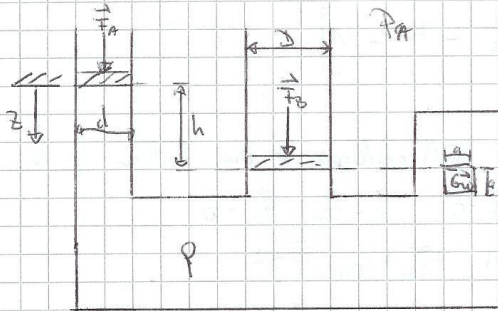
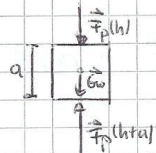


Aufgabe 1



Geg: $\vec{F}_A, D, d, \rho_0, g, D, a, \vec{G}_w, g(z) = \rho_0 (1 + 2bz)$
 ↳ kein inkompressibles Fluid

a) Bestimmung von h : Kräftegleichgewicht am Würfel



$$\downarrow + \uparrow \quad \vec{F}_p(h) + \vec{G}_w - \vec{F}_p(h+a) = 0 \quad (1)$$

$$|\vec{F}_p(h)| = \rho(h) \cdot a^2 \quad (2)$$

$$|\vec{F}_p(h+a)| = \rho(h+a) \cdot a^2 \quad (3)$$

$$(2/3) \wedge (1): \rho(h) \cdot a^2 + |\vec{G}_w| - \rho(h+a) \cdot a^2 = 0 \quad (4)$$

Bestimmung der Druckverteilung $p(z)$:

Frage: Wie ändert sich der Druck mit der Höhe

bekannt: $p_1 = p_2 + \rho \cdot g \cdot z$ für inkompressible Fluide

$$\Rightarrow \frac{dp}{dz} = \rho \cdot g = \rho_0 \cdot g \cdot (1 + 2bz) \quad (\text{Hydrostatische Grundgleichung})$$

$$dp = \rho_0 g \cdot (1 + 2bz) dz$$

$$\text{Integration} \quad p(z) = \rho_0 g \cdot \left(z + 2bz^2 \right) + C' \quad (5)$$

Bestimmung von C' :

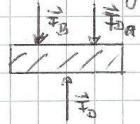
$$p(0) = p_a + \frac{|\vec{F}_A|}{\frac{\pi}{4} d^2} \quad \Rightarrow \quad C' = p_a + \frac{|\vec{F}_A|}{\frac{\pi}{4} d^2}$$

$$\Rightarrow p(z) = \rho_0 g (z + bz^2) + p_a + \frac{|\vec{F}_A|}{\frac{\pi}{4} d^2}$$

$$\rightarrow (4) \quad \rho_0 g (h + b h^2) + \frac{|\vec{G}_w|}{a^2} - \rho_0 g [(h+a) + b(h+a)^2] = 0$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2b} \left[\frac{|\vec{G}_w|}{\rho_0 g a^2} - b a - 1 \right]$$

b) Bestimmung von \vec{F}_B : Kräftegleichgewicht am Kolben in B



$$\downarrow \sum \vec{F} = 0: \quad \vec{F}_B + \vec{F}_{Da} - \vec{F}_0 = 0$$

$$\text{mit: } |\vec{F}_{Da}| = p_a \cdot \frac{\pi}{4} D^2$$

$$|\vec{F}_0| = \rho (h) \frac{\pi}{4} D^2$$

$$= \left(\rho_0 g (h + b h^2) + p_a + \frac{|\vec{F}_a|}{\frac{\pi}{4} D^2} \right) \cdot \frac{\pi}{4} D^2$$

$$\vec{F}_B = \vec{F}_0 - \vec{F}_{Da}$$

$$= \rho_0 g (h + b h^2) \cdot \frac{\pi}{4} D^2 + \cancel{p_a \cdot \frac{\pi}{4} D^2} + \frac{|\vec{F}_a| \cdot \frac{D^2}{4}}{D^2} - \cancel{p_a \cdot \frac{\pi}{4} D^2}$$

Aufgabe 1

a) Aräometer schwimmt in der Meßflüssigkeit:

→ Auftrieb $A \stackrel{!}{=} \text{Gewicht } G$

Auftrieb: $F_A = \rho_{fl} \cdot g \cdot V_{\text{Körper}}$

Gewicht: $G = m \cdot g$

S_{\min} : • Aräometer ist ganz eingetaucht

• $S_{\min} \cdot g \cdot V_{\text{gesamt}} \stackrel{!}{=} G$

• $S_{\min} \cdot g \cdot \left\{ V + \frac{\pi}{4} d^2 \cdot h_1 \right\} = m \cdot g$

$$S_{\min} = \frac{m}{V + \frac{\pi}{4} d^2 \cdot h_1} = \frac{9g}{9 \text{ cm}^3 + \frac{\pi}{4} \cdot 0,5^2 \text{ cm}^2 \cdot 5,1 \text{ cm}} = 0,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

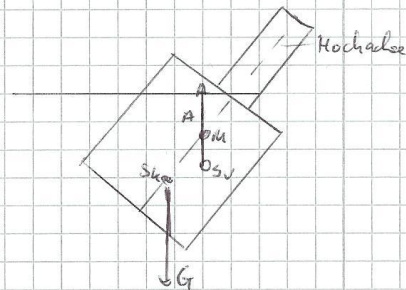
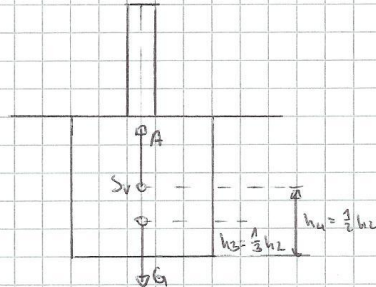
S_{\max} : • Aräometer bis $(h_1 - L)$ eingetaucht

• $S_{\max} \cdot g \cdot \left(V + \frac{\pi}{4} d^2 \cdot (h_1 - L) \right) \stackrel{!}{=} G$

$$S_{\max} = \frac{m}{V + \frac{\pi}{4} d^2 \cdot (h_1 - L)} = \frac{9g}{9 \text{ cm}^3 + \frac{\pi}{4} \cdot 0,5^2 \text{ cm}^2 \cdot 2,6 \text{ cm}} = 0,946 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rightarrow S_{\min} = 0,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \leq \rho \leq 0,946 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = S_{\max}$$

b)



Metazentrum: Schnittpunkt von Wirkungslinie \vec{A} und Hochachse

=> M liegt oberhalb von Sk => stabil