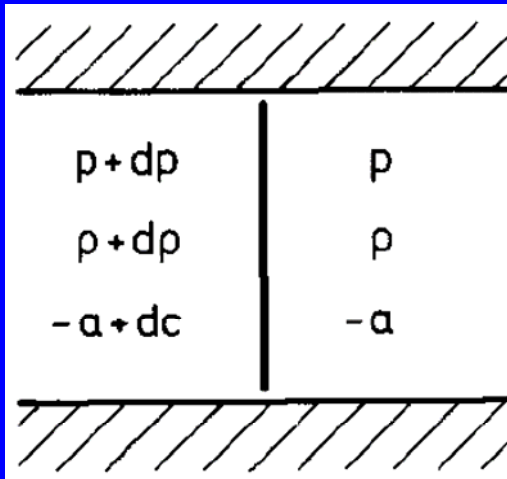


Wiederholung

Stromfadentheorie kompressibler Strömungen ($\rho \neq \text{konstant}$)

- in ruhendem Fluid breiten sich kleine Störungen (Druck) mit **Schallgeschwindigkeit** aus



$$a^2 = \frac{dp}{d\rho} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s$$

Schallgeschwindigkeit
(Stoffeigenschaft)

- isentrope Zustandsänderung eines thermisch und kalorisch idealen Gases (= perfektes Gas)

$$a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \kappa \frac{p}{\rho} = \kappa \frac{R}{m} T$$



Wiederholung

Stromfadentheorie kompressibler Strömungen ($\rho \neq \text{konstant}$)

- Mach Zahl (dimensionslose Kennzahl)



$$M = \frac{c}{a}$$

$$M = \frac{\text{Strömungsgeschwindigkeit}}{\text{Schallgeschwindigkeit}}$$

Ernst Mach (1838 – 1916)



Wiederholung

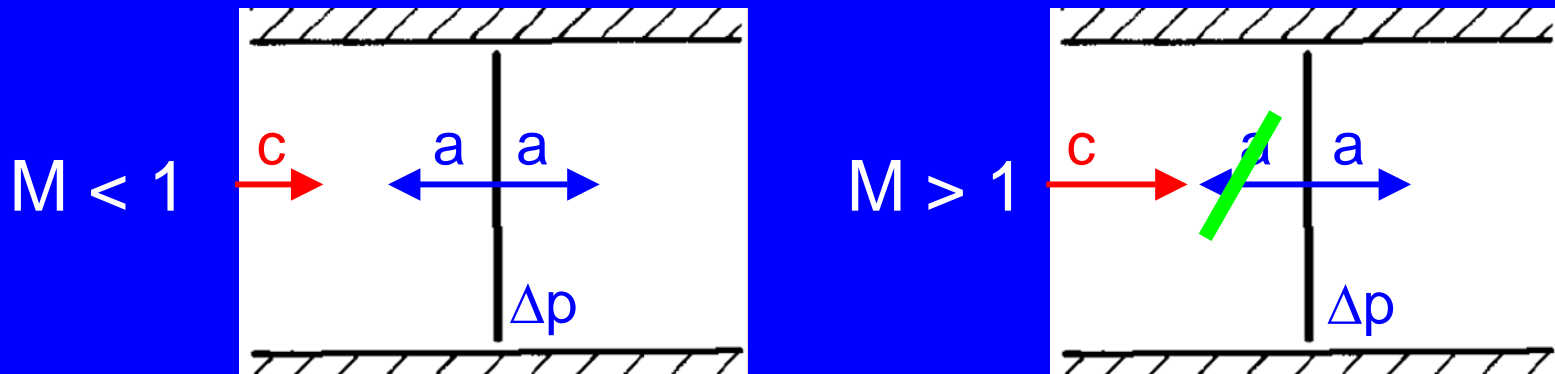
Stromfadentheorie kompressibler Strömungen ($\rho \neq \text{konstant}$)

- Mach Zahl (dimensionslose Kennzahl)

$$M = \frac{c}{a}$$

=> **Unterschall ($M < 1$):** Druckstörungen breiten sich schneller als die Strömungsgeschwindigkeit aus

=> **Überschall ($M > 1$):** Druckstörungen breiten sich langsamer als die Strömungsgeschwindigkeit aus



Wiederholung

Stromfadentheorie kompressibler Strömungen ($\rho \neq \text{konstant}$)

- Bernoulli Gleichung (isentrop)

$$\frac{c^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p}{\rho} = \frac{c^2}{2} + \frac{a^2}{\kappa-1} = \frac{c^2}{2} + c_p T = \text{konstant}$$

Konstante aus Ruhegrößen ($c_0=0$, a_0 , p_0 , T_0 , ρ_0):

$$\frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)^{-1}$$

$$a = \kappa \frac{R}{m} T$$

$$\frac{a}{a_0} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)^{-1/2}$$

Isentropie:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)^{-\frac{1}{\kappa-1}}$$

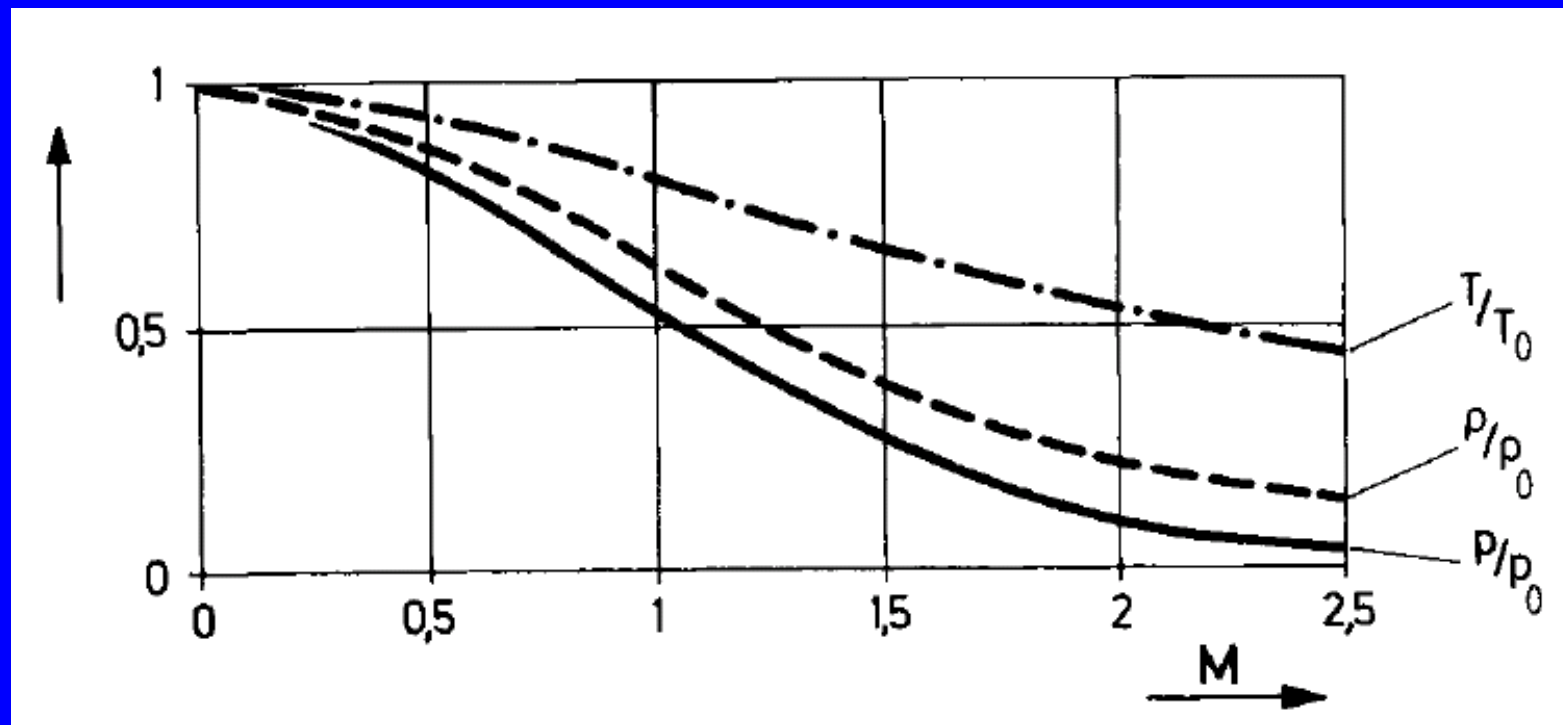
$$\frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)^{-\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$



Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

Bernoulli Gleichung für kompressible Strömungen

Temperatur-, Druck- und Dichteverhältnis als Funktion der Mach Zahl M



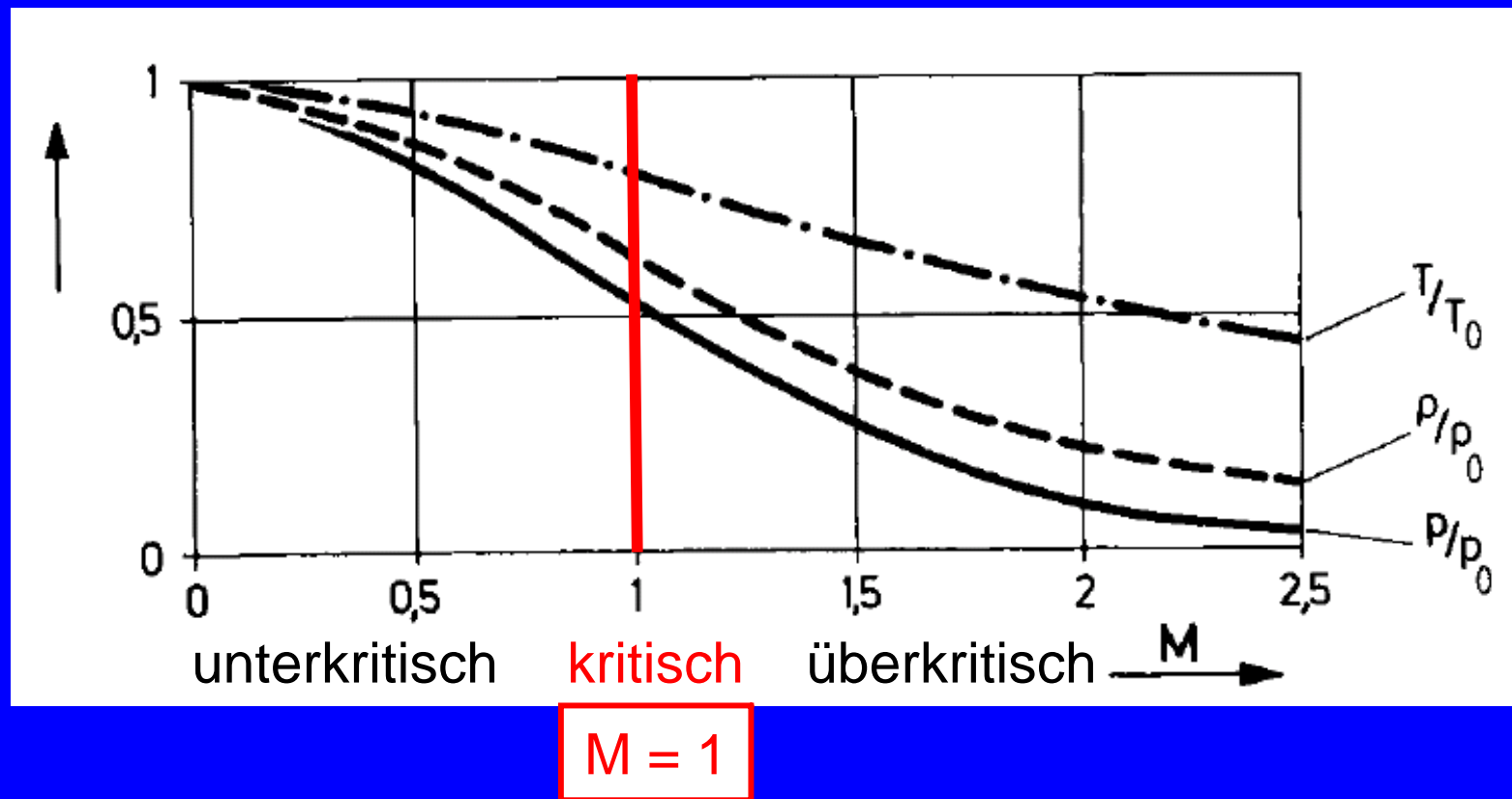
T , ρ , p berechenbar, wenn Ruhewerte und lokale Mach Zahl bekannt



Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

Bernoulli Gleichung für kompressible Strömungen

Temperatur-, Druck- und Dichteverhältnis als Funktion der Mach Zahl M



Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

Bernoulli Gleichung für kompressible Strömungen

Verhältnis von kritischen Größen (*) zu Ruhegrößen (Index 0):

$$\frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2\right)^{-1}$$

$$\frac{a}{a_0} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2\right)^{-1/2}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2\right)^{-\frac{1}{\kappa - 1}}$$

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2\right)^{-\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

$M = 1:$

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{\kappa + 1}$$

$$\kappa=1,4 \\ = 0,833$$

$$\frac{a^*}{a_0} = \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{1/2}$$

$$\kappa=1,4 \\ = 0,913$$

$$\frac{\rho^*}{\rho_0} = \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{1}{\kappa - 1}}$$

$$\kappa=1,4 \\ = 0,634$$

$$\frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

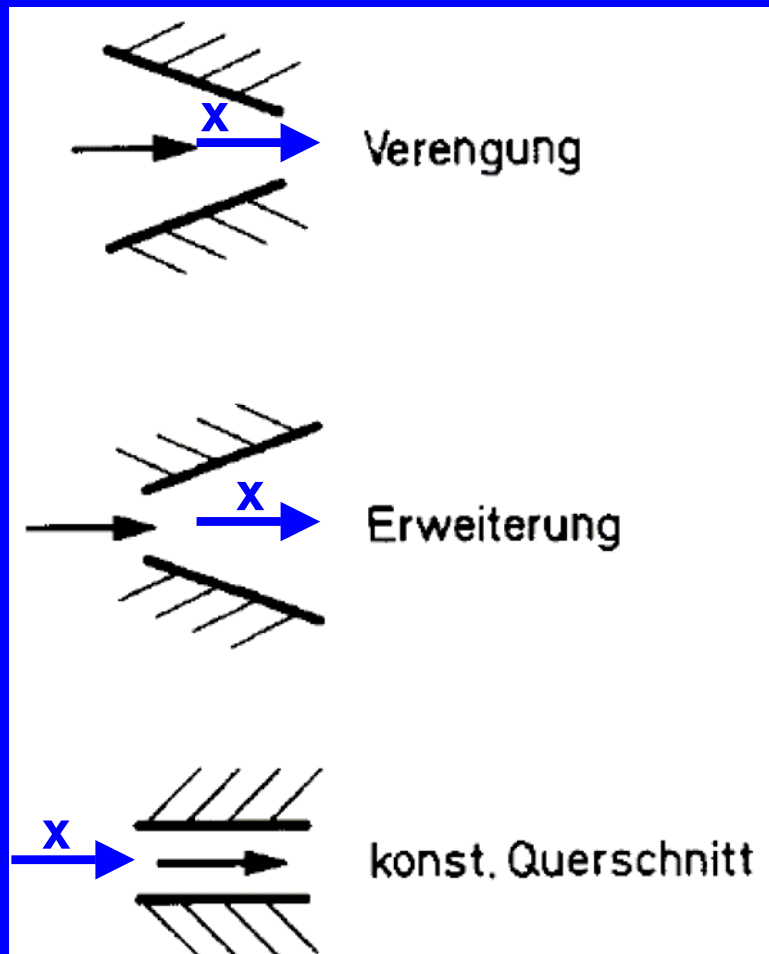
$$\kappa=1,4 \\ = 0,528$$



Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

Bernoulli Gleichung für kompressible Strömungen

Variabler Querschnitt längs Stromfaden (x-Richtung):



**Aus Massenerhaltung
und Euler Gleichung**

$$\frac{1}{c} \frac{dc}{dx} = \frac{1}{M^2 - 1} \frac{1}{A} \frac{dA}{dx}$$

=> Beschleunigung ($dc/dx > 0$):

$$M < 1 \Rightarrow dA/dx < 0$$

$$M > 1 \Rightarrow dA/dx > 0$$

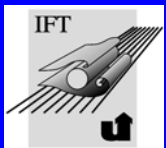
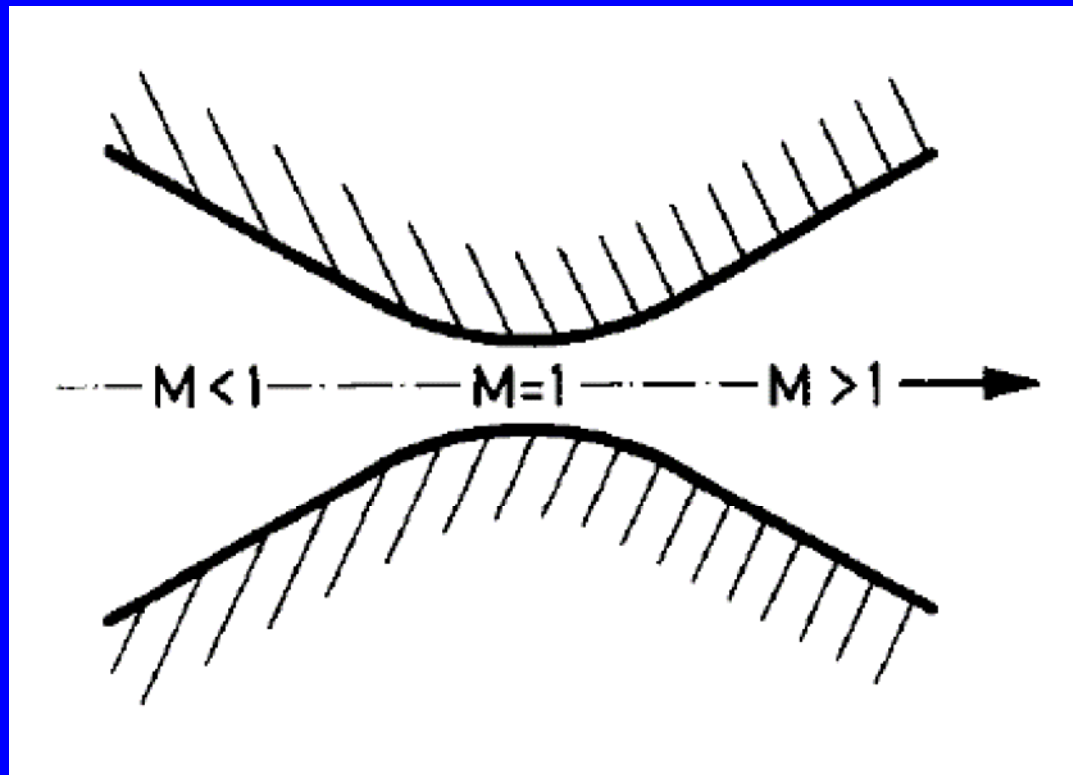
$$M = 1 \Rightarrow dA/dx = 0$$



Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

Laval-Düse

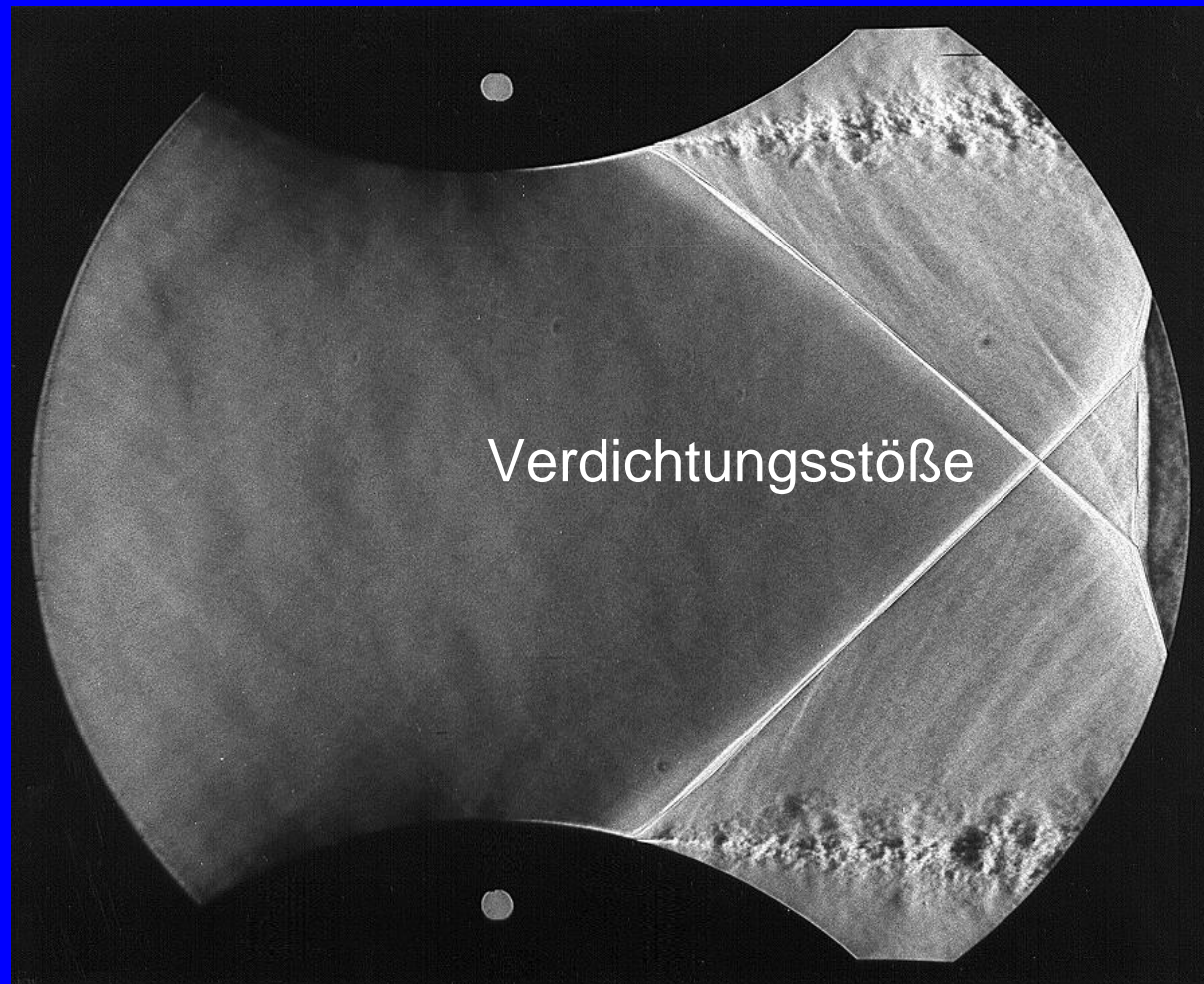
Kontinuierliche Beschleunigung in (hohen) Überschall



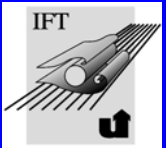
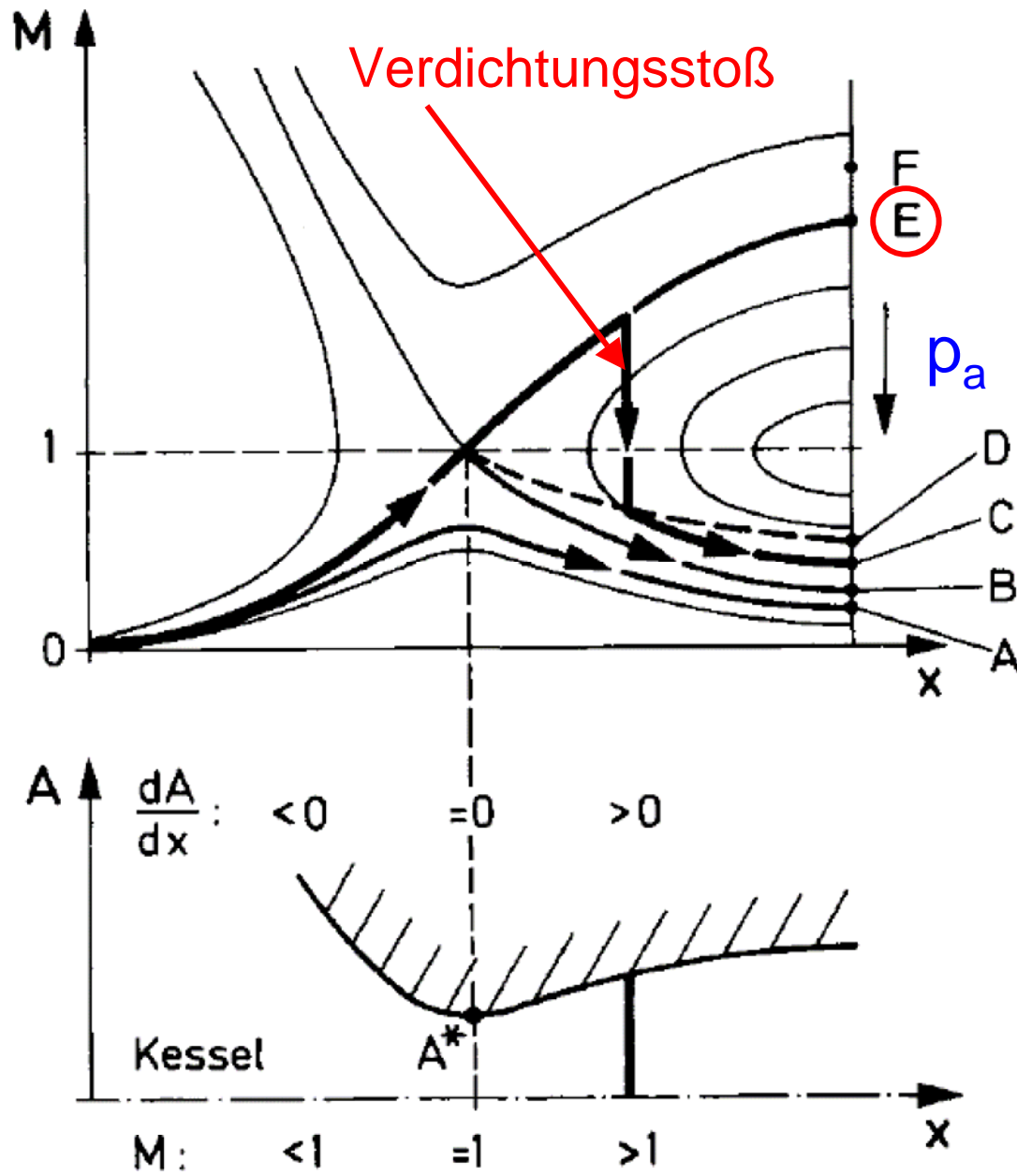
Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

Laval-Düse

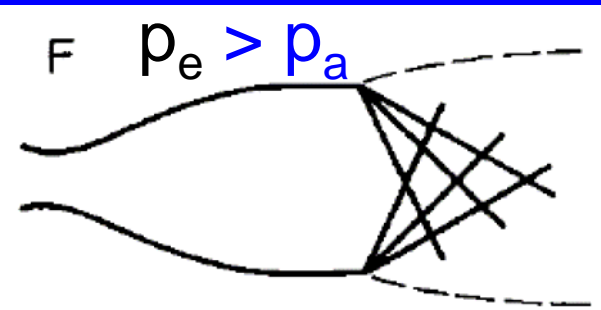
Kontinuierliche Beschleunigung in (hohen) Überschall



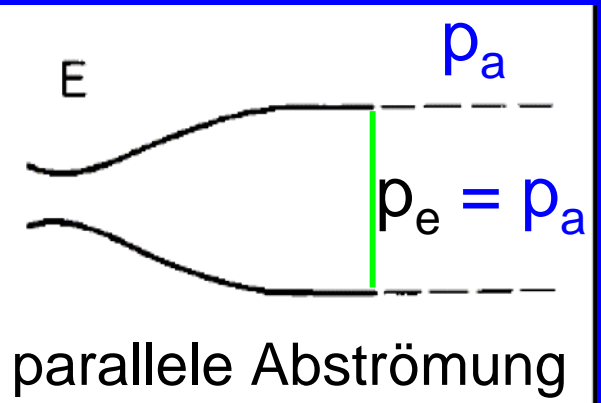
Strömung in der Laval-Düse



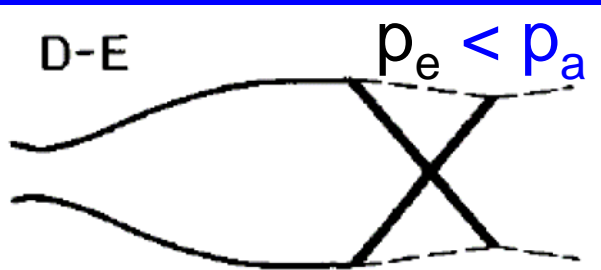
Institut für Fluid- und Thermodynamik
Universität Siegen



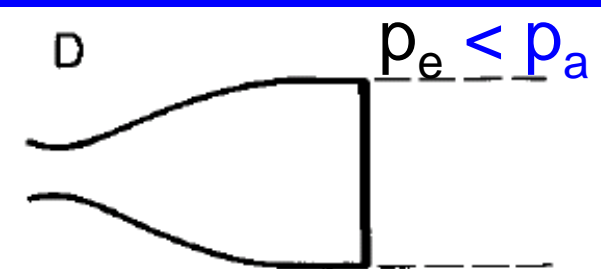
unterexpandierter Strahl



parallele Abströmung



überexpandierter Strahl



Stoß am Austritt

Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

Ausströmen aus Düse

Überexpandierter Strahl

