

Wiederholung

3. Hydro- und Aerodynamik

3.2 Grundgleichungen der Stromfadentheorie

3.2.1 Massenerhaltung (Kontinuitätsgleichung)

Für stationäre Strömungen! Reibung aber möglich!

$$\text{Massenstrom } \dot{m}: \quad \dot{m} = \rho \cdot c \cdot A = \text{konst.} ; \quad \dot{m} = \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

Hydrodynamik (inkompressibles Fluid: $\rho = \text{konst.}$):

$$\text{Volumenstrom } \dot{V} : \quad \dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = c \cdot A ; \quad \dot{V} = \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] = \left[\frac{\text{Liter}}{\text{s}} \right]$$



Wiederholung

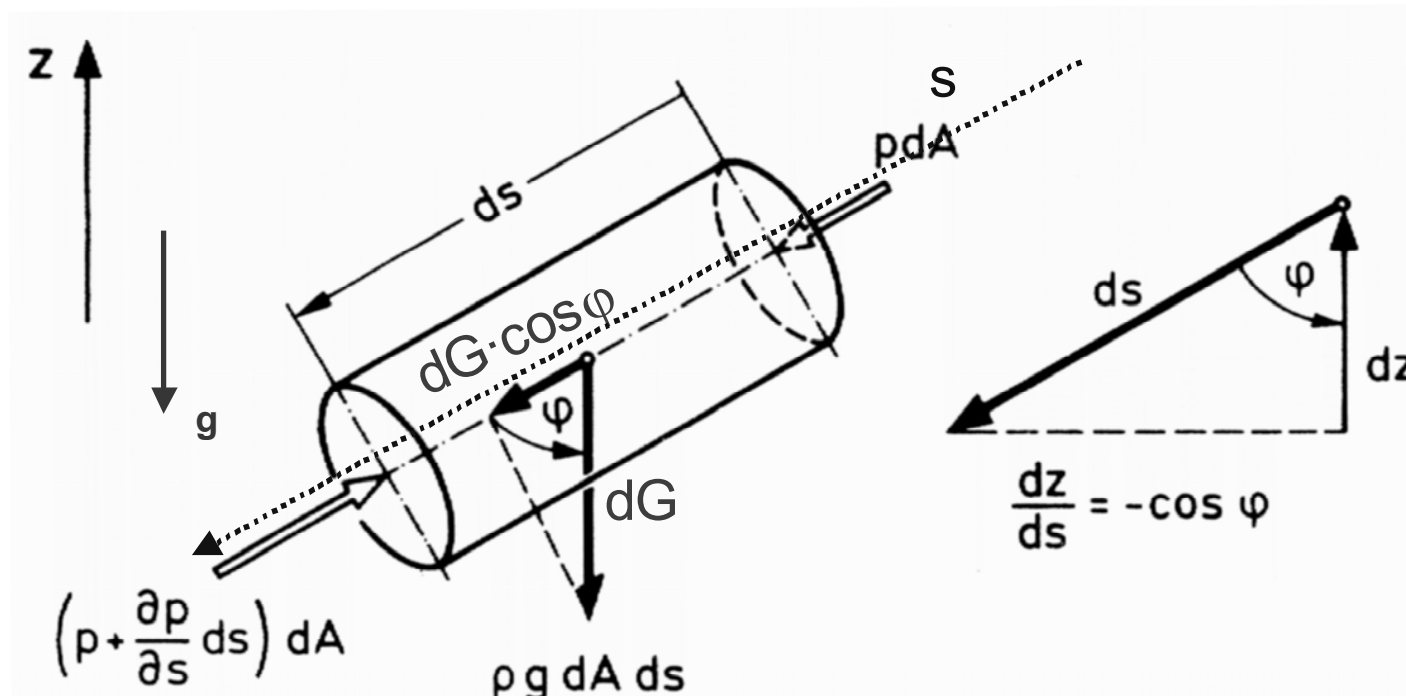
3. Hydro- und Aerodynamik

3.2 Grundgleichungen der Stromfadentheorie

3.2.2 Kräftegleichgewicht längs und quer zum Stromfaden

Reibungsfreie Strömung

Längs des Stromfadens



Wiederholung

3. Hydro- und Aerodynamik

3.2 Grundgleichungen der Stromfadentheorie

3.2.2 Kräftegleichgewicht längs und quer zum Stromfaden

Reibungsfreie Strömung

Längs des Stromfadens: **Eulersche Bewegungsglg.**

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\partial c}{\partial t} + c \cdot \frac{\partial c}{\partial s} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial s} - g \cdot \frac{dz}{ds}$$

$$\begin{aligned} c &= c(s,t) \\ p &= p(s,t) \\ \rho &= \rho(s,t) \end{aligned}$$

Stationär:

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{c^2}{2} \right) = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{ds} - g \cdot \frac{dz}{ds}$$

$$\begin{aligned} c &= c(s) \\ p &= p(s) \\ \rho &= \rho(s) \end{aligned}$$



Wiederholung

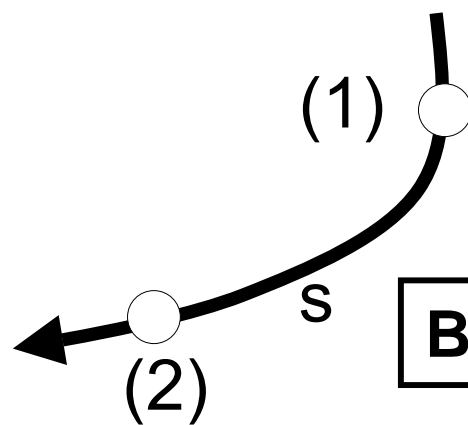
3. Hydro- und Aerodynamik

3.2 Grundgleichungen der Stromfadentheorie

3.2.2 Kräftegleichgewicht längs und quer zum Stromfaden

Reibungsfreie, stationäre Strömung

Integration der Euler Gleichung längs des Stromfadens



$$\frac{c_2^2}{2} + \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} + g \cdot z_2 = \frac{c_1^2}{2} + g \cdot z_1 = \text{konst.}$$

Bernoulli Gleichung für stationäre Strömungen

Von (1) zu beliebiger Stelle:

$$\frac{c^2}{2} + \int_{p_1}^p \frac{dp}{\rho} + g \cdot z = \text{konst.}$$



Wiederholung

3. Hydro- und Aerodynamik

3.2 Grundgleichungen der Stromfadentheorie

3.2.2 Kräftegleichgewicht längs und quer zum Stromfaden

Reibungsfreie Strömung

Bestimmung des Druckintegrals in Bernoulli Gleichung:

a) isobar: $p = \text{konst.} \Rightarrow \int_p^{p_2} \frac{dp}{\rho} = 0$

b) isochor: $\rho = \text{konst.} \Rightarrow \int_{p_1}^p \frac{dp}{\rho} = \frac{1}{\rho} \int_{p_1}^p dp = \frac{p - p_1}{\rho}$

Für inkompressible Strömungen



Wiederholung

3. Hydro- und Aerodynamik

3.2 Grundgleichungen der Stromfadentheorie

3.2.2 Kräftegleichgewicht längs und quer zum Stromfaden

Reibungsfreie, stationäre, inkompressible Strömung

$$\frac{c^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z = \text{konst.}$$

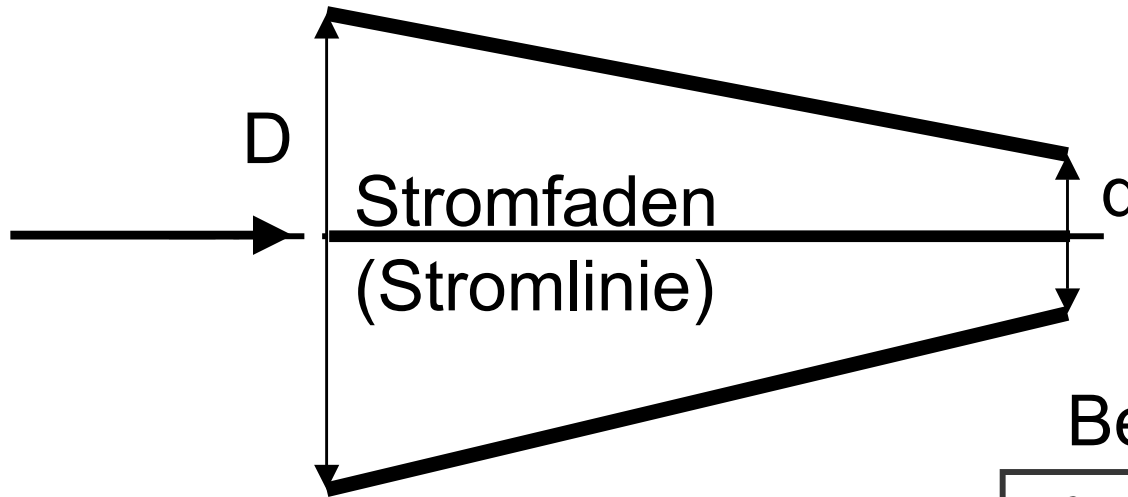
**Bernoulli Gleichung für stationäre,
inkompressible Strömung**

$$\frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g \cdot z_2 = \frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g \cdot z_1$$



3.2.2 Kräftegleichgewicht längs und quer zum Stromfaden

Beispiel: Reibungsfreie, stationäre, inkompressible Strömung durch kreisförmige Düse



Aus Massenerhaltung:

$$c_d = c_D \cdot (D/d)^2$$

Geschwindigkeitszunahme

Bernoulli Glg. von (D) nach (d):

$$\frac{c_D^2}{2} + \frac{p_D}{\rho} + g/z_D = \frac{c_d^2}{2} + \frac{p_d}{\rho} + g/z_d$$

$$\Rightarrow p_D - p_d = \frac{\rho}{2} (c_d^2 - c_D^2) = \frac{\rho}{2} c_D^2 \underbrace{\left[\underbrace{(D/d)^4}_{>1} - 1 \right]}_{>0} > 0$$

**Druck-
abnahme**



3.4 Die verschiedenen Druckbegriffe und ihre Messung

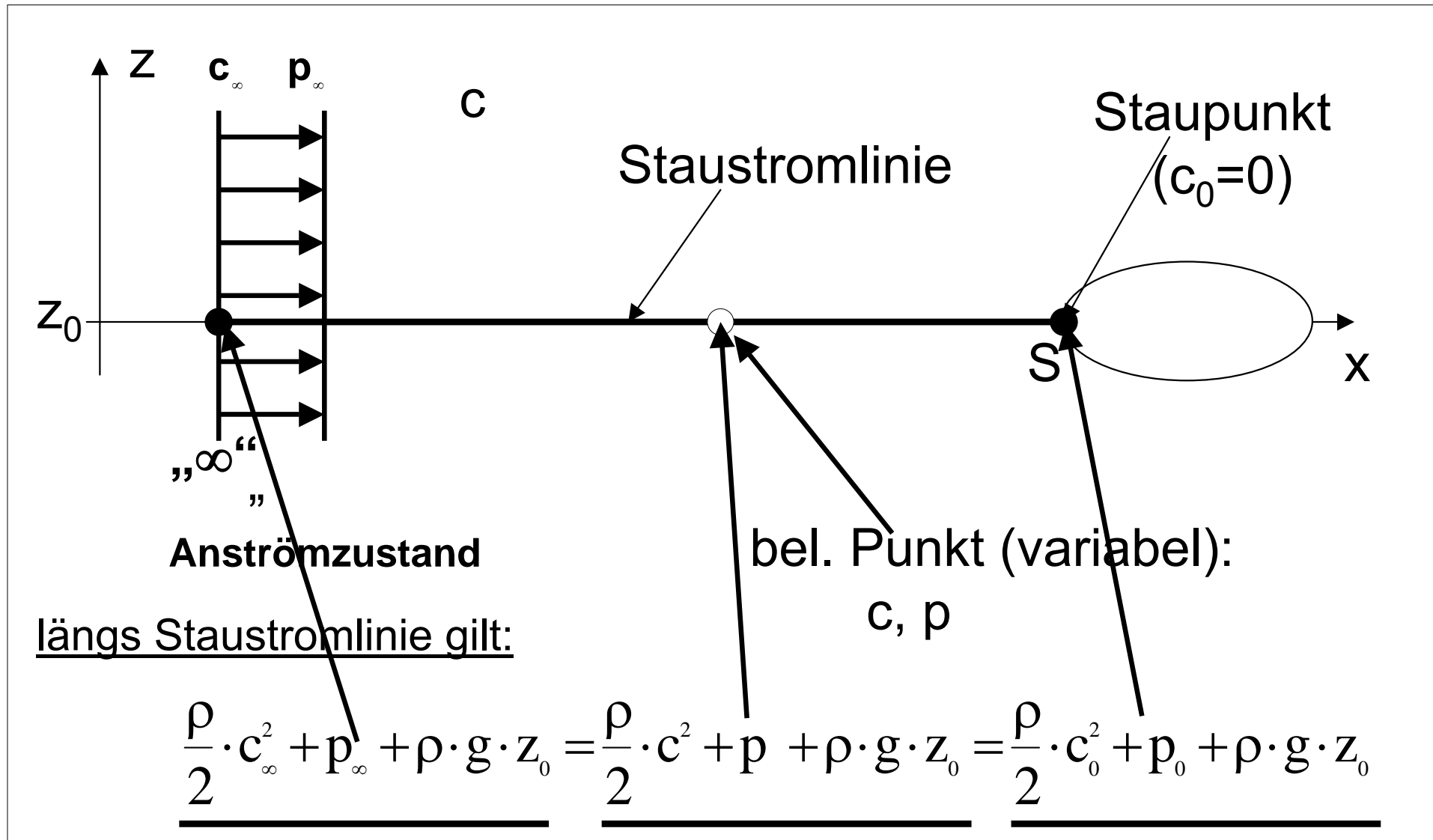
- stationäre, inkompressible Strömung im Schwerfeld
- Bernoulli-Gleichung liefert Verknüpfung von Druck p und Geschwindigkeit c längs Stromfaden:

$$\frac{\rho}{2} \cdot c^2 + p + \rho \cdot g \cdot z = \text{konst.}$$

<u>Bezeichnungen:</u>	$p = p_{\text{stat}}:$	<u>statischer</u> Druck
	$\frac{\rho}{2} \cdot c^2 = p_{\text{dyn}}:$	<u>dynamischer</u> Druck
	$p = p_0 :$	Ruhe-/Gesamtdruck



Konstante in Bernoulli-Gl. durch geeignete Bezugswerte festlegen:



$$\frac{\rho}{2} \cdot c_{\infty}^2 + p_{\infty} + \cancel{\rho \cdot g \cdot z_0} = \frac{\rho}{2} \cdot c^2 + p + \cancel{\rho \cdot g \cdot z_0} = \frac{\rho}{2} \cdot c_0^2 + p_0 + \cancel{\rho \cdot g \cdot z_0}$$

$$\frac{\rho}{2} \cdot c_{\infty}^2 + p_{\infty} = \frac{\rho}{2} \cdot c^2 + p = \frac{\rho}{2} \cdot \cancel{c_0^2} + p_0$$

Staupunkt: $c_0=0$

Ergebnis:

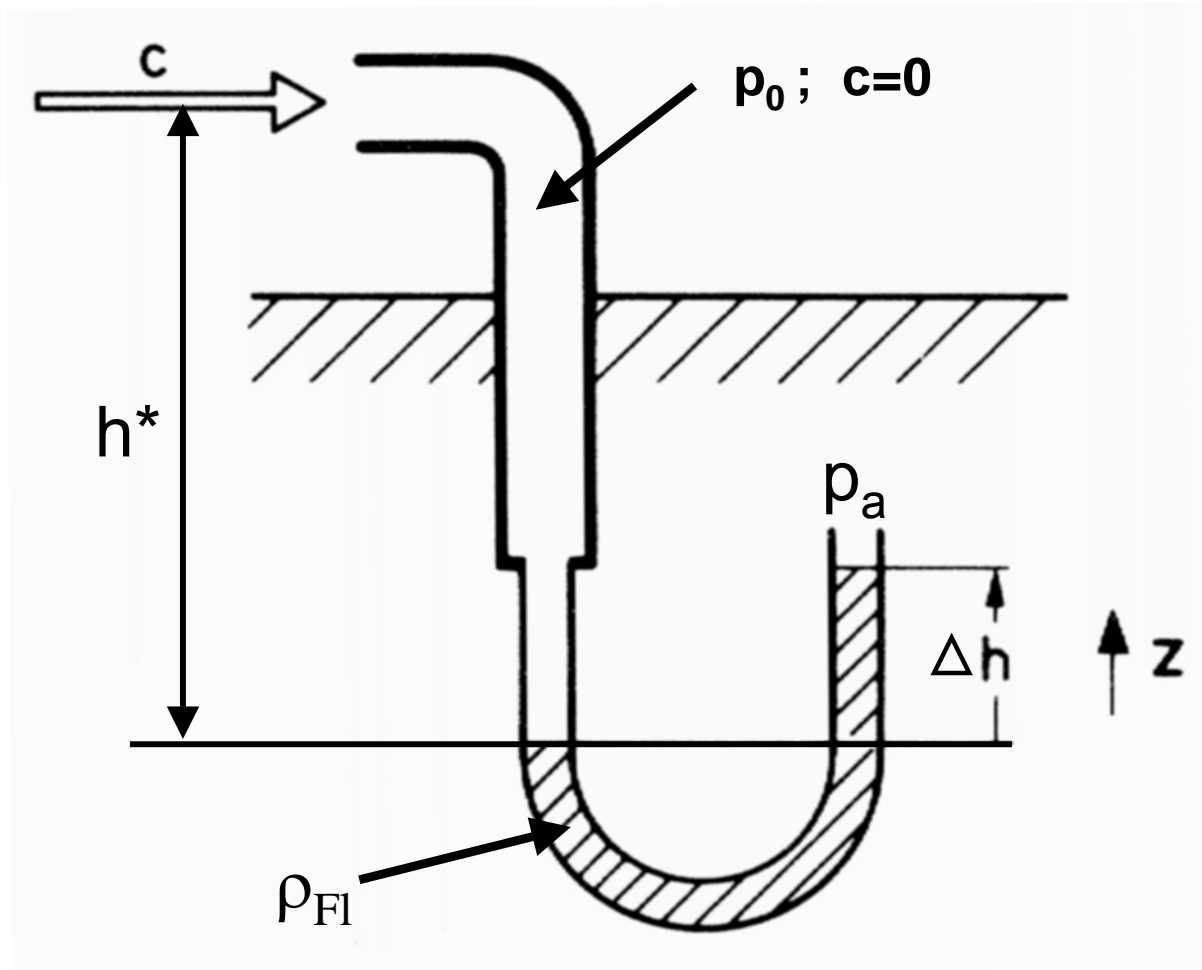
$$p_{\text{dyn}} + p_{\text{stat}} = p_0$$

mit $p_0 = \underline{\text{Ruhe- oder Gesamtdruck}}$
(im Staupunkt, $c=0$)



Messung des Ruhe- oder Gesamtdruckes

--- mit PITOT-Sonde (Hakensonde)



Gewicht des
Gases
Vernachlässigt

$$\Rightarrow \rho g h^* \approx 0$$

$$p_0 = p_a + \rho_{Fl} \cdot g \cdot \Delta h$$

