

# Wiederholung

## Kontinuumshypothese (Modell):

- alle Feldgrößen ( $\rho, u, v, w, p, T$ ) kontinuierlich in Raum u. Zeit  
=> „Fluidteilchen/-partikel“ an jedem Punkt
- molekularer Aufbau der Materie bedingt Fluideigenschaften  
=> z.B. Gase leicht, Flüssigkeiten schwer komprimierbar

## Gültigkeitsbereich:

=> Notwendiges Volumen  $V_*$  (charakteristische Länge  $l = V_*^{1/3}$ )  
bei Atmosphärendruck und 20° C (Größenordnungen!)

- Wasser:  $V_* = 10^{-21} \text{ m}^3$  =>  $l = 10^{-7} \text{ m} = 0.1 \text{ } \mu\text{m}$
- Luft (Gas):  $V_* = 10^{-18} \text{ m}^3$  =>  $l = 10^{-6} \text{ m} = 1 \text{ } \mu\text{m}$

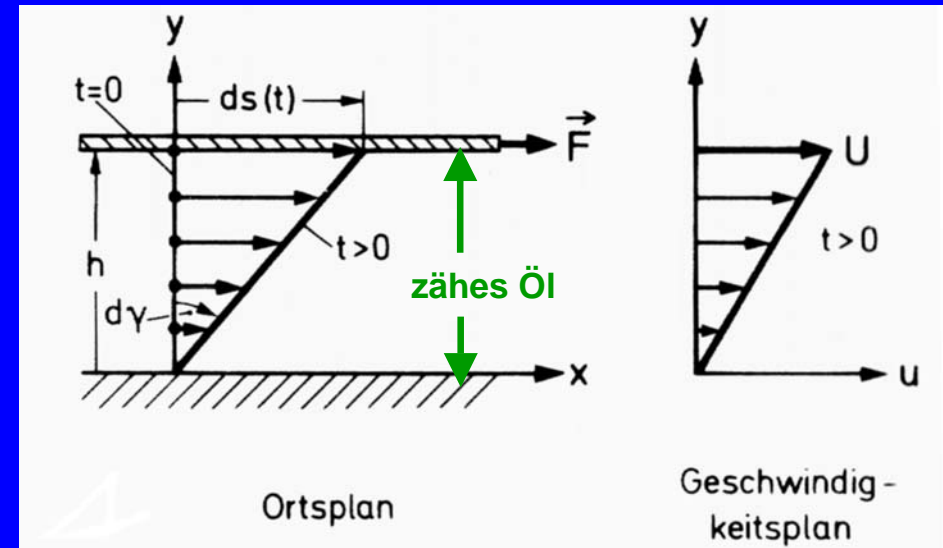
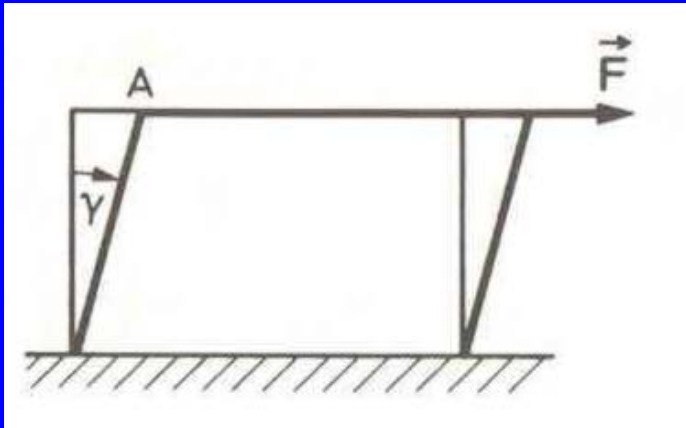
**=> Makroskopische Abmessungen des Strömungsproblems müssen groß gegenüber  $l$  sein!**



# Wiederholung

## Unterschied elastischer Festkörper und Fluid

### Widerstand gegen Formänderung



- Festkörper: Schubspannung ~ Deformation
- Fluid: Schubspannung ~ Deformationsgeschwindigkeit

$$\tau = \mu \dot{\gamma} = \mu \frac{du}{dy}$$

- Newtonsches Fluid
- $\mu$ : dynamische Viskosität



# Dynamische Viskosität (Zähigkeit) $\mu$

Maß für erforderliche Kraft ( $\sim \tau$ ), um  $du/dy$  zu erzeugen

$$\mu = \frac{\vec{F} / A}{du / dy} = \frac{\tau}{du / dy}$$

$$[\mu] = \frac{N / m^2}{m / s / m} = \frac{N}{m^2} s = Pa \cdot s$$

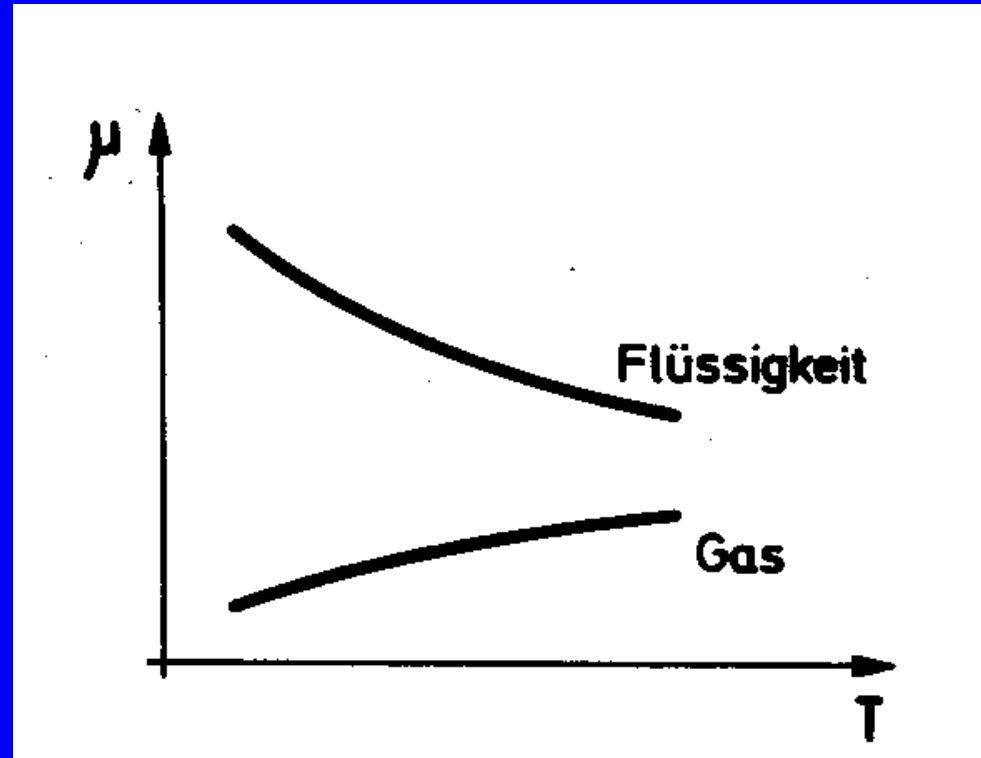
Viskosität (= innere Reibung) aus molekularen Eigenschaften

- Gas: Impulsaustausch senkrecht zur Strömungsrichtung durch Stöße mit langsameren/schnelleren Molekülen
- Flüssigkeit: intermolekulare Anziehung dominiert

**Immer Vergleichmäßigung der Geschwindigkeit angestrebt (minimieren des inneren Spannungszustands)**



# Änderung der Zähigkeit von Flüssigkeiten und Gasen mit der Temperatur



## Gas:

mit zunehmender Temperatur nimmt die mittlere Molekülgeschwindigkeit zu, was gleichbedeutend mit einer Zunahme des übertragenen Impulses beim Stoß ist. Deshalb nimmt die Viskosität eines Gases mit steigender Temperatur zu.

## Flüssigkeit:

Intermolekulare Anziehungskräfte lockern sich mit zunehmender Temperatur, weshalb dann die Viskosität sinkt.



# Tabelle

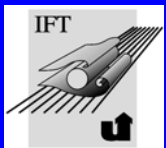
Unter Normalbedingungen gilt (Atmosphärendruck, T=20°C):

Medium	$\mu = \left[ \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \right] = [\text{Pa} \cdot \text{s}]$	$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]$
Luft	$18,2 \cdot 10^{-6}$	$15,11 \cdot 10^{-6}$
Wasser	$1002 \cdot 10^{-6}$	$1004 \cdot 10^{-6}$
Silikonöl Bayer M100	$130\,950 \cdot 10^{-6}$	$135 \cdot 10^{-6}$

$\mu$  = charakteristische Größe für die übertragende Kraft und nicht  $\nu$

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}}$$

**$\nu$ : kinematische Viskosität**



Bei NEWTONschen Fluiden gilt :

Schubspannung  $\sim$  Deformationsgeschwindigkeit

$$\tau \sim \dot{\gamma} \left( = \frac{du}{dy} \right)$$

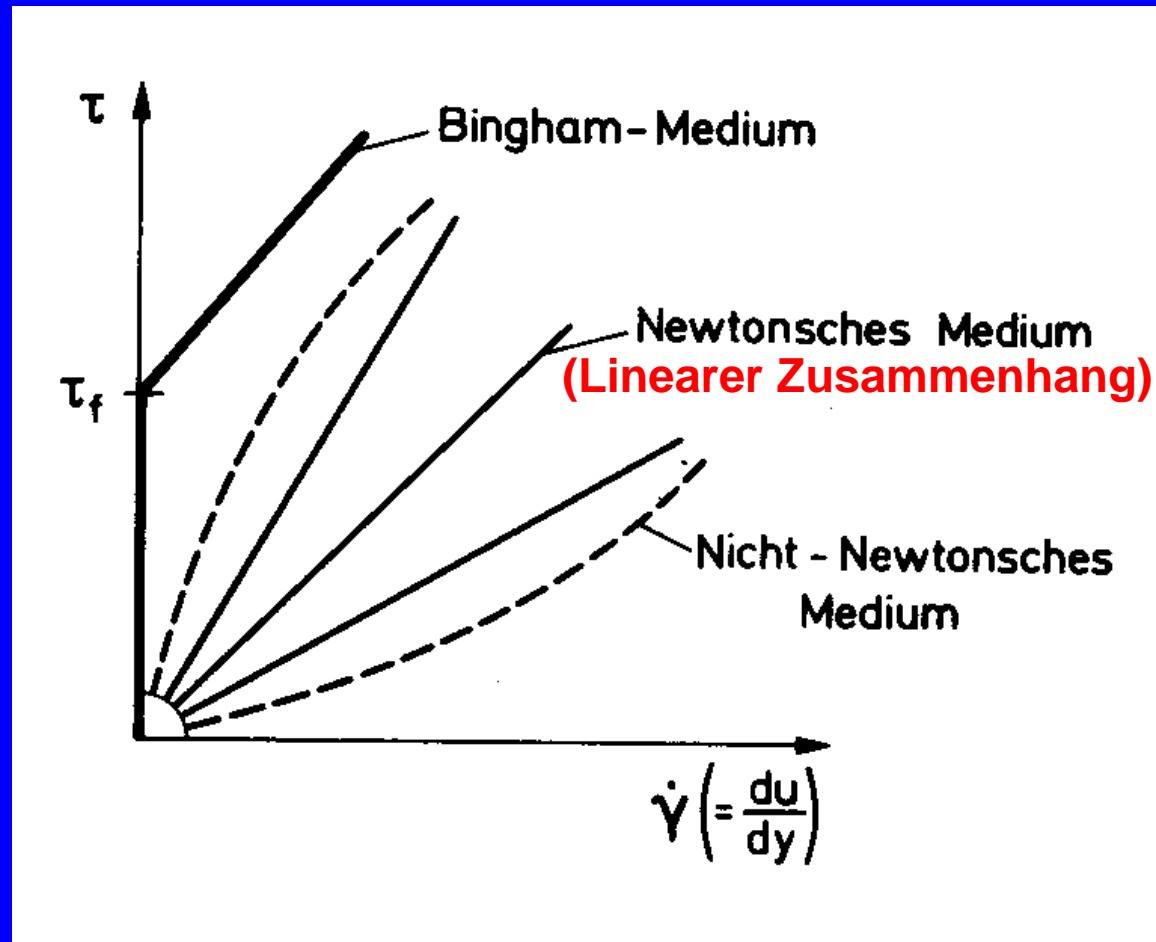
Allgemein (mit Fließfunktion  $f$ ):

$$\tau = f(\dot{\gamma}) \quad \text{mit} \quad f(0) = 0$$

=> Material ist Fluid!



# Fließfunktion $\tau = \tau(du/dy)$ für verschiedene Medien



Newtonsche Medien:

z.B. Luft, Wasser, Öl

Nicht-Newtonsche Medien:

z.B. Farben, Schmelzen, Stärke

Bingham-Medium:

z.B. Zahnpasta, Brei



## 1.4 Volumenänderung und Zustandsgleichung für ideale Gase

Thermische Zustandsgleichung idealer Gase (Thermodynamik):

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R}{m} \cdot T$$

mit

$$IR = \frac{R}{m} = c_p - c_v \quad ; \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

wobei gilt:

T = absolute Temperatur (in °Kelvin)

R = allgemeine (molare) oder universelle Gaskonstante

**IR** = spezifische Gaskonstante

m = Molmasse in g/mol

c<sub>p</sub> = spezifische Wärme bei konstantem Druck

c<sub>v</sub> = spezifische Wärme bei konstantem Volumen

κ = Isentropenexponent





## 1.4 Volumenänderung und Zustandsgleichung für ideale Gase

Andere Formulierung:

$$p \cdot V = M \cdot IR \cdot T$$

wobei gilt:

T = absolute Temperatur (in °Kelvin)

**IR** = spezifische Gaskonstante

M = Masse

V = Volumen

**z.B. isotherme (T = konst.) Kompression:**

$$p \cdot V^{\text{isotherm}} = \textit{konst.}$$



$$R = 8.314 \cdot 10^3 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{g}}{\text{sec}^2 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}} = 8.314 \frac{\text{Joule}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$IR = \frac{R}{m} = c_p - c_v \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2 \cdot \text{K}} = \frac{\text{Joule}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

Gas	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	Luft
m [g/mol]	32	28	2	~29
IR [J/kg·K]	259.83	296.8	4124.4	287.06

(Werte für p=0.987 bar und T=298.15 °K)

### Bei realen Gasen:

kompliziertere Zustandsgleichung (z.B. van-der Waals-Gl.)



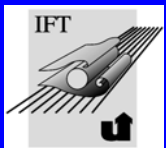
## Im Rahmen der Vorlesung:

einfache Problemstellungen  $\longrightarrow$  immer kompliziertere Fragestellungen

**Dabei:** - nur inkompressible ( $\rho = \text{Konst.}$ ) Fluide oder ideale Gase  
- nur NEWTONsche Fluide

	Hydrostatik	Aerostatik	Hydrodynamik	Aerodynamik
$p$				
$\rho$	$\rho = \text{konst}$		$\rho = \text{konst}$	
$\vec{w}$	$w = 0$	$w = 0$		
Beispiele	ruhende Flüssigkeit	ruhende Atmosphäre	Bewegung von Flüssigkeiten	Bewegung von Gasen

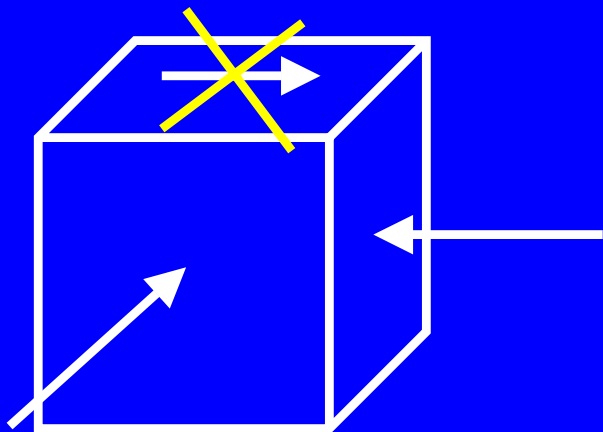
Temperatur  $T$  ist über die Zustandsgleichung mit  $p$  und  $\rho$  verknüpft!



## 2. Hydro- und Aerostatik

Ruhendes Fluid,  $(u,v,w) = (0,0,0)$ , keine Deformation:

- => in jedem Raumpunkt exaktes Kräftegleichgewicht
- => es existieren keine Geschwindigkeitsgradienten
- => es existieren keine Schubspannungen  
(Newtonsches Fluid,  $\tau = \mu \, du/dy = 0$ )
- => Kräfte nur durch Normalspannungen  
(Druckkraft wirkt immer senkrecht auf Flächen)



- Druckverteilung für  $\rho = \text{konst.}$
- Flüssigkeitsspiegel in „kommunizierenden Röhren“
- Druckverteilung für  $\rho \neq \text{konst.}$
- Druckkräfte auf Flächen u. Körper

## 2.2 Fluiddruck in Kraftfeldern

Grundsätzlich zwei Arten von Kräften:

1. Massenkräfte  $F_M$ : wirken auf die Masse des Fluidelementes

z.B. Schwerkraft, Zentrifugalkraft, elektr./magnet. Kräfte

Diese Kräfte sollen durch folgende Größe erfaßt werden:

$$\frac{\vec{F}_M}{M} = \vec{f} : \quad \vec{f} = (f_x, f_y, f_z)$$

**Massenkraft pro Masseneinheit**



## 2.2 Fluiddruck in Kraftfeldern

2. Oberflächenkräfte  $F_O$ : wirken auf die Oberflächen des Fluidelementes

z.B. Druckkraft (=Normalkraft), Reibungskraft (=Tangentialkraft), etc.

Diese Oberflächenkräfte werden durch Normal- und durch Tangentialspannungen (Schubspannungen) hervorgerufen.

Hier: ruhendes Fluid  $\longrightarrow$  es kann als Oberflächenkraft **nur** der **statische Druck  $p$**  (Normalspannung) wirken.

Keine Tangential-/Schubspannungen, da diese nur bei Geschwindigkeitsgradienten im Fluid auftreten.



# Kräftegleichgewicht am infinitesimalen Volumenelement

$$dV = dx \, dy \, dz \text{ (Quader):}$$

## Kräftegleichgewicht in x-Richtung:

