion des Wandabstandes in Wandeinheiten. Kennzeichnen Sie die unterschiedlichen Bereiche und geben Sie Formeln für die auftretenden Gesetzmäßigkeiten an. (8P)
- m) Was ist ein Zweigleichungsturbulenzmodell? Geben Sie ein Beispiel an und erklären Sie, wie vorgegangen wird und welche Größen bestimmt werden (detaillierte Transportgleichungen müssen nicht angegeben werden). (7P)

Statistikteil (25P)

4) Gegeben sind folgende Gleichung in inkompressibler turbulenter Strömung (κ, μ konstant):

$$\rho \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho \mathbf{u} \cdot \nabla) T = \nabla \cdot (\kappa \nabla T)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\rho \mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \mu \Delta \mathbf{u}$$

- a) Schreiben Sie die Gleichungen in Indexnotation auf (Hinweis, nutzen Sie die Inkompressibilität) und geben Sie die erste Gleichung auch in konservativer Form an.
- b) Schreiben Sie nun eine Gleichung für die *Fluktuationen* für obige Gleichung auf (ρ ist nun als konstant anzusehen! Korrelation wie in der Vorlesung aufspalten!)
- c) Formulieren Sie nun eine Gleichung für die Korrelation $\langle u_i' T' \rangle$.

(25P)

Viel Erfolg!