

Wiederholung

Was bedeutet „Gewicht“?

- umgangssprachlich

Gewicht = Masse (M), Einheit z.B. Kilogramm

- physikalisch

Gewicht = Gewichtskraft, $G = Mg$, Einheit N



Wiederholung

2. Hydro- und Aerostatik

- ruhendes Fluid

=> Kräftegleichgewicht an jedem Punkt im Raum

- es wirken zwei Arten von Kräften:

- Massenkräfte (z.B. Schwerkraft)

$$\vec{F}_M / M = \vec{f}: \quad \vec{f} = (f_x, f_y, f_z)$$

**Massenkraft pro
Masseneinheit**

- Oberflächenkräfte => hier nur Druck, keine Reibung!

- aus Kräftegleichgewicht am Massenelement:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho f_x, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho f_y, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \rho f_z$$

Hydrostatische Grundgleichung

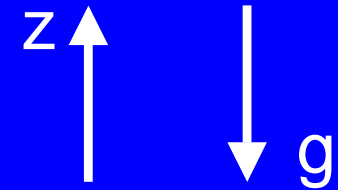


Wiederholung

2.2 Fluiddruck in Kraftfeldern

- Schwerefeld:

$$\vec{f} = (f_x, f_y, f_z) = (0, 0, -g)$$



=> Druck nur Funktion von z; konstant für z = konstant!

- Integration für $\rho = \text{konst.}$ (inkompressibel, Flüssigkeit)

$$p(z) = -\rho g z + \text{konst.}$$

=> Druck nimmt in z-Richtung linear ab

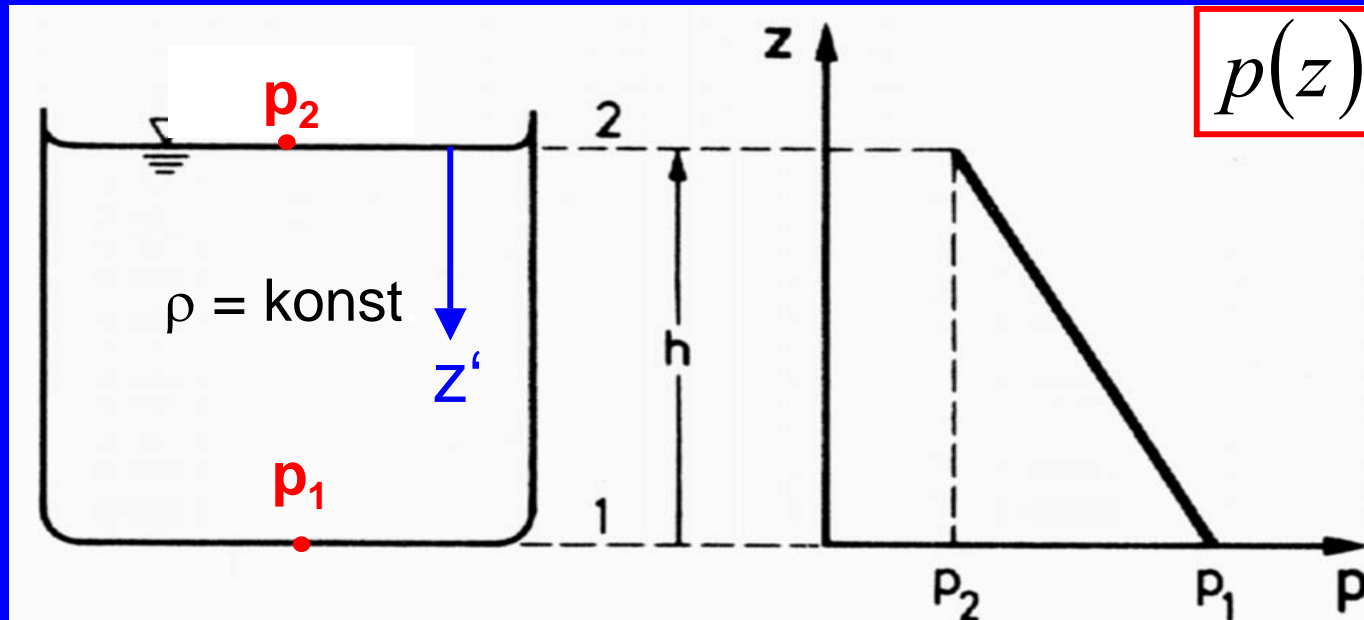
=> Bestimmung der Konstante über Randbedingung



Wiederholung

2.2 Fluiddruck in Kraftfeldern

- Schwerefeld: Beispiel Flüssigkeit in Gefäß



$$p(z) = p_2 + \rho g(z_2 - z)$$

$$p_1 = p_2 + \rho gh$$

besser: z -Achse in Richtung g ab Oberfläche

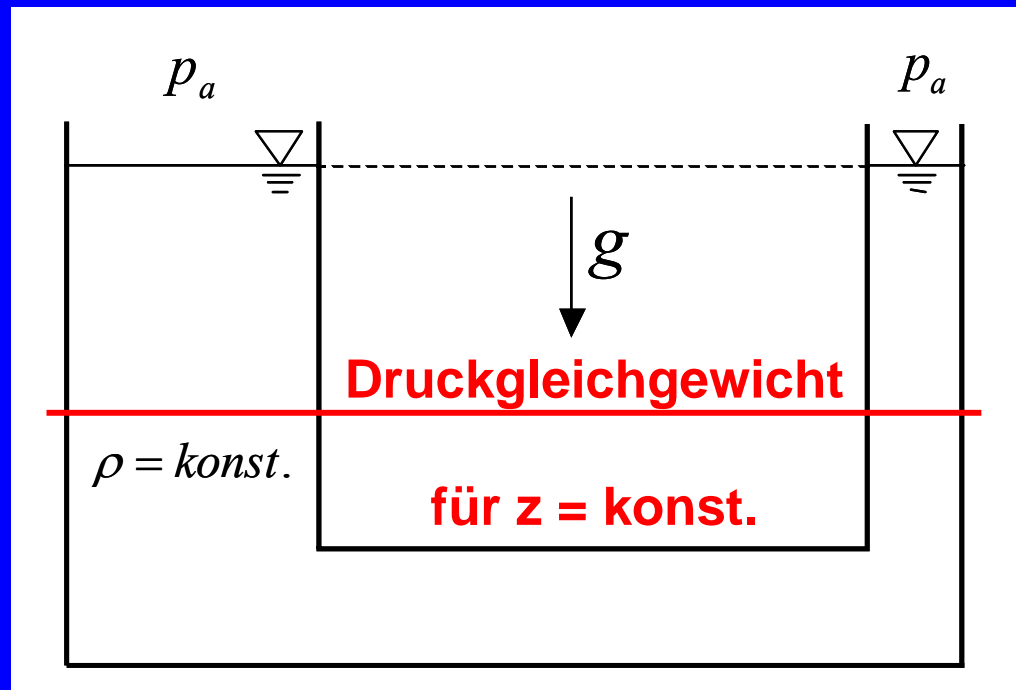
$p(z') = p_2 + \rho gz'$ \Rightarrow Druck nimmt mit der Tiefe linear zu



Wiederholung

2.2 Fluiddruck in Kraftfeldern

- Schwerefeld: Beispiel kommunizierende Gefäße / Röhren



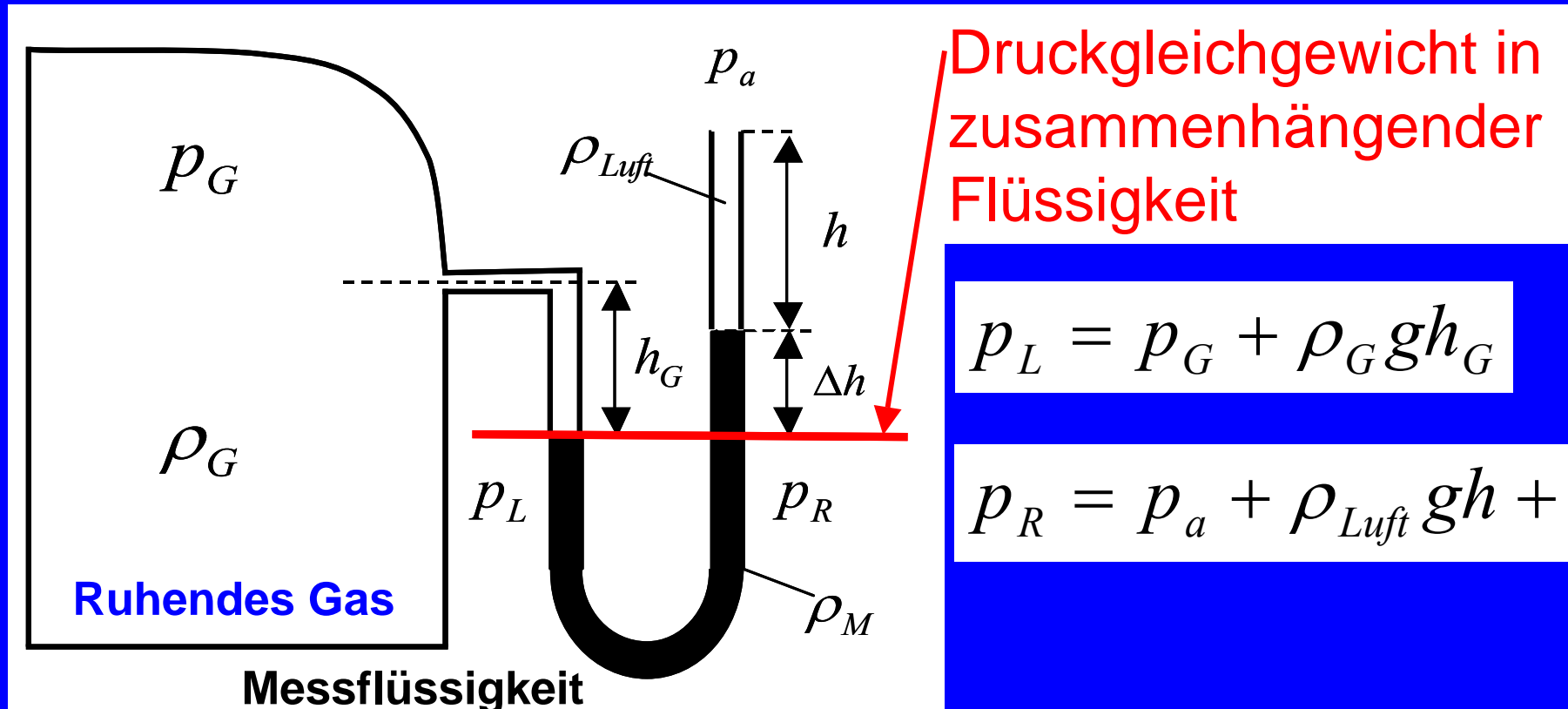
Wenn über allen Gefäßen der gleiche Druck herrscht, dann müssen auch die Spiegelhöhen gleich sein!



Wiederholung

2.2 Fluiddruck in Kraftfeldern

- Schwerefeld: Beispiel U-Rohr Manometer (Druckmessung)



$$p_L = p_G + \rho_G g h_G$$

$$p_R = p_a + \rho_{Luft} g h + \rho_M g \Delta h$$

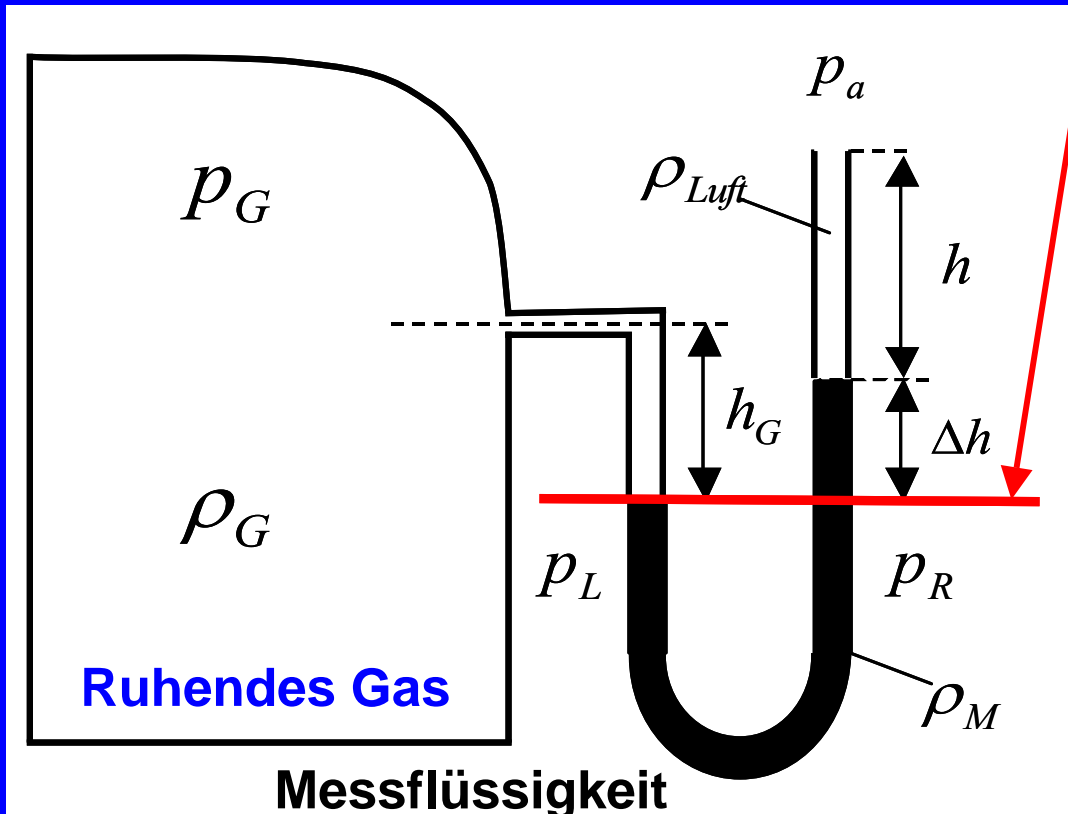
$$\Rightarrow p_G = p_a + \rho_M g \Delta h + \rho_{Luft} g h - \rho_G g h_G$$



Wiederholung

2.2 Fluiddruck in Kraftfeldern

- Schwerefeld: Beispiel U-Rohr Manometer (Druckmessung)



Druckgleichgewicht in zusammenhängender Flüssigkeit

$$p_L = p_G + \rho_G g h_G$$

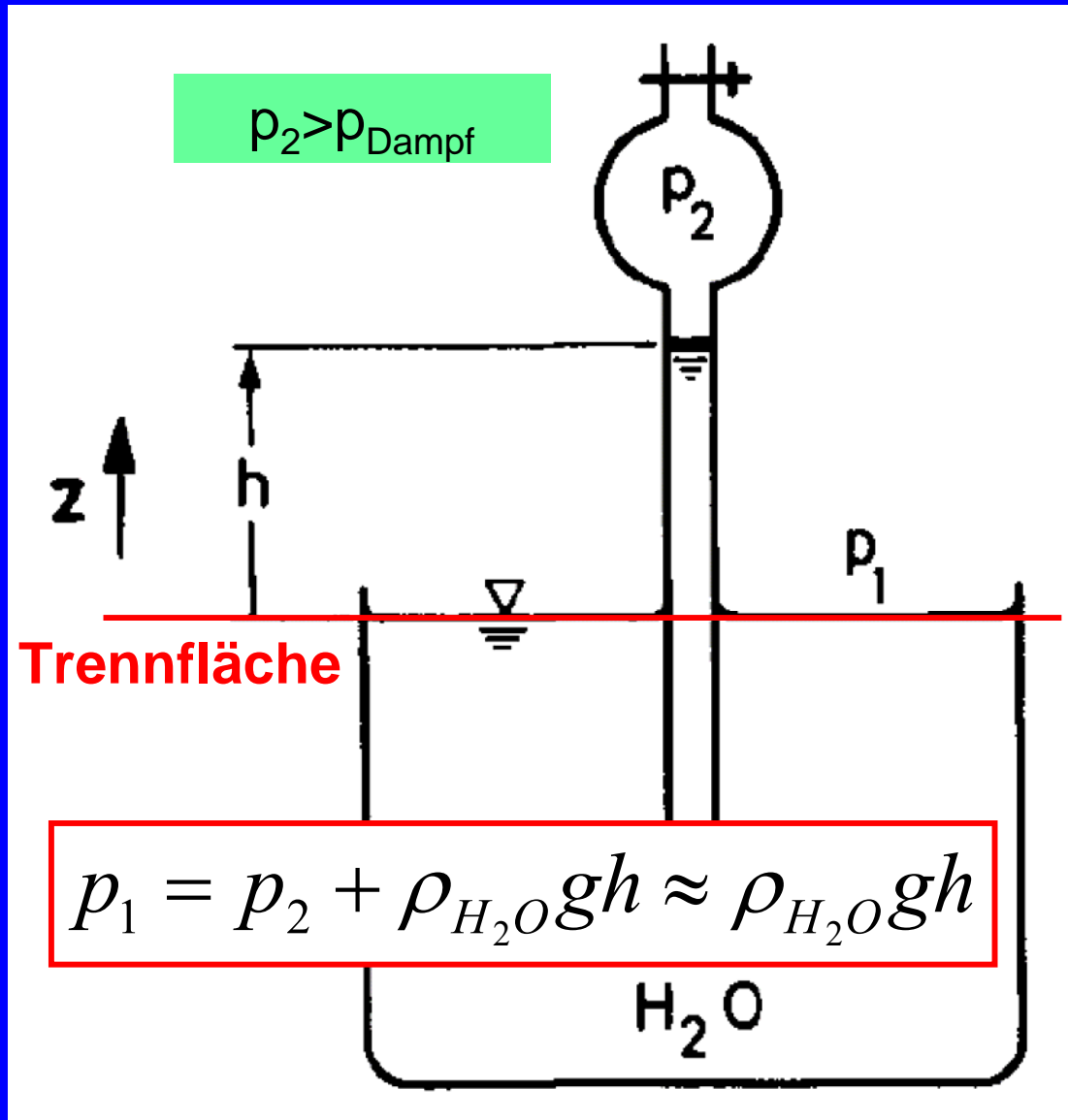
$$p_R = p_a + \rho_{Luft} g h + \rho_M g \Delta h$$

Mit $\rho_G \ll \rho_M$ und $\rho_{Luft} \ll \rho_M$:

$$p_G = p_a + \rho_M g \Delta h$$



Prinzip des Flüssigkeitsbarometers



Maßeinheiten für den Druck:

$$1 \text{ Pa (Pascal)} = 1 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ kg/m} \cdot \text{s}^2$$

$$10^5 \text{ Pa} = 1000 \text{ Hekto-Pa} \\ = 1 \text{ bar}$$

Für Meßtechnik:

$$1 \text{ Torr} = 1 \text{ mmHg} =$$

$$= 13,6 \text{ mmWS} = 133,3 \text{ Pa}$$

$$= 1,333 \text{ mbar (milli-bar)}$$



Druckverteilung im ruhenden Gas unter dem Einfluß der Schwerkraft

Jetzt: große Höhendifferenzen für **Gas**
=> Schwerkrafteinfluß muß berücksichtigt werden:

Schwerkraft (Gravitationsfeld): $\vec{f}_1 = (0, 0, -g)$

geschichtetes Medium: $\rho = \rho(z)$
[z.B. windstille (ruhende) Atmosphäre]

Es gelten:

1. Hydrostatische Grundgleichung:
(nur z-Richtung)

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho \cdot g = \frac{dp}{dz}$$

2. Ideale Gasgleichung:

(IR = spezifische Gaskonst.)

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R}{m} \cdot T = IR \cdot T$$



Druckverteilung im ruhenden Gas unter dem Einfluß der Schwerkraft

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R}{m} \cdot T = IR \cdot T$$



$$\rho(z) = p(z) \cdot \frac{1}{IR \cdot T(z)}$$

$$\frac{dp}{dz} = -\rho \cdot g$$



$$\frac{dp}{dz} = -g \cdot p(z) \cdot \frac{1}{IR \cdot T(z)}$$

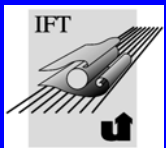
$$\frac{dp}{p(z)} = -\frac{g}{IR} \cdot \frac{dz}{T(z)}$$

Spezialfall: isotherme Schichtung, d.h.: $T=T_0=\text{konst.}$

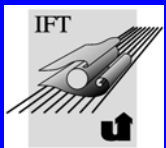
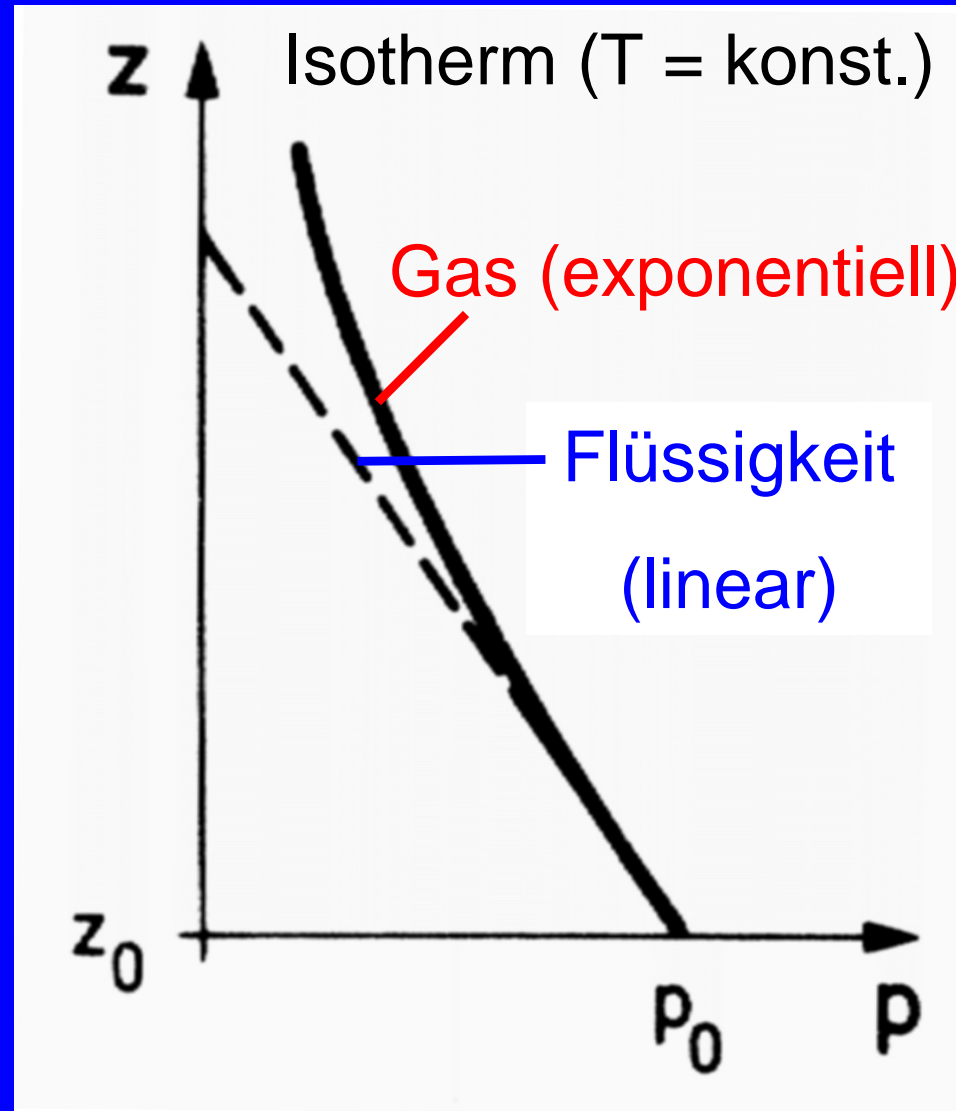
$$p(z) = p_0 \cdot \exp\left(-\frac{g}{IR \cdot T_0} \cdot (z - z_0)\right)$$

Exponentialfunktion:
Barometrische Höhen-

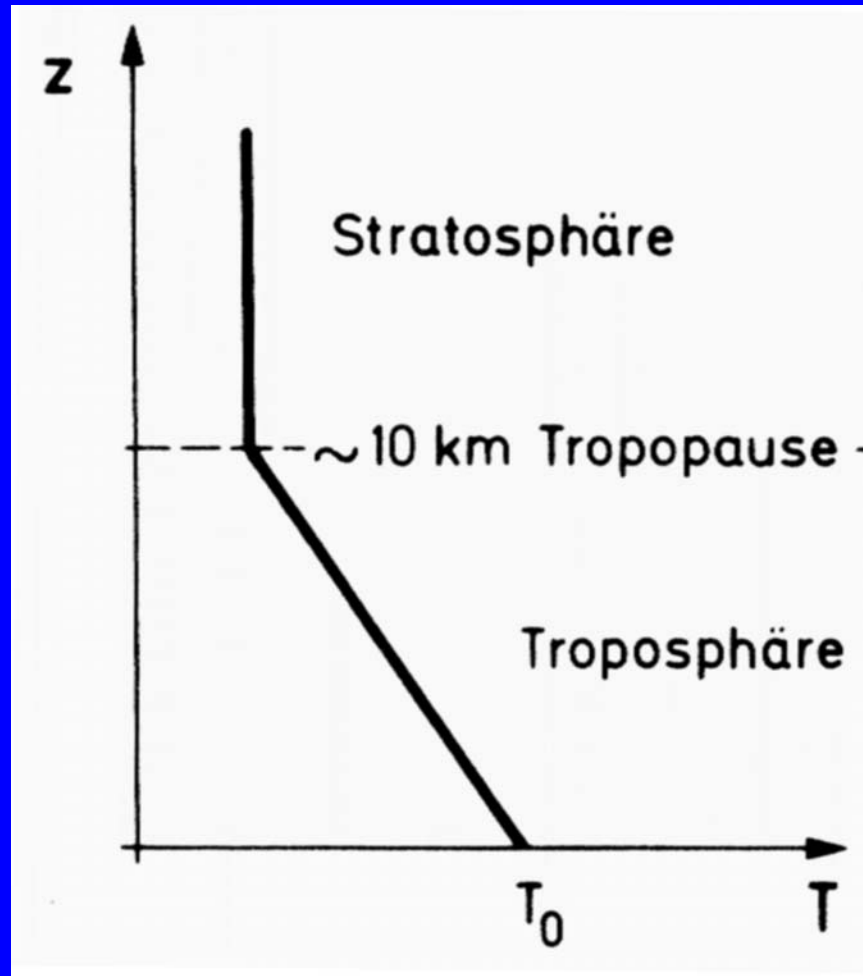
formel



Druckverteilung in ruhenden Flüssigkeiten und Gasen im Schwerfeld



Temperaturverteilung in der Atmosphäre



Temperaturverteilung in
Troposphäre
(ICAO Standard Atmosphäre):

$$\frac{dT}{dz} = -0.0065 \left[\frac{\text{K}}{\text{m}} \right]$$

$$T(z) = T_0 - 0.0065 \cdot z$$

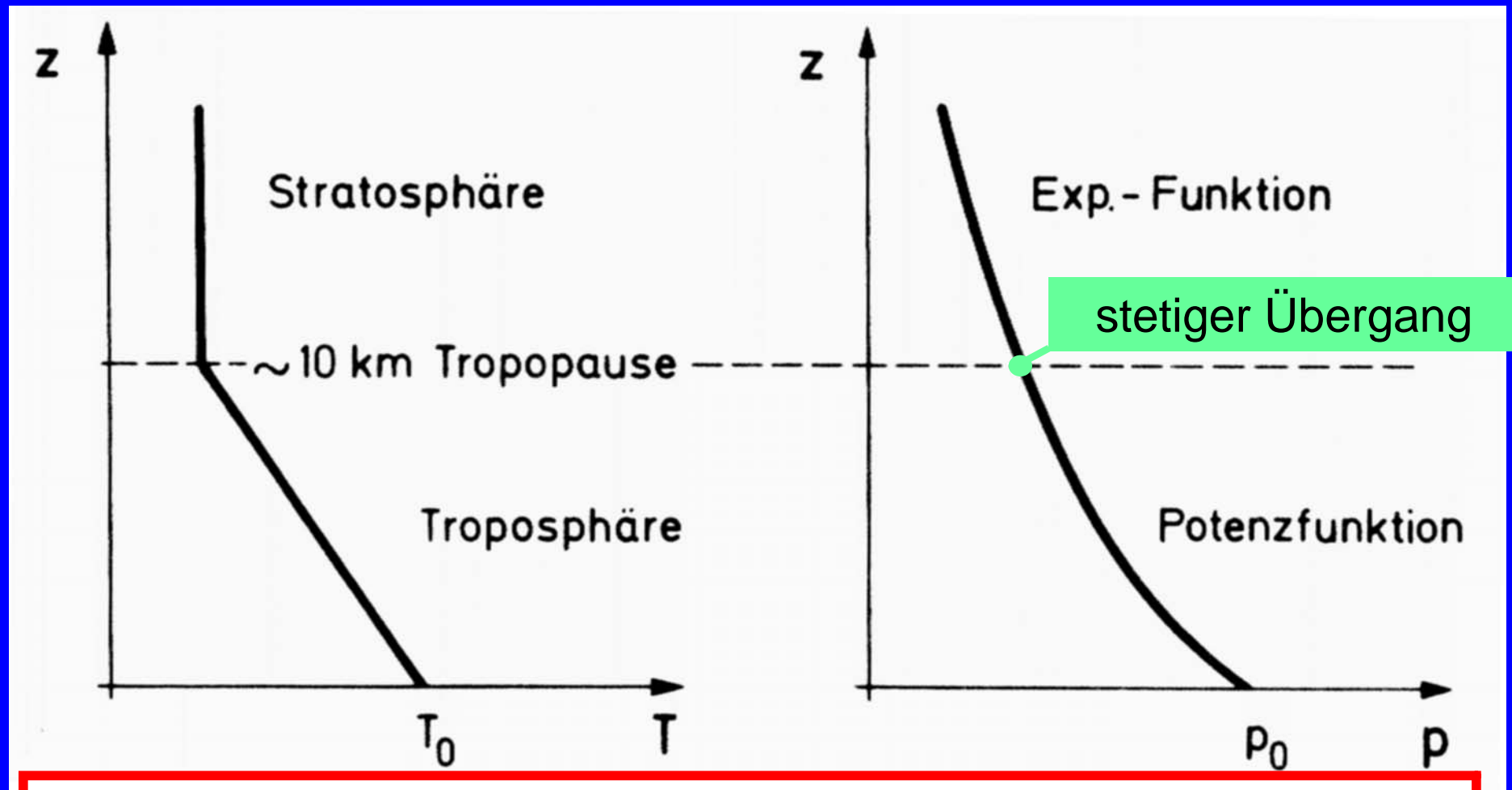
$z=0$: $p_0=1013,25$ mbar;

$T_0=288,15$ K;

$\rho_0=1,225$ kg/m³



Temperatur- und Druckverteilung in der Atmosphäre



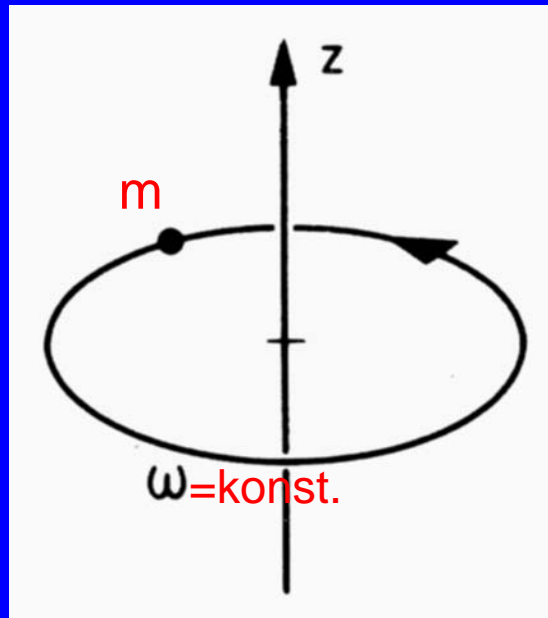
siehe Übungsaufgabe 1, Übungsblatt 2

Spezialfälle für Massenkräfte (2)

2. Zentrifugalkraft:

$$\vec{f}_2 = (\omega^2 \cdot x, \omega^2 \cdot y, 0)$$

ω = Winkelgeschwindigkeit (Rotation um z-Achse)



Strenggenommen fällt dieses Beispiel nicht mehr in das Gebiet der Statik ($\vec{w} = \vec{0}$).

Wenn man aber vom Anfahrvorgang absieht, rotiert nach einer gewissen Zeit das Fluid wie ein starrer Körper um die z-Achse.

Damit gelten die zuvor abgeleiteten Dgln.