

# Wiederholung

## 2. Hydro- und Aerostatik

### 2.2 Fluiddruck in Kraftfeldern

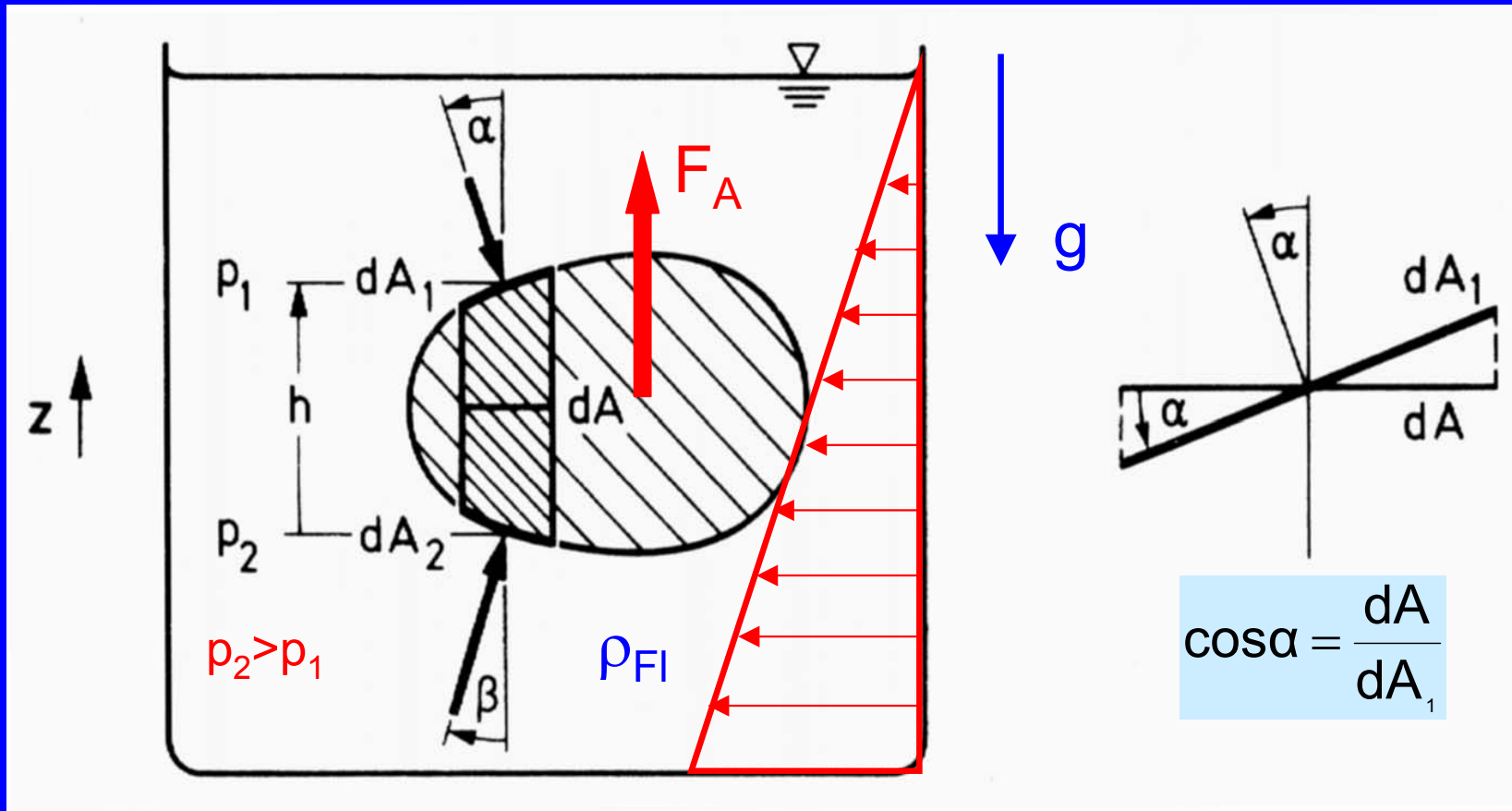
- Druckverteilung aus Kräftegleichgew. am Massenelement  
**Hydrostatische Grundgleichung**
- Druckverteilung im Schwerfeld bei
  - **Flüssigkeiten ( $\rho = \text{konst.}$ )**
  - **Gasen (ideales Gas, große Höhenunterschiede)**
- Druckverteilung im Zentrifugal- und Schwerfeld
  - **Flüssigkeiten ( $\rho = \text{konst.}$ )**

### 2.3 Druckkraft auf ebene Behälterwände ( $\rho = \text{konst.}$ )

### 2.4 Hydrostatischer Auftrieb (Druckkraft auf gekrümmte Wände ( $\rho = \text{konst.}$ ))



# Wiederholung



$$F_A = \rho_{Fl} \cdot g \cdot V$$

**Auftrieb = Gewicht der verdrängten Flüssigkeit**



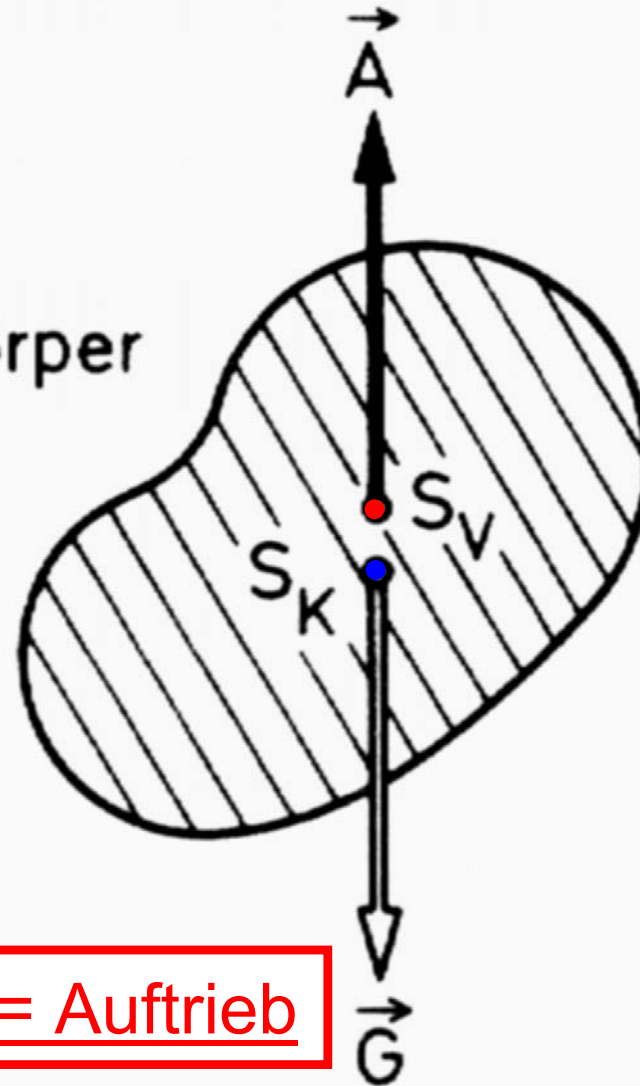
# Wiederholung

## Schwimmen/Schweben

eingetauchter  
schwimmender Körper

$S_V$  = Schwerpunkt der  
verdrängten Flüssigkeit

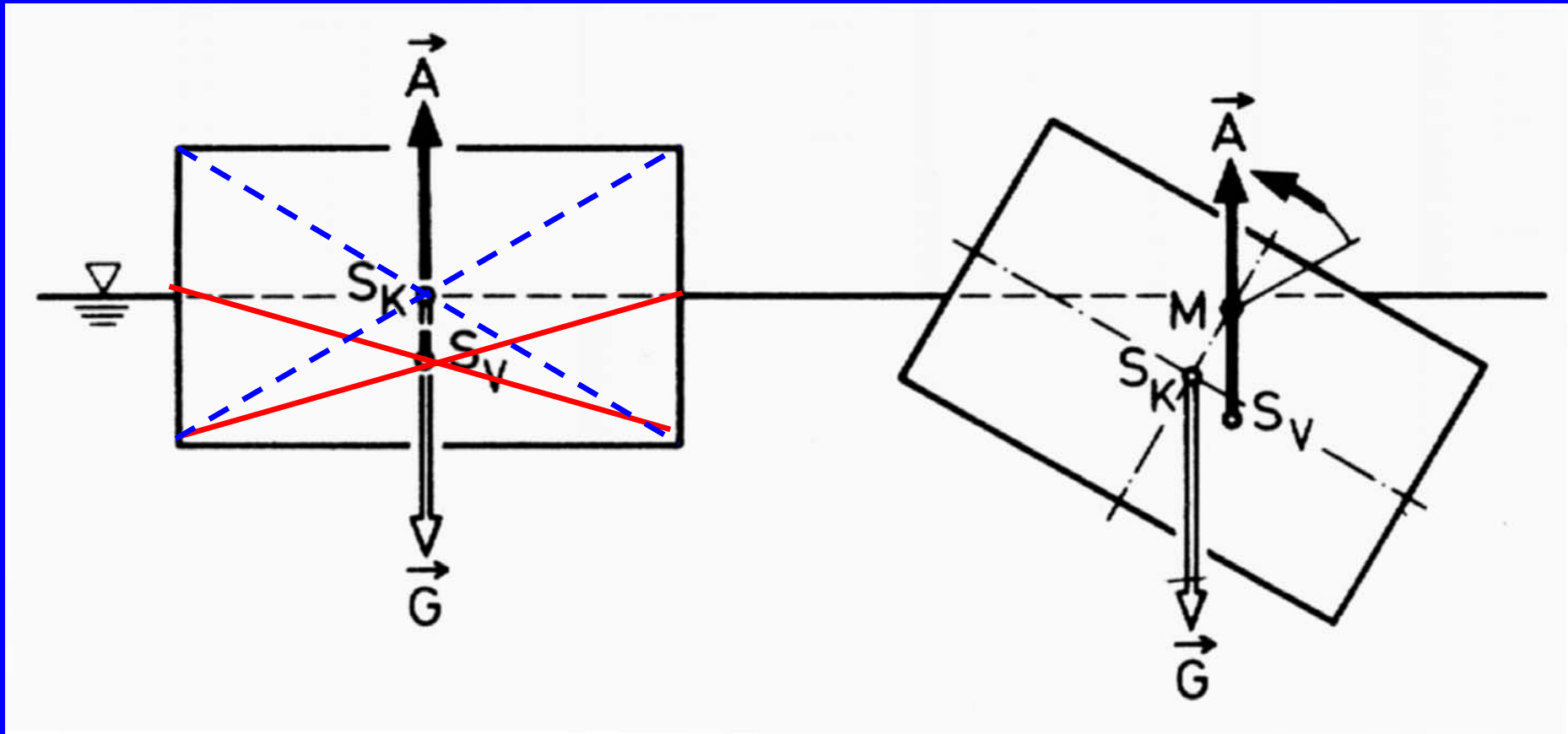
$S_K$  = Körperschwerpunkt



Schwimmen/Schweben: Gewicht = Auftrieb



## Stabile Schwimmmlage

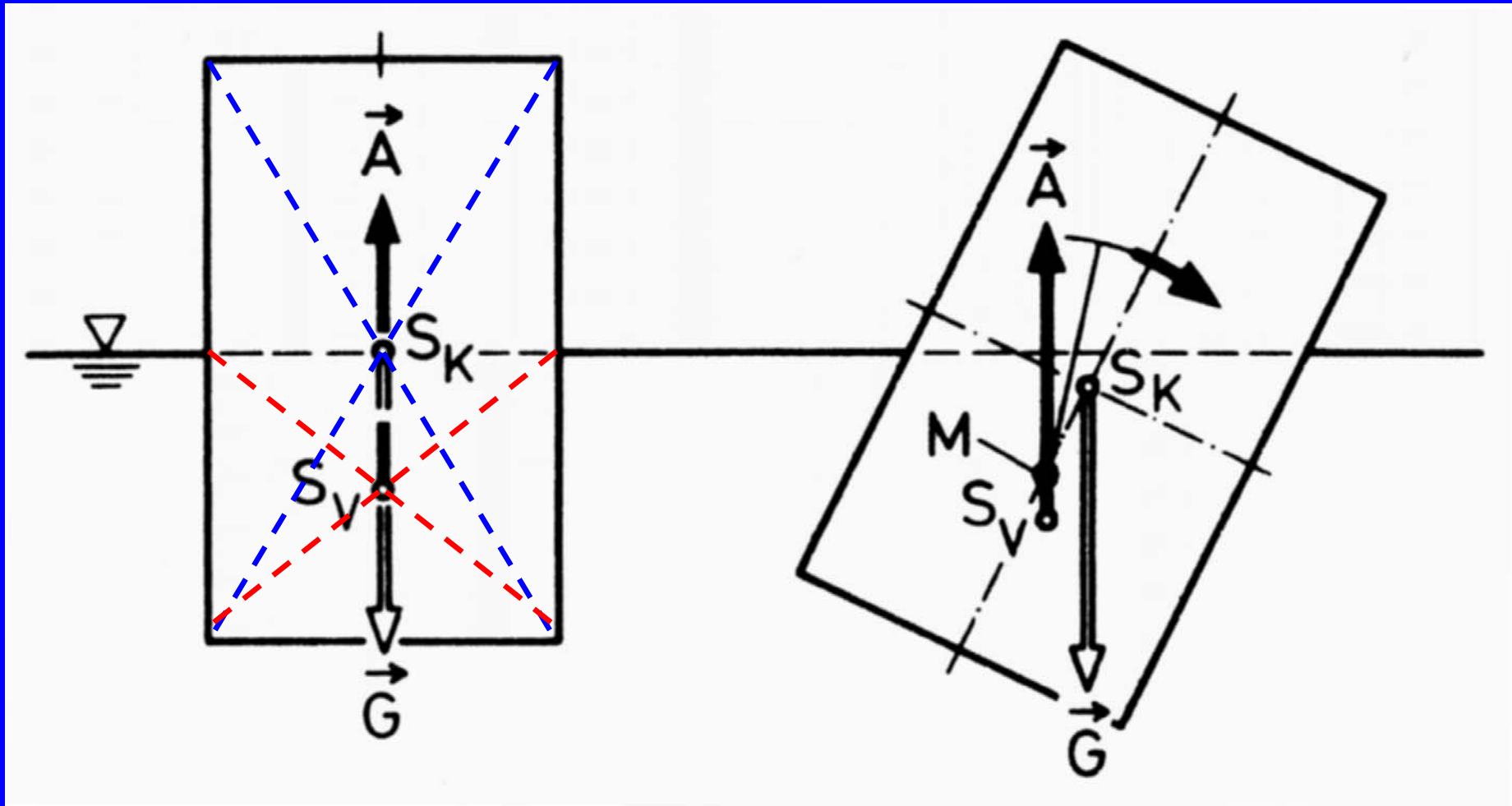


stabil: Metazentrum  $M$  oberhalb von  $S_K$

**Metazentrum:** Schnittpunkt von Wirkungslinie  $\vec{A}$  u. Hochachse



# Instabile Schwimmmlage



instabil:

Metazentrum  $M$  unterhalb von  $S_K$

**Metazentrum:** Schnittpunkt von Wirkungslinie  $\vec{A}$  u. Hochachse



# 3. HYDRO- und AERODYNAMIK

## 3.1 Stromfadentheorie

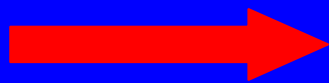
### 3.1.1 Grundbegriffe

Stromfeld = Raum, den das strömende Medium (incl. dem Medium selbst) einnimmt.

Stromfeld ist eindeutig bestimmt, wenn:

$$\vec{W} = \{u, v, w\}, p, \rho, T$$

als Funktion des Ortes  $f(x,y,z)$  bzw.  $f(\vec{r})$  und bei instationären Strömungen auch noch als Funktion der Zeit  $t$  bekannt sind.



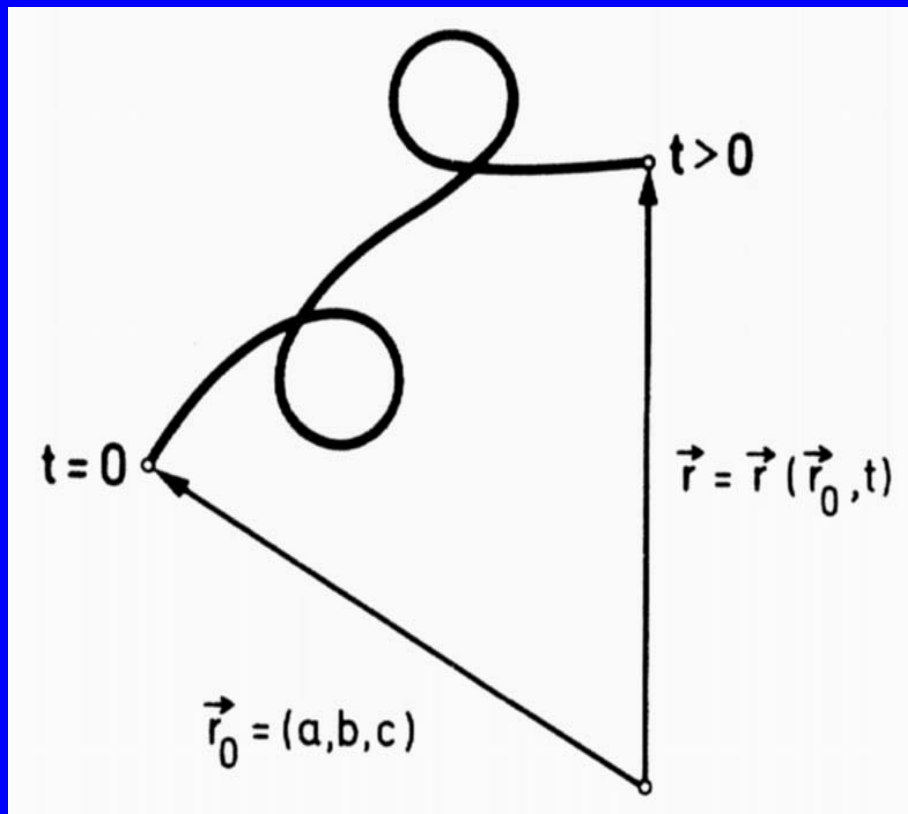
Grundgleichungen der Strömungslehre (6 Gleichungen)



Es gibt zwei verschiedene Beschreibungsmöglichkeiten für Stromfelder:

1. Lagrangesche Beschreibungsweise

(massen- oder teilchenfeste Betrachtung = mitbewegter Beobachter)



Position des jeweiligen Teilchens ist eine Funktion seiner Anfangslage:

$$\vec{r}_0 = (a, b, c)$$

und der Zeit  $t$ .

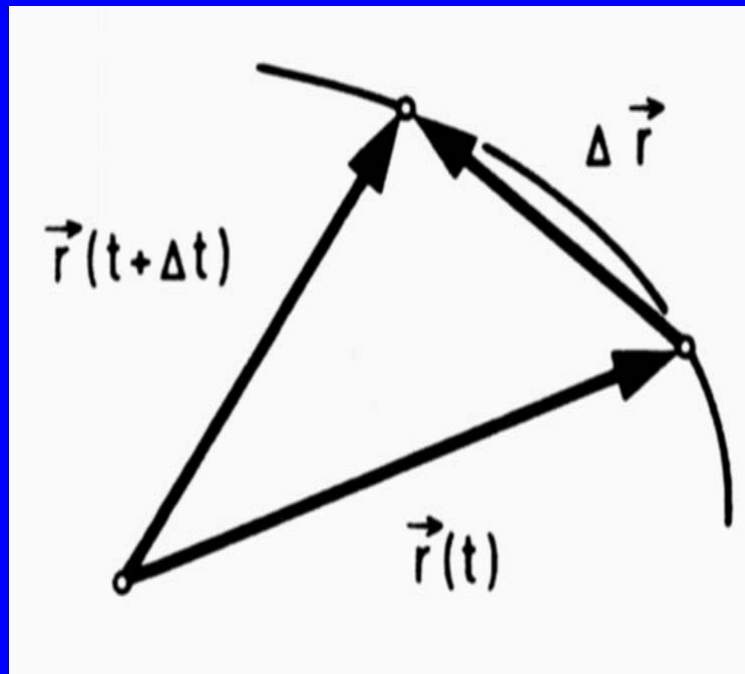
# Teilchenbahn (Trajektorie)





# 1. Lagrangesche Beschreibungsweise

Die Teilchenbahn lässt sich auf folgende Weise beschreiben:



Aus Geschwindigkeit

$$\vec{w} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \left( \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \right)_{a,b,c} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

folgt Teilchenbahn (Integration):

$$\Rightarrow d\vec{r} = \vec{w} dt$$

Beschleunigung:

$$\vec{b} = \left( \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial t^2} \right)_{a,b,c} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

Dazu muss Geschwindigkeit  
an jedem Ort bekannt sein!



## 2. Eulersche Beschreibungsweise (ortsfester Beobachter)

Wir betrachten dazu Änderung der Strömungsgrößen an fester Stelle im Raum.

Es gilt dabei folgender Zusammenhang (Kettenregel):

$$\frac{df(x, y, z, t)}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} \cdot \frac{dt}{dt} + \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt}$$
$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \mathbf{u} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \mathbf{v} + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \mathbf{w}$$

In der Strömungsmechanik:

Substantielle  
Ableitung

$$\frac{Df}{Dt} \equiv \frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} + w \frac{\partial f}{\partial z}$$

Lokale zeitl. Änderung

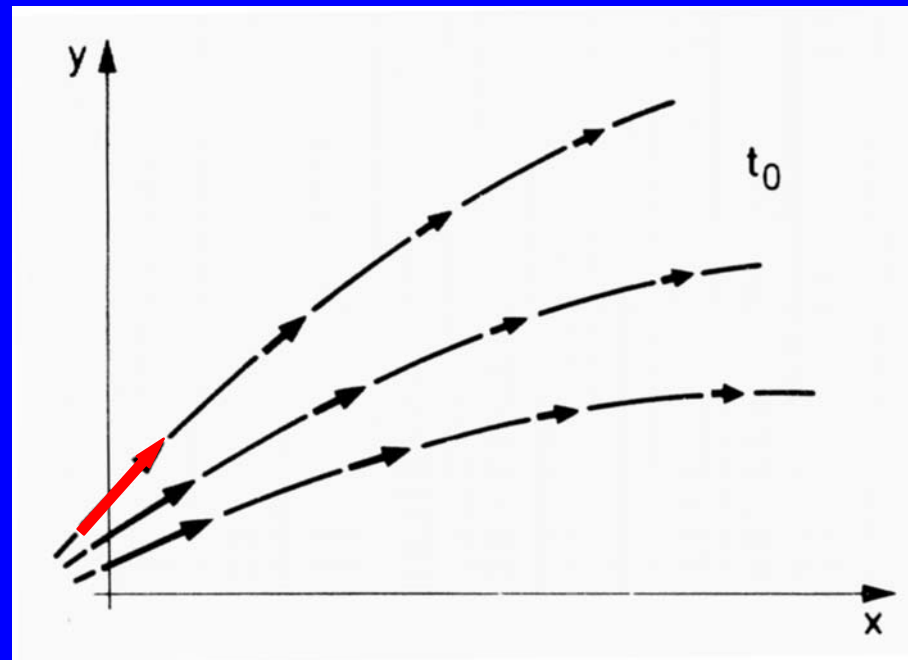
Konvektive Ableitung



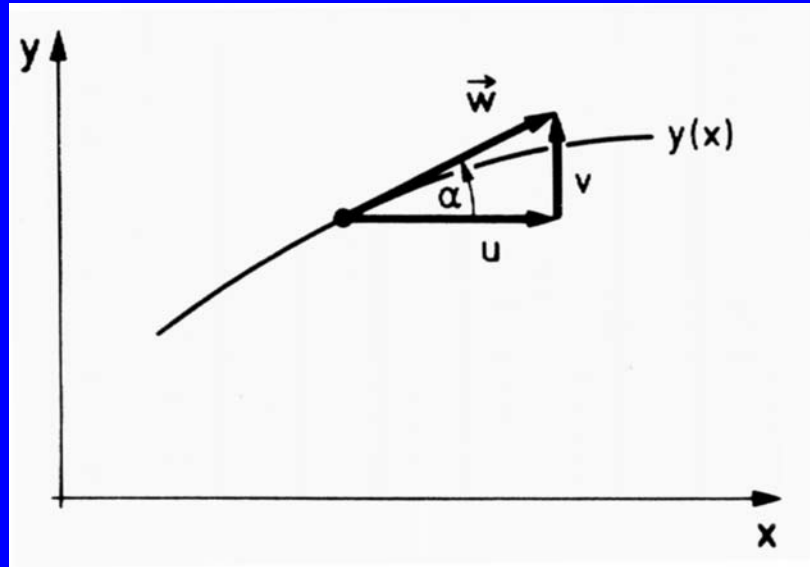
### 3.1.1 Grundbegriffe

Stromlinien = Linien, die auf das momentane Geschwindigkeitsfeld (d.h. zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t_0$ ) passen.

Der Geschwindigkeitsvektor ist somit Tangente zur Stromlinie. Keine Strömung senkrecht zur Stromlinie.



# Zur Berechnung von Stromlinien



Gleichung für Stromlinien:  
 $y=y(x)$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v(x, y, z)}{u(x, y, z)} = \frac{dy}{dx}$$

analog gilt im 3-D-Fall:

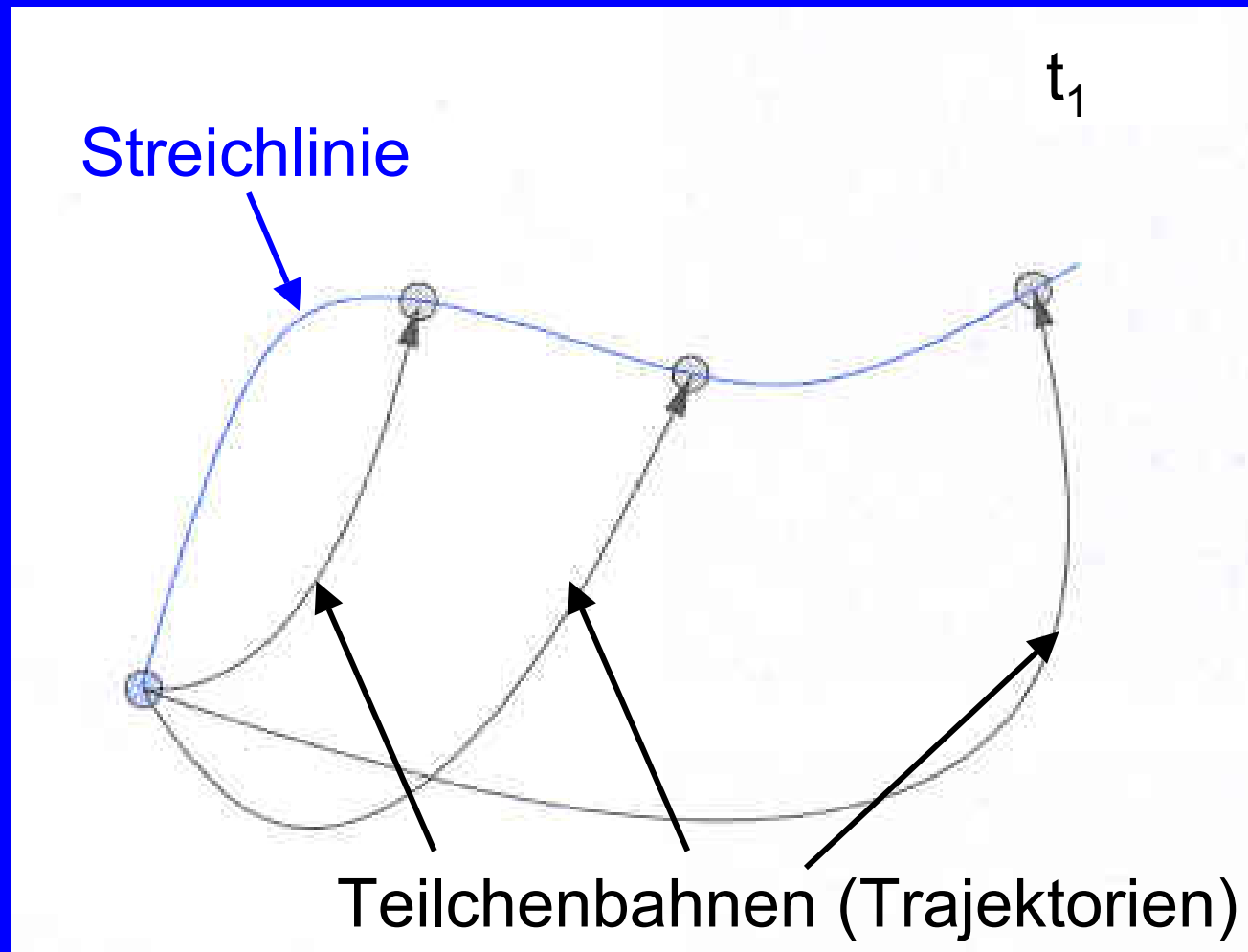
$$\frac{w(x, y, z)}{v(x, y, z)} = \frac{dz}{dy}$$

$$\frac{w(x, y, z)}{u(x, y, z)} = \frac{dz}{dx}$$



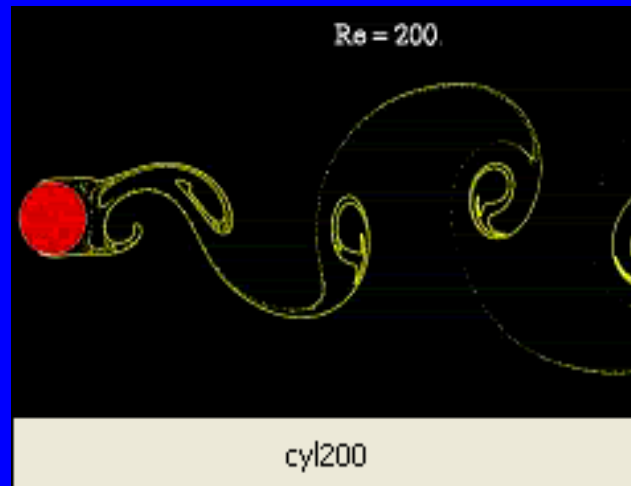
# Streichlinien

= verbinden zu einem festen Zeitpunkt  $t_1$  alle Teilchen miteinander, die alle **denselben ortsfesten** Punkt des Stromfeldes durchlaufen haben (oder werden). **Beispiel: Schornstein.**



# Streichlinien

= verbinden zu einem festen Zeitpunkt  $t_1$  alle Teilchen miteinander, die alle **denselben ortsfesten** Punkt des Stromfeldes durchlaufen haben (oder werden).

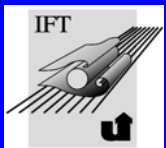
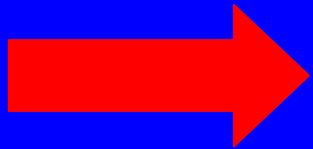


Nur bei stationären Strömungen  
(Feldgrößen KEINE Funktion der Zeit)  
gilt:

Teilchenbahn = Stromlinie = Streichlinie

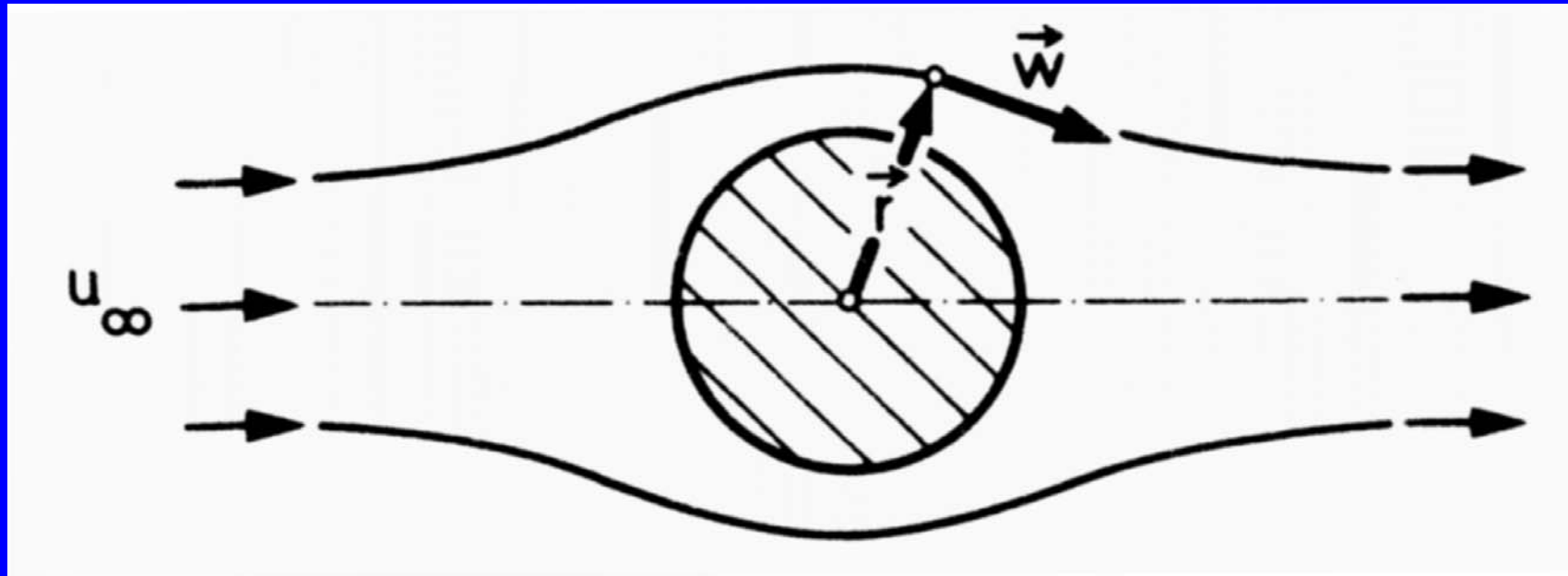


# Stationäre Zylinderumströmung





# Stationäre Zylinderumströmung

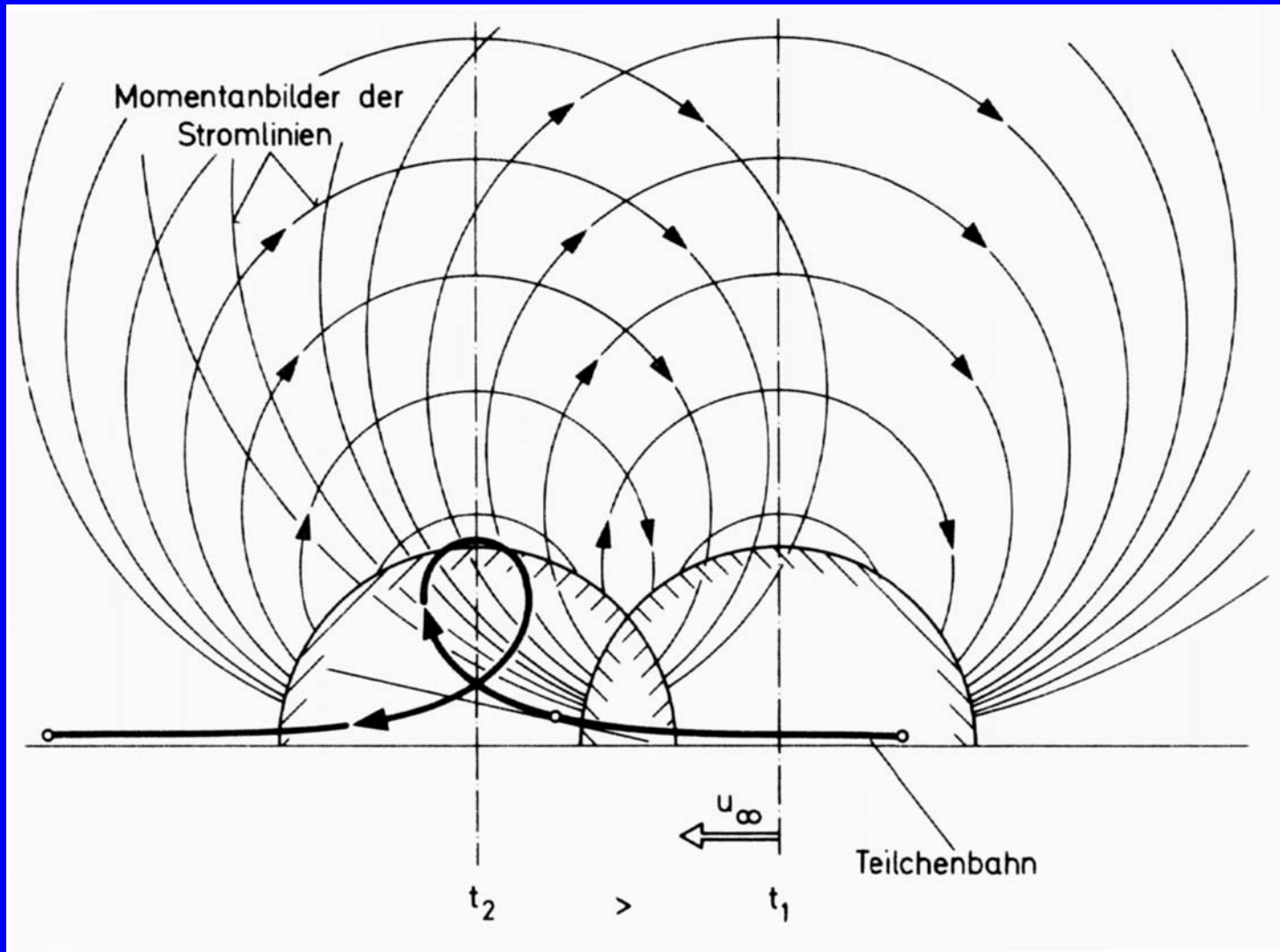


Stromlinie = Teilchenbahn = Streichlinie

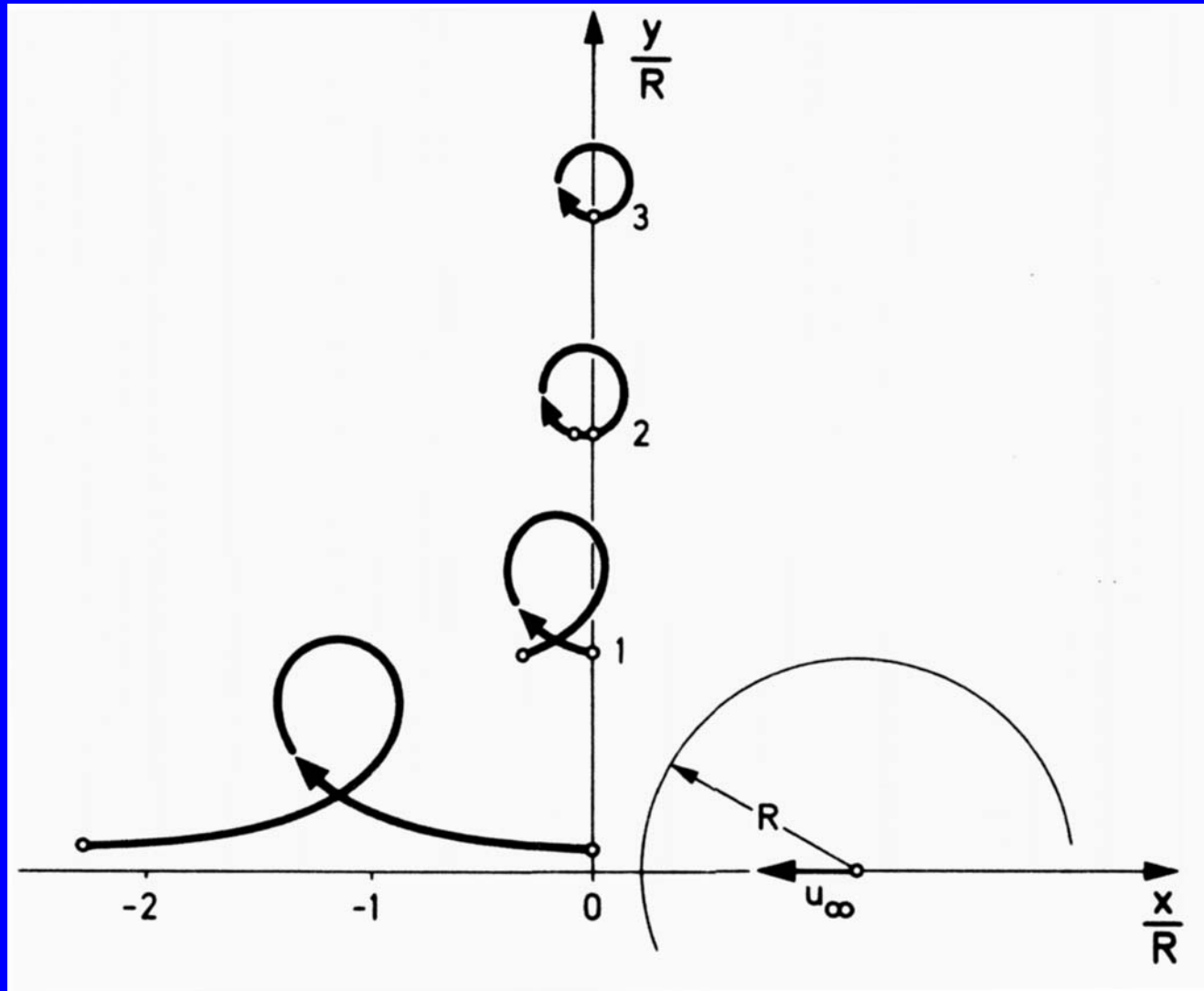
# Instationäre Zylinderumströmung



# Instationäre Zylinderumströmung

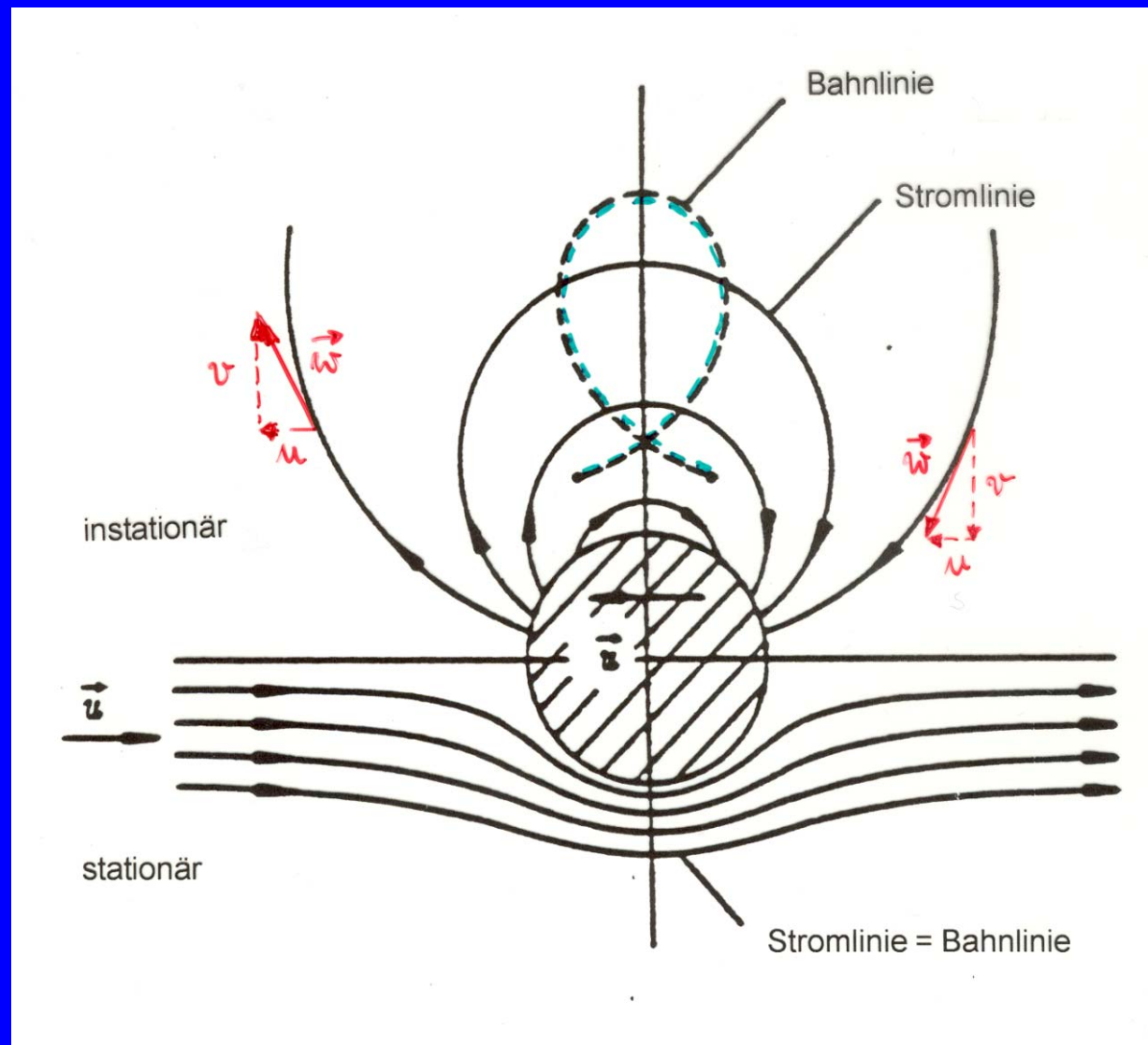


# Instationäre Zylinderumströmung

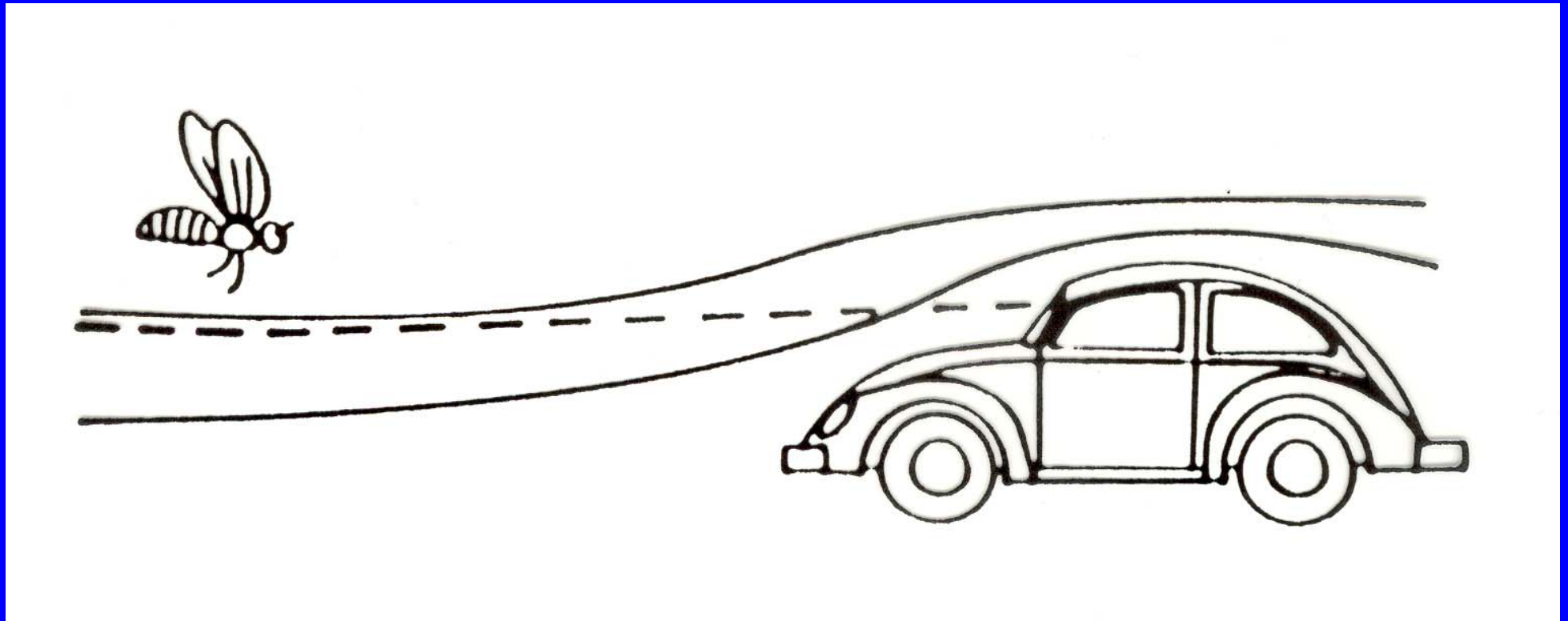


Teilchenbahnen

# Stromlinien und Bahnlinien bei stationärer und instationärer Zylinderumströmung



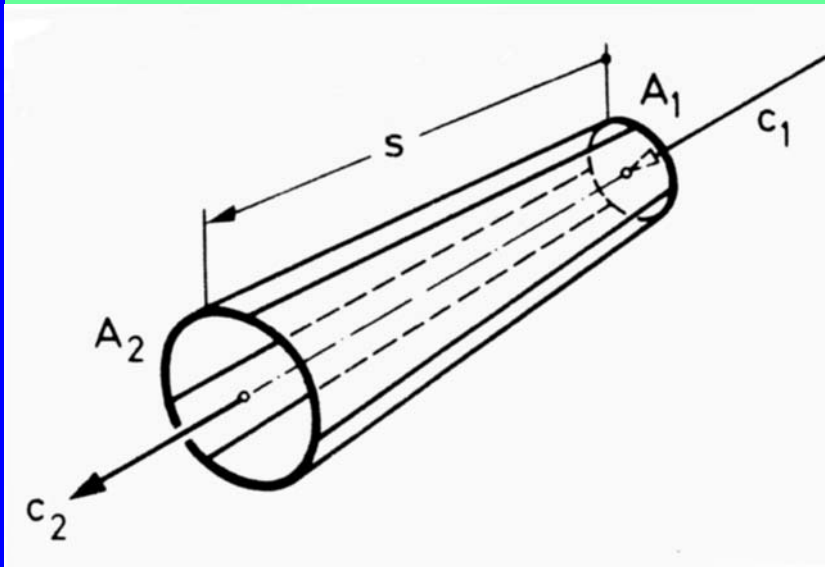
# Stromlinie = Bahnlinie ?



## 3.2 Grundgleichungen der Stromfadentheorie

**Stromfadentheorie:** nur bei **reibungsfreier Strömung** anwendbar!  
(i.a. auch stationär, muß aber nicht sein!)

**Stromfaden:**  
**Abstraktion:**



Mantelfläche besteht aus **Stromlinien**.  
Es entsteht eine **Stromröhre**.  
Durchmesser der Stromröhre solange zusammenziehen, bis Zustandsgröße im Querschnitt  $A_1$  oder  $A_2$  durch einen einzigen Wert darstellbar ist  
**= Stromfaden**

Grenzübergang:  $A_1, A_2 \Rightarrow 0$

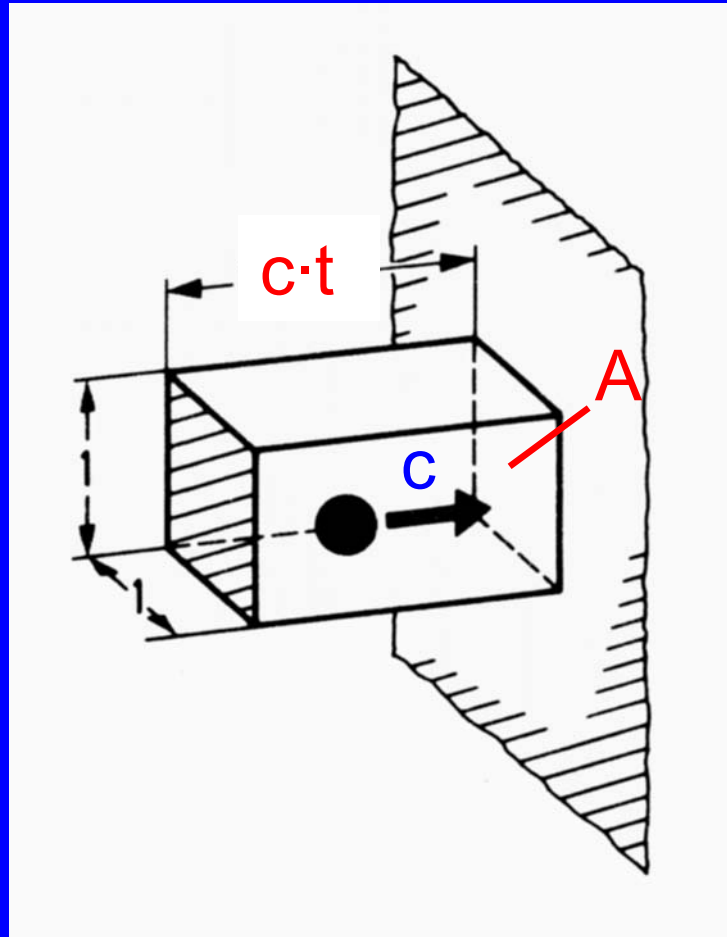
**=> Stromfaden = Stromlinie**





# Massenstrom $\dot{m}$

Masse  $m$  trete in der Zeit  $t$  mit der Geschwindigkeit  $c$  durch eine Fläche  $A$ :



Masse:  $m = \rho \cdot V = \rho \cdot c \cdot t \cdot A$

Massenstrom:

$$\frac{m}{t} = \dot{m} = \rho \cdot c \cdot A$$

$$\dot{m} = \left[ \frac{\text{Kg}}{\text{s}} \right]$$

In der Hydrodynamik:

inkompressibles Medium =  $\rho = \text{konst.}$

$$\frac{\dot{m}}{\rho} = \dot{V} = c \cdot A = \text{konst.}$$

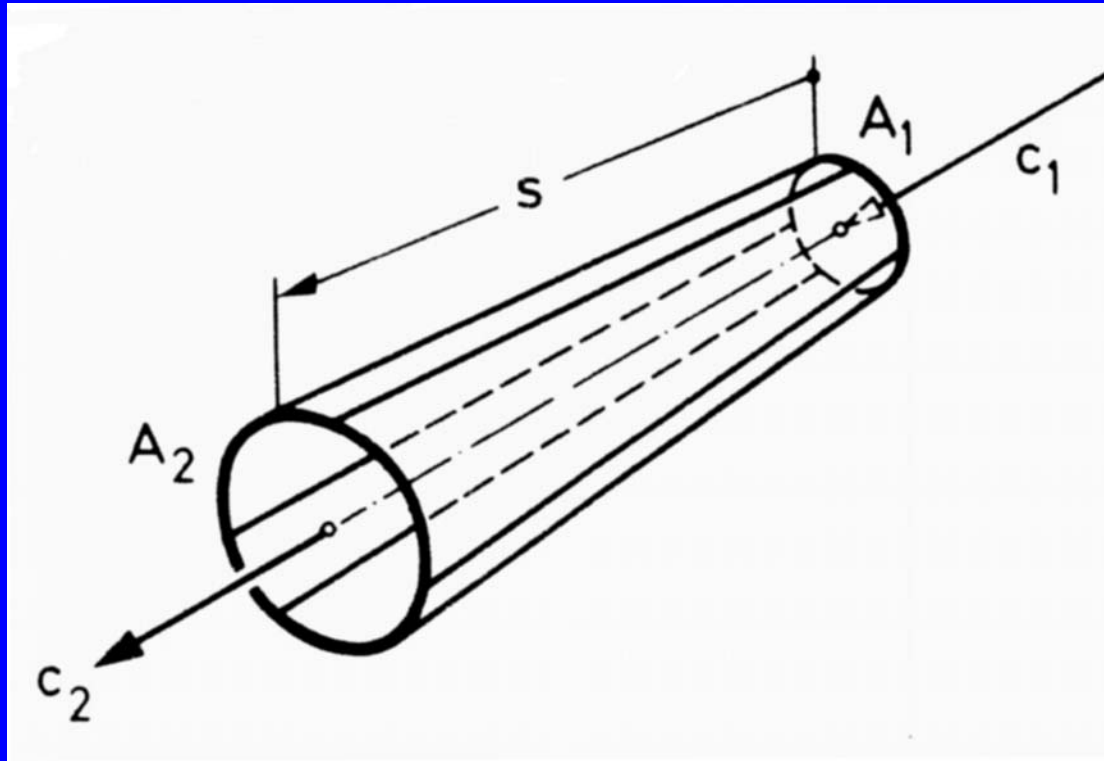
$$\dot{V} = \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] = \left[ \frac{\text{Liter}}{\text{s}} \right]$$

Volumenstrom





### 3.2.1 Kontinuitätsgleichung (Massenerhaltung):



Da Mantelfläche aus Stromlinien besteht, kann keine Masse durch diese Mantelfläche treten.

Massenstrom durch die Flächen  $A_1$  bzw.  $A_2$  muß gleich sein!

$$\dot{m} = \rho_1 \cdot c_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot c_2 \cdot A_2 = \text{konst}$$

$$\dot{m} = \rho \cdot c \cdot A = \text{konst}$$

**Kontinuitätsgleichung**

