

# Wiederholung

## Stromfadentheorie kompressibler Strömungen ( $\rho \neq \text{konstant}$ )

Verhältnis von kritischen Größen (\*) zu Ruhegrößen (Index 0):

$$\frac{T}{T_0} = \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \right)^{-1}$$

$$\frac{a}{a_0} = \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \right)^{-1/2}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \right)^{-\frac{1}{\kappa - 1}}$$

$$\frac{p}{p_0} = \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \right)^{-\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

$M = 1:$

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{\kappa + 1}$$

$$\kappa=1,4 \\ = 0,833$$

$$\frac{a^*}{a_0} = \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{1/2}$$

$$\kappa=1,4 \\ = 0,913$$

$$\frac{\rho^*}{\rho_0} = \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}}$$

$$\kappa=1,4 \\ = 0,634$$

$$\frac{p^*}{p_0} = \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

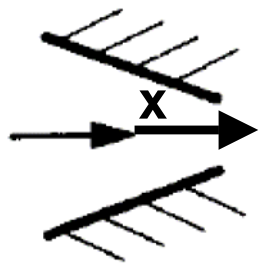
$$\kappa=1,4 \\ = 0,528$$



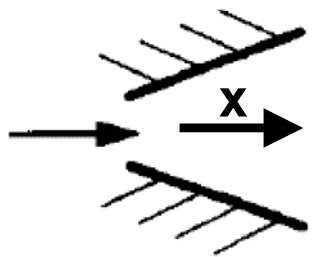
# Wiederholung

## Stromfadentheorie kompressibler Strömungen ( $\rho \neq \text{konstant}$ )

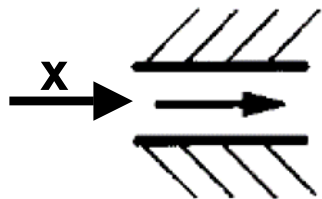
### Stromfaden mit variablem Querschnitt $A(x)$



Verengung



Erweiterung



konst. Querschnitt

**Aus Massenerhaltung  
und Euler Gleichung**

$$\frac{1}{c} \frac{dc}{dx} = \frac{1}{M^2 - 1} \frac{1}{A} \frac{dA}{dx}$$

**=> Beschleunigung ( $dc/dx > 0$ ):**

$$M < 1 \Rightarrow dA/dx < 0$$

$$M > 1 \Rightarrow dA/dx > 0$$

$$M = 1 \Rightarrow dA/dx = 0$$



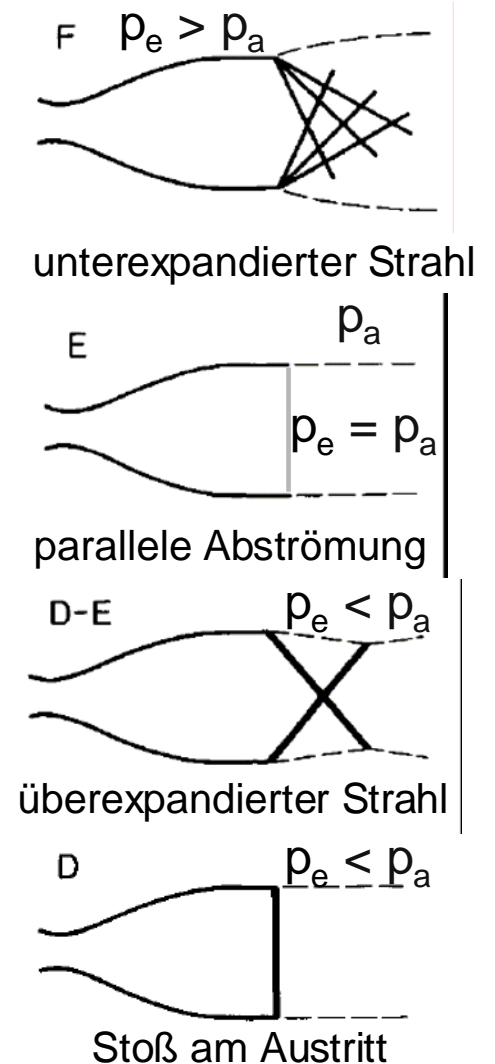
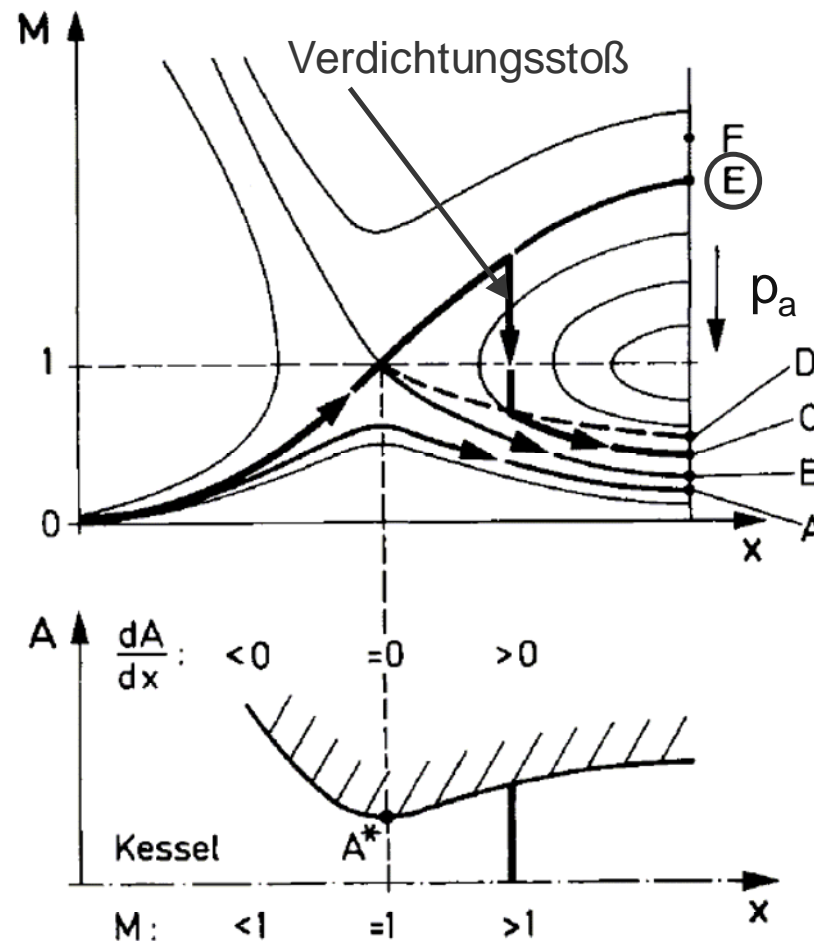
# Wiederholung

## Stromfadentheorie kompressibler Strömungen ( $\rho \neq \text{konstant}$ )

### Strömung durch Laval Düse

Beschleunigung aus  
Unterschall in den  
(hohen) Überschall

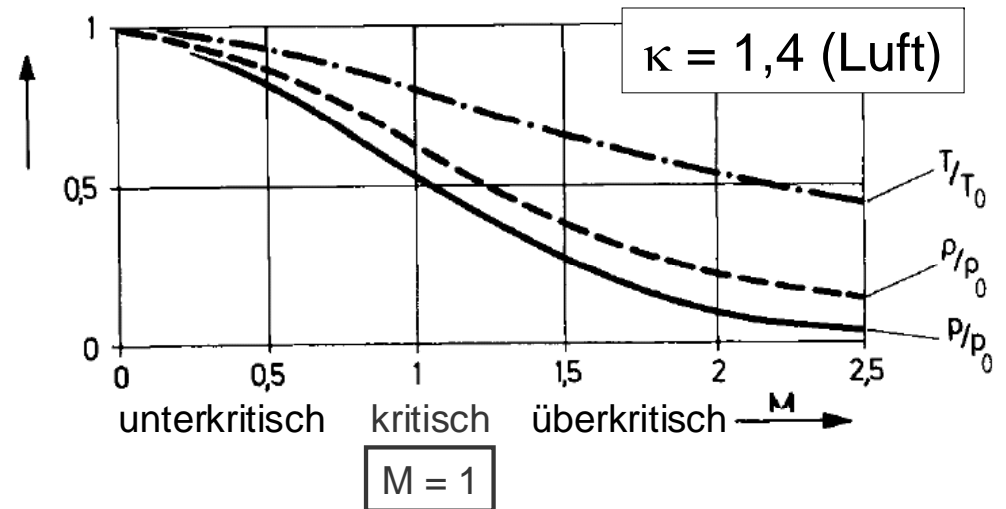
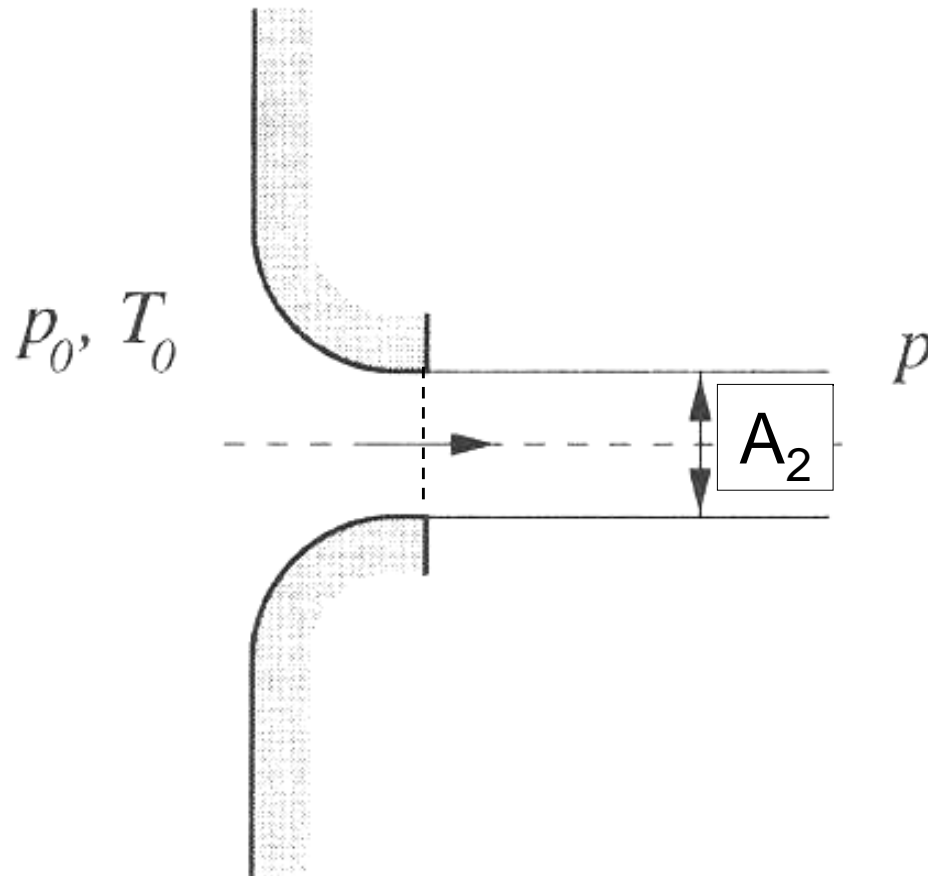
Verhältnis von  $p_e$  im  
Strahl zu Aussendruck  
 $p_a$  bestimmt Strahl-  
form



# Stromfadentheorie kompressibler Strömungen ( $\rho \neq \text{konstant}$ )

## Strömung durch einfach Düse

Bestimmt durch Druckverhältnis  $p/p_0$ : unter- oder überkritisch?



**Wenn überkritisch:**

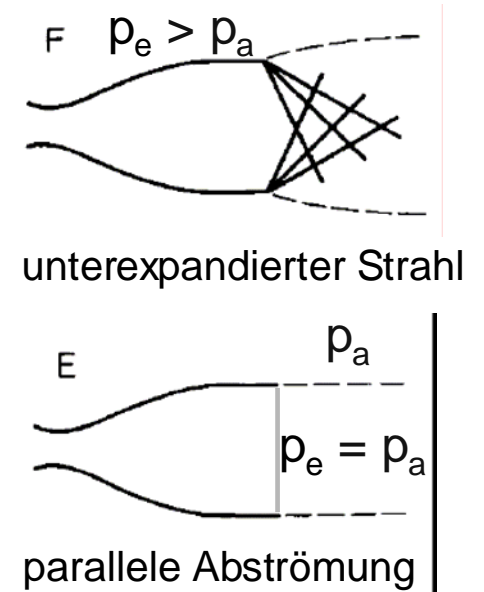
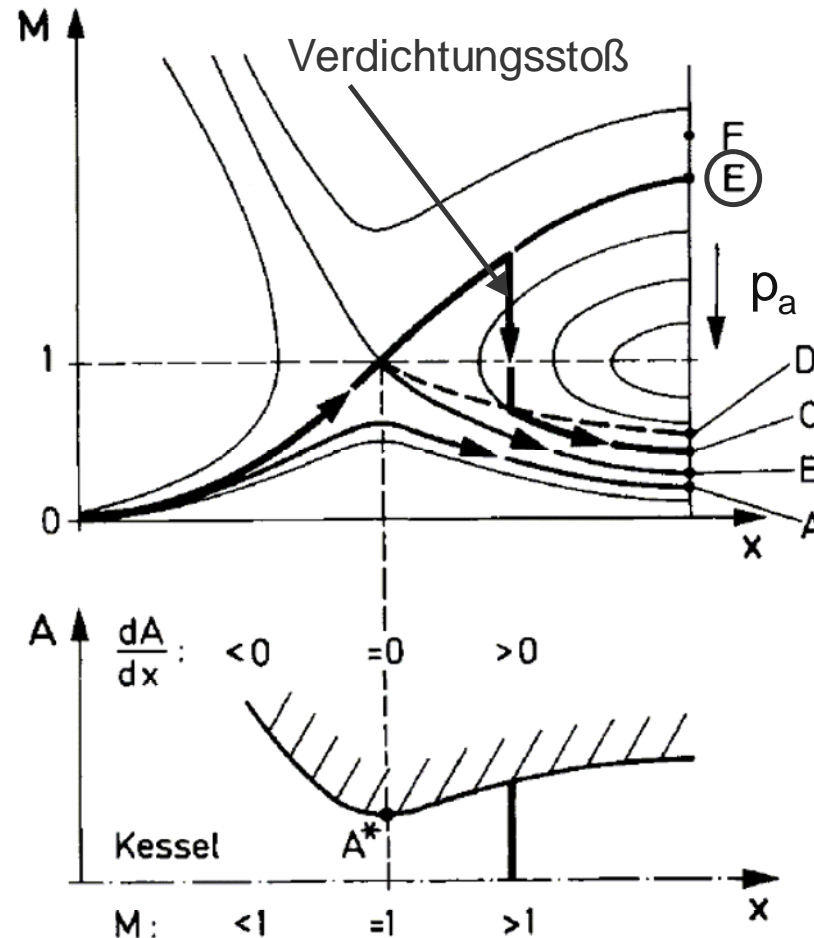
$M = 1$  bei  $dA/dx = 0$ , d.h. im engsten Querschnitt (hier  $A$ )!

# Stromfadentheorie kompressibler Strömungen ( $\rho \neq \text{konstant}$ )

## Strömung durch Laval Düse

Beschleunigung aus  
Unterschall in den  
(hohen) Überschall

Verhältnis von  $p_e$  im  
Strahl zu Aussendruck  
 $p_a$  bestimmt Strahl-  
form

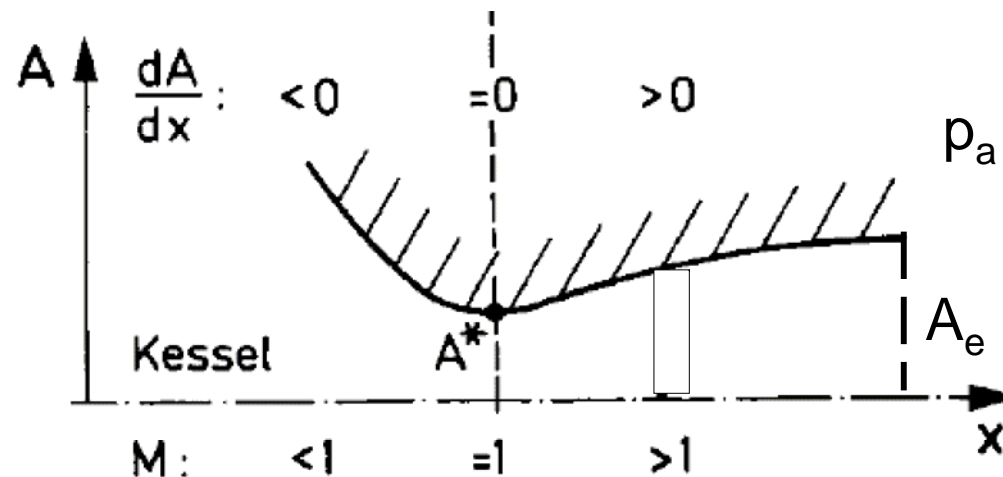


# Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

## Strömung durch Laval Düse

Auslegung für parallele Abströmung ( $p_e = p_a$ ),  $T_0$  gegeben

1. Aus Geometrie:  $A_e$  und  $A_{\min} = A^*$



Austrittsmachzahl  $M_e$  (implizit) aus

$$\frac{A_e}{A^*} = \frac{1}{M_e} \left[ 1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} (M_e^2 - 1) \right]^{\frac{\kappa + 1}{2(\kappa - 1)}}$$

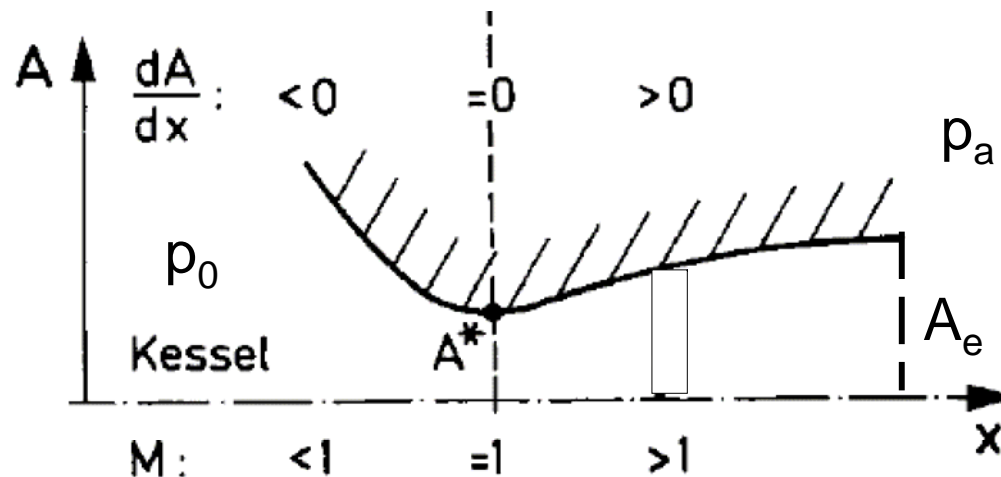


# Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

## Strömung durch Laval Düse

Auslegung für parallele Abströmung ( $p_e = p_a$ ),  $T_0$  gegeben

2. Aus  $M_e$  und  $p_a$  folgt Ruhedruck  $p_0$



$$p_0 = p_a \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_e^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

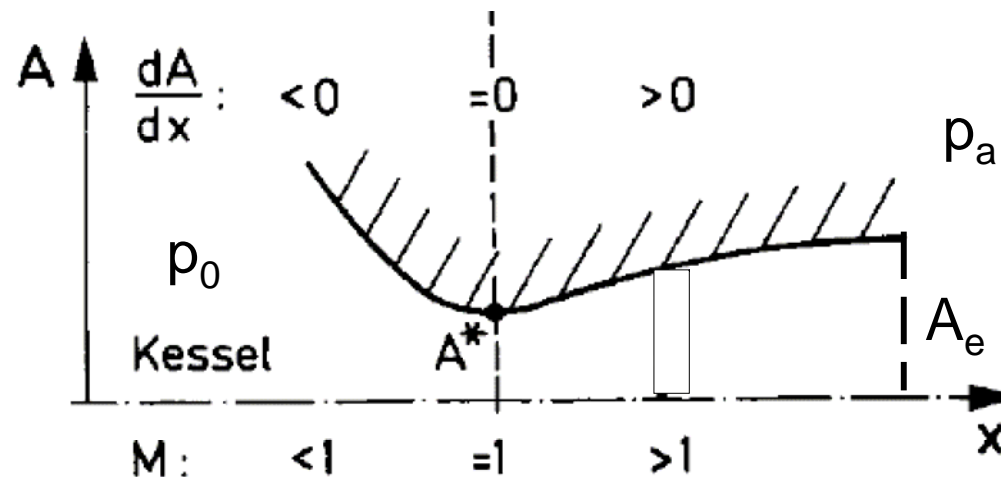


# Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

## Strömung durch Laval Düse

Auslegung für parallele Abströmung ( $p_e = p_a$ ),  $T_0$  gegeben

3. Aus Ruhedruck  $p_0$  folgen  $p^*$ ,  $\rho^*$ ,  $c^*$  und schließlich  $\dot{m}$



$$p^* = p_0 \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

$$\rho^* = \rho_0 \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} = \frac{p_0}{RT_0} \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}}$$

$$c^* = \sqrt{\kappa \frac{p^*}{\rho^*}}$$

$$\dot{m} = \rho^* c^* A^*$$

