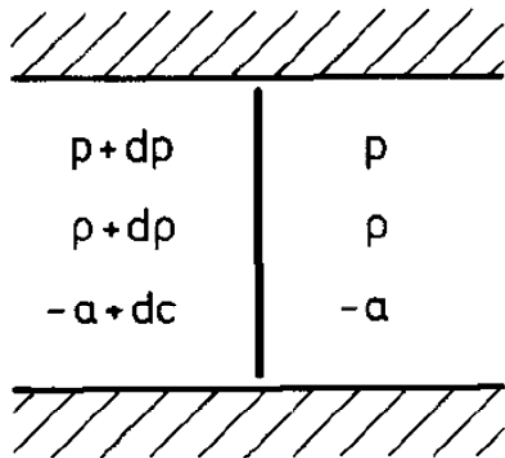


# Wiederholung

## Stromfadentheorie kompressibler Strömungen ( $\rho \neq \text{konstant}$ )

- in **ruhendem Fluid** breiten sich **kleine Störungen (Druck)** mit **Schallgeschwindigkeit** aus



$$a^2 = \frac{dp}{d\rho} = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s$$

Schallgeschwindigkeit  
(Stoffeigenschaft)

- **isentropische Zustandsänderung** eines **thermisch** und **kalorisch idealen Gases** (= **perfektes Gas**)

$$a^2 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \kappa \frac{p}{\rho} = \kappa \frac{R}{m} T$$



# Wiederholung

## Stromfadentheorie kompressibler Strömungen ( $\rho \neq \text{konstant}$ )

- Mach Zahl (dimensionslose Kennzahl)



$$M = \frac{c}{a}$$

$$M = \frac{\text{Strömungsgeschwindigkeit}}{\text{Schallgeschwindigkeit}}$$

Ernst Mach (1838 – 1916)

# Wiederholung

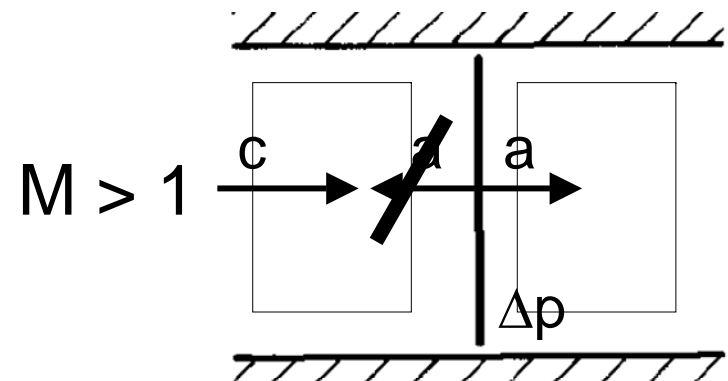
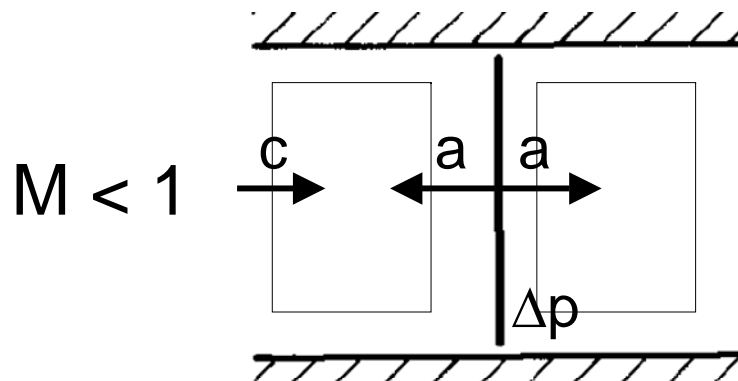
## Stromfadentheorie kompressibler Strömungen ( $\rho \neq \text{konstant}$ )

- Mach Zahl (dimensionslose Kennzahl)

$$M = \frac{c}{a}$$

=> **Unterschall ( $M < 1$ ):** Druckstörungen breiten sich schneller als die Strömungsgeschwindigkeit aus

=> **Überschall ( $M > 1$ ):** Druckstörungen breiten sich langsamer als die Strömungsgeschwindigkeit aus



# Wiederholung

## Stromfadentheorie kompressibler Strömungen ( $\rho \neq \text{konstant}$ )

### - Bernoulli Gleichung (isentrop)

$$\frac{c^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p}{\rho} = \frac{c^2}{2} + \frac{a^2}{\kappa-1} = \frac{c^2}{2} + c_p T = \text{konstant}$$

Konstante aus Ruhegrößen ( $c_0=0$ ,  $a_0$ ,  $p_0$ ,  $T_0$ ,  $\rho_0$ ):

$$\frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2\right)^{-1} \xrightarrow{a = \kappa \frac{R}{m} T} \frac{a}{a_0} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2\right)^{-1/2}$$

Isentropie:

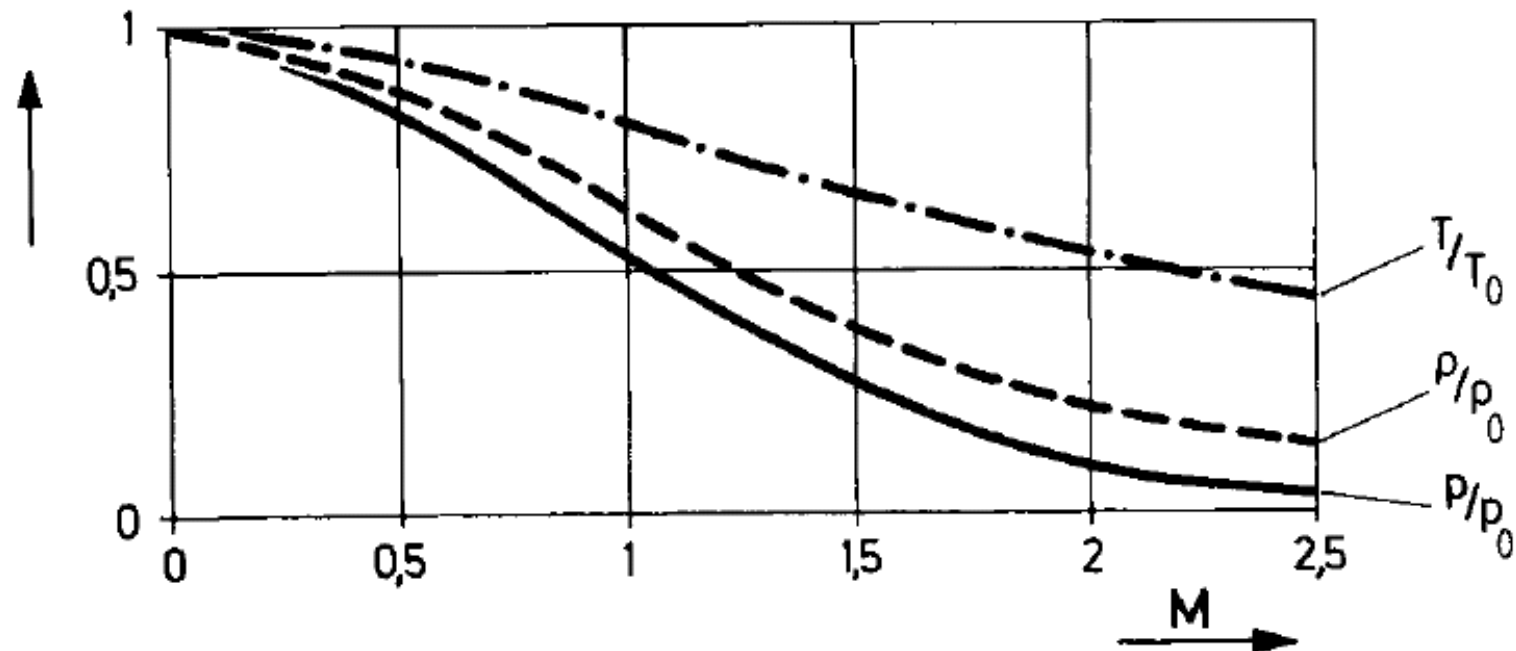
$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2\right)^{-\frac{1}{\kappa-1}} \quad \frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2\right)^{-\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$



# Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

## Bernoulli Gleichung für kompressible Strömungen

Temperatur-, Druck- und Dichteverhältnis als Funktion der Mach Zahl  $M$



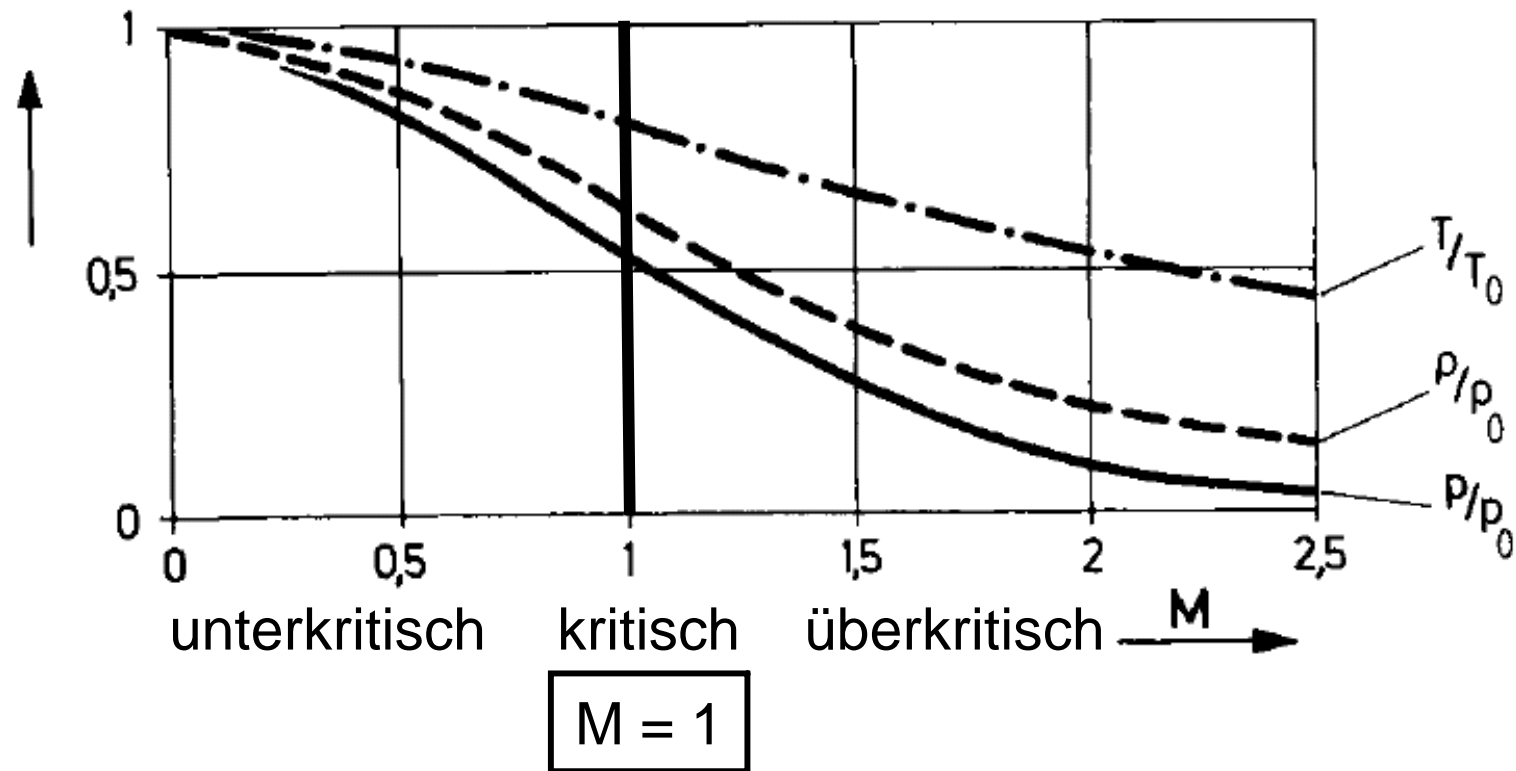
**$T$ ,  $\rho$ ,  $p$  berechenbar, wenn Ruhewerte und lokale Mach Zahl bekannt**



# Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

## Bernoulli Gleichung für kompressible Strömungen

Temperatur-, Druck- und Dichteverhältnis als Funktion der Mach Zahl  $M$



# Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

## Bernoulli Gleichung für kompressible Strömungen

Verhältnis von kritischen Größen (\*) zu Ruhegrößen (Index 0):

$$\frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2\right)^{-1}$$

$$\frac{a}{a_0} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2\right)^{-1/2}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2\right)^{-\frac{1}{\kappa - 1}}$$

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2\right)^{-\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

M = 1:

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{\kappa + 1} \quad \kappa=1,4 = 0,833$$

$$\frac{a^*}{a_0} = \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{1/2} \quad \kappa=1,4 = 0,913$$

$$\frac{\rho^*}{\rho_0} = \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \quad \kappa=1,4 = 0,634$$

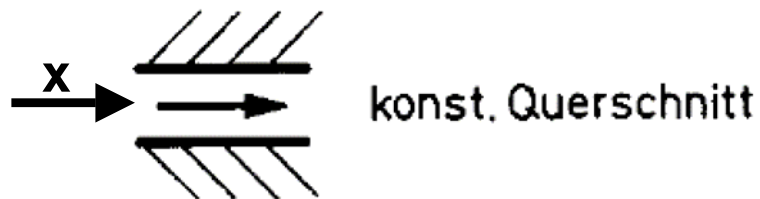
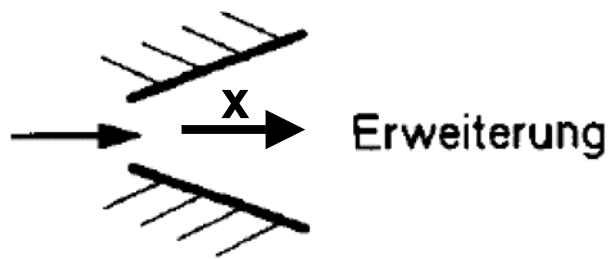
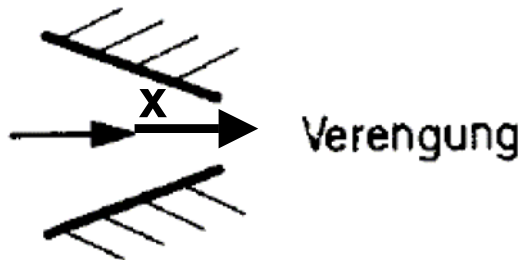
$$\frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad \kappa=1,4 = 0,528$$



# Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

## Bernoulli Gleichung für kompressible Strömungen

Variabler Querschnitt längs Stromfaden (x-Richtung):



**Aus Massenerhaltung  
und Euler Gleichung**

$$\boxed{\frac{1}{c} \frac{dc}{dx} = \frac{1}{M^2 - 1} \frac{1}{A} \frac{dA}{dx}}$$

**=> Beschleunigung ( $dc/dx > 0$ ):**

$$M < 1 \Rightarrow dA/dx < 0$$

$$M > 1 \Rightarrow dA/dx > 0$$

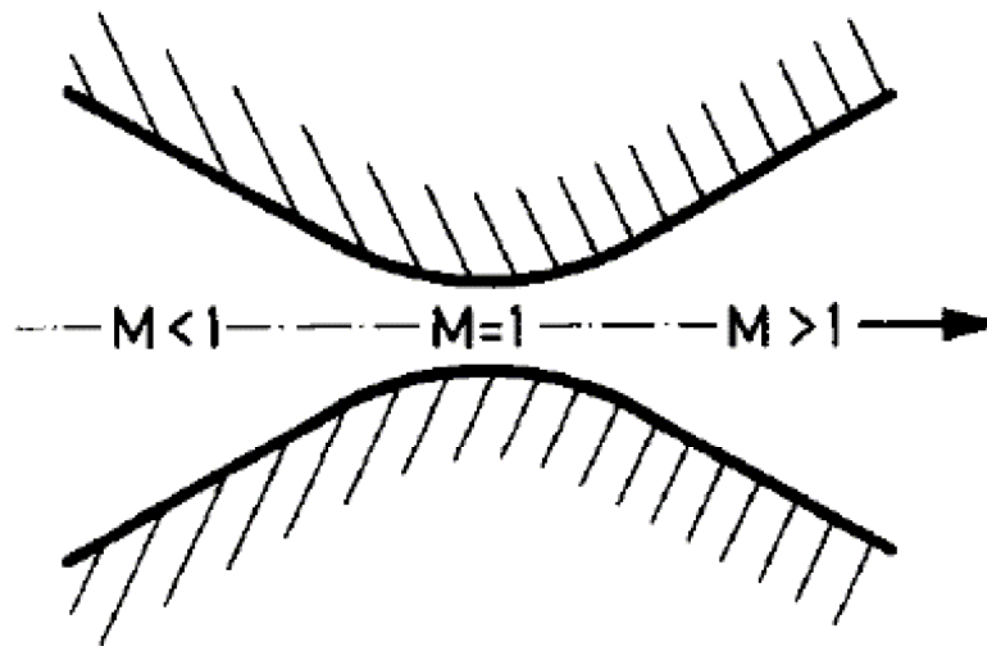
$$M = 1 \Rightarrow dA/dx = 0$$



# Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

## Laval-Düse

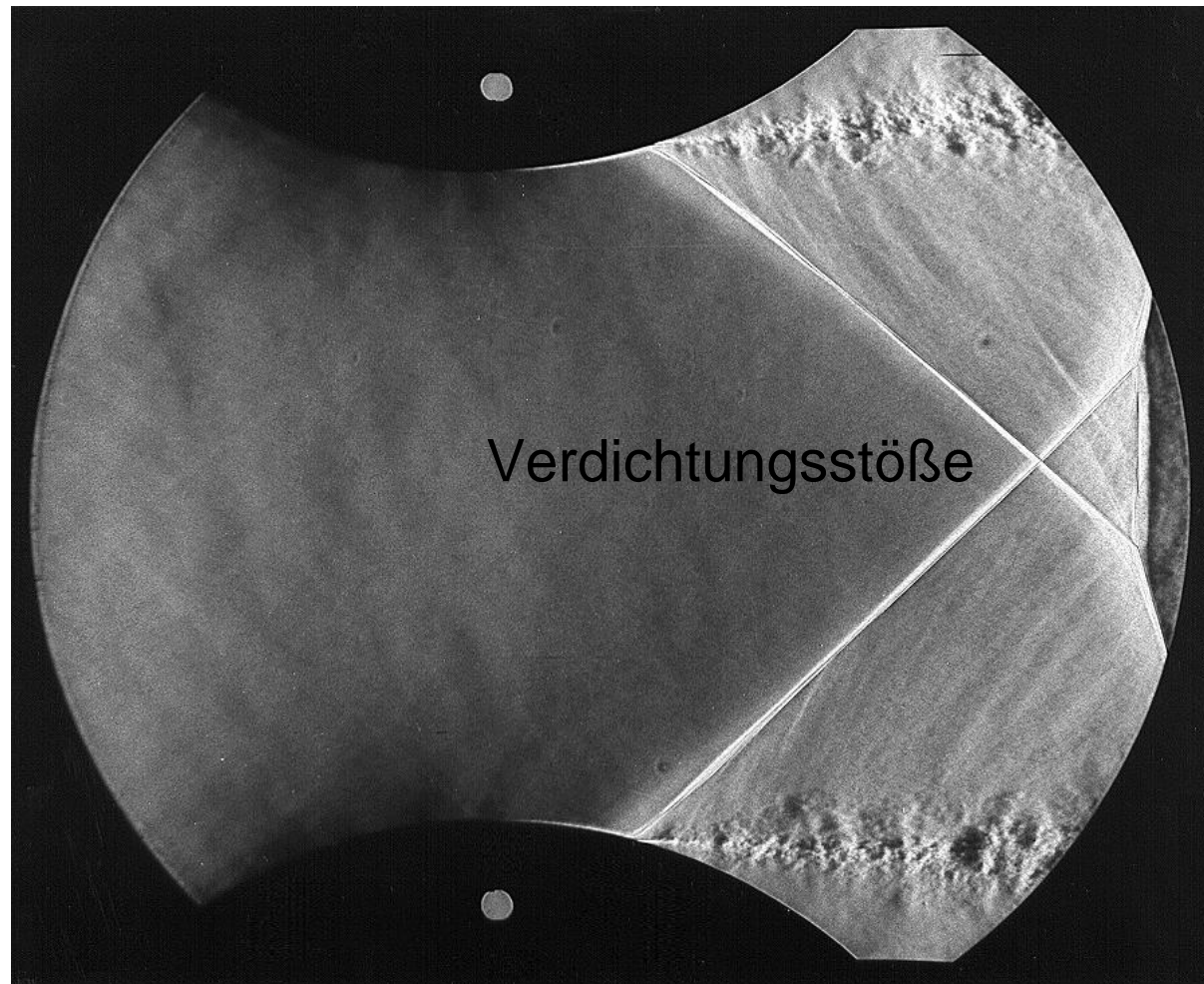
Kontinuierliche Beschleunigung in (hohen) Überschall



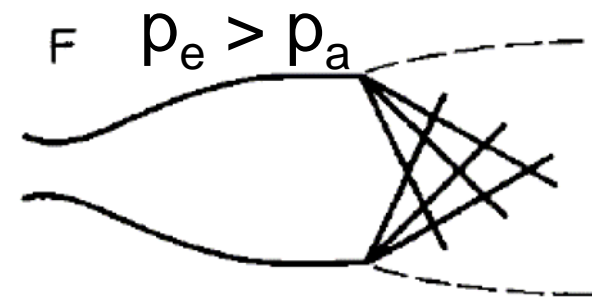
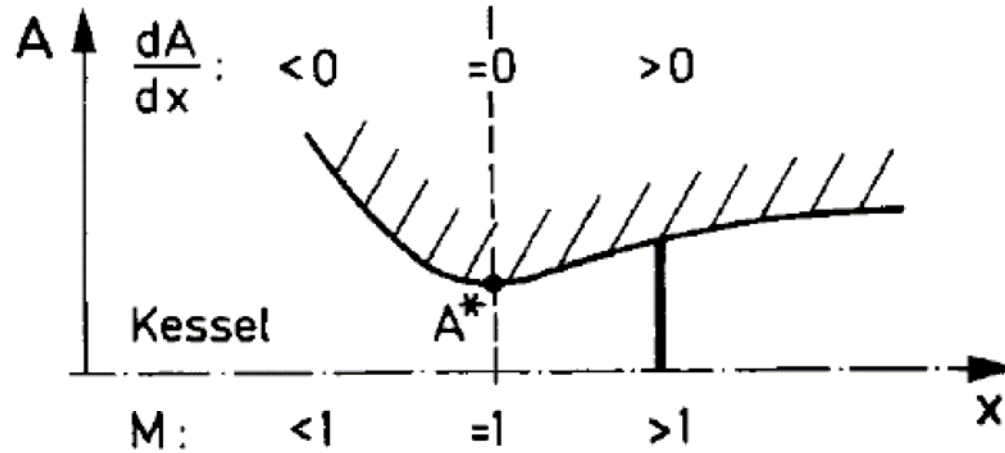
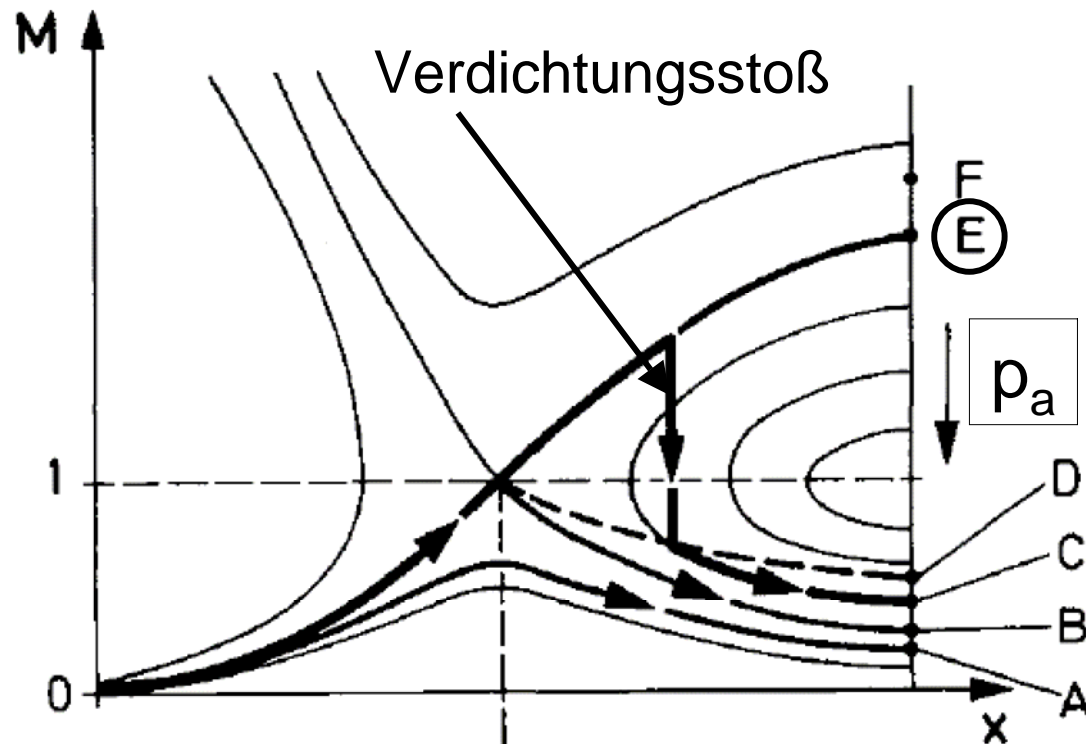
# Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

## Laval-Düse

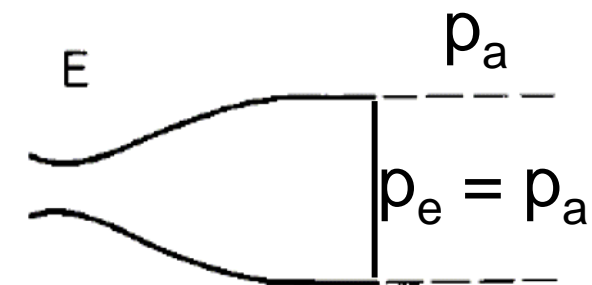
Kontinuierliche Beschleunigung in (hohen) Überschall



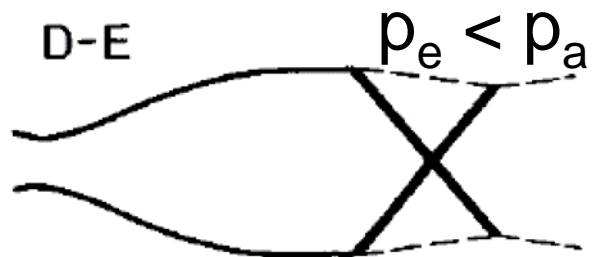
# Strömung in der Laval-Düse



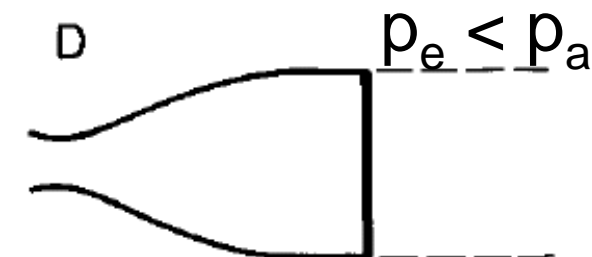
unterexpandierter Strahl



parallele Abströmung



überexpandierter Strahl



Stoß am Austritt

# Gasdynamik – kompressible Stromfadentheorie

## Ausströmen aus Düse

### Überexpandierter Strahl

