

Wiederholung

Kontinuumshypothese (Modell):

- alle Feldgrößen (ρ, u, v, w, p, T) kontinuierlich in Raum u. Zeit
=> „Fluidteilchen/-partikel“ an jedem Punkt
- molekularer Aufbau der Materie bedingt Fluideigenschaften
=> z.B. Gase leicht, Flüssigkeiten schwer komprimierbar

Gültigkeitsbereich:

- => Notwendiges Volumen V_* (charakteristische Länge $l = V_*^{1/3}$)
bei Atmosphärendruck und 20° C (Größenordnungen!)
- Wasser: $V_* = 10^{-21} \text{ m}^3$ => $l = 10^{-7} \text{ m} = 0.1 \text{ } \mu\text{m}$
 - Luft (Gas): $V_* = 10^{-18} \text{ m}^3$ => $l = 10^{-6} \text{ m} = 1 \text{ } \mu\text{m}$

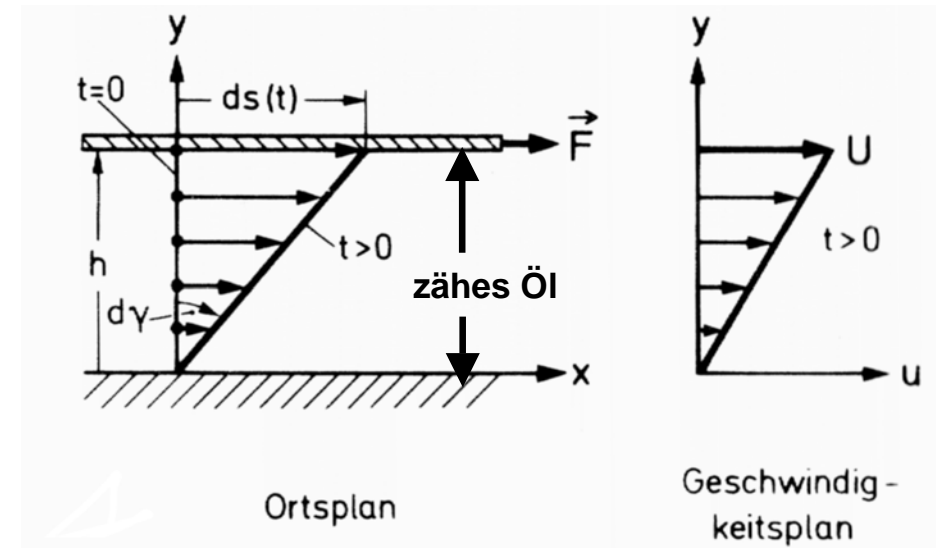
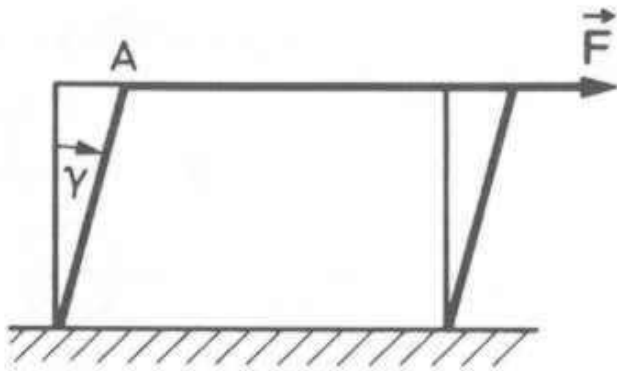
=> Makroskopische Abmessungen des Strömungsproblems müssen groß gegenüber l sein!



Wiederholung

Unterschied elastischer Festkörper und Fluid

Widerstand gegen Formänderung



- Festkörper: Schubspannung \sim Deformation
- Fluid: Schubspannung \sim Deformationsgeschwindigkeit

$$\tau = \mu \dot{\gamma} = \mu \frac{du}{dy}$$

- Newtonsches Fluid
- μ : dynamische Viskosität



Dynamische Viskosität (Zähigkeit) μ

Maß für erforderliche Kraft ($\sim \tau$), um du/dy zu erzeugen

$$\mu = \frac{\vec{F} / A}{du / dy} = \frac{\tau}{du / dy} \quad [\mu] = \frac{N / m^2}{m / s / m} = \frac{N}{m^2} s = Pa \cdot s$$

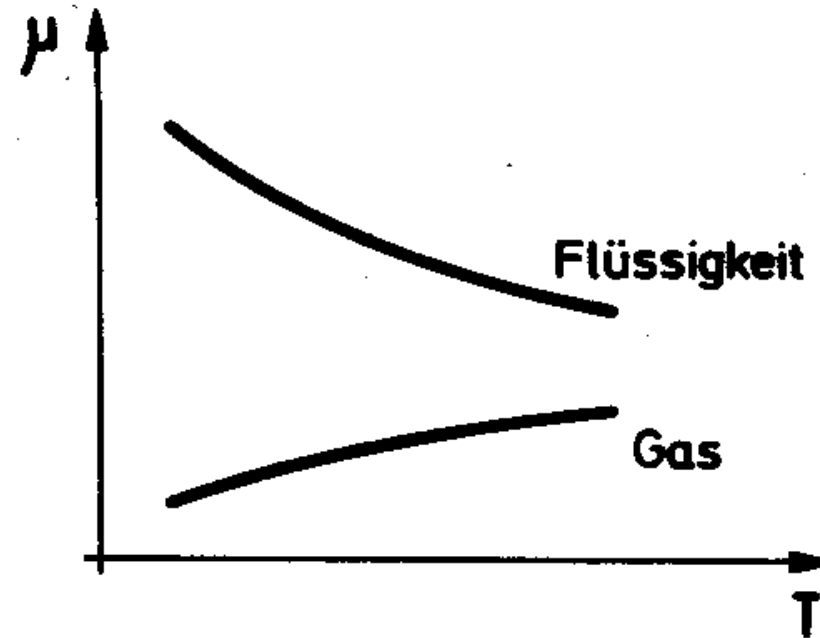
Viskosität (= innere Reibung) aus molekularen Eigenschaften

- Gas: Impulsaustausch senkrecht zur Strömungsrichtung durch Stöße mit langsameren/schnelleren Molekülen
- Flüssigkeit: intermolekulare Anziehung dominiert

Immer **Vergleichmäßigung der Geschwindigkeit** angestrebt
(minimieren des inneren Spannungszustands)



Änderung der Zähigkeit von Flüssigkeiten und Gasen mit der Temperatur



Gas:

mit zunehmender Temperatur nimmt die mittlere Molekülgeschwindigkeit zu, was gleichbedeutend mit einer Zunahme des übertragenen Impulses beim Stoß ist. Deshalb nimmt die Viskosität eines Gases mit steigender Temperatur zu.

Flüssigkeit:

Intermolekulare Anziehungskräfte lockern sich mit zunehmender Temperatur, weshalb dann die Viskosität sinkt.



Tabelle

Unter Normalbedingungen gilt (Atmosphärendruck, T=20°C):

Medium	$\mu = \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \right] = [\text{Pa} \cdot \text{s}]$	$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]$
Luft	$18,2 \cdot 10^{-6}$	$15,11 \cdot 10^{-6}$
Wasser	$1002 \cdot 10^{-6}$	$1004 \cdot 10^{-6}$
Silikonöl Bayer M100	$130\,950 \cdot 10^{-6}$	$135 \cdot 10^{-6}$

μ = charakteristische Größe für die übertragende Kraft und nicht ν

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}}$$

ν : kinematische Viskosität



Bei NEWTONschen Fluiden gilt :

Schubspannung \sim Deformationsgeschwindigkeit

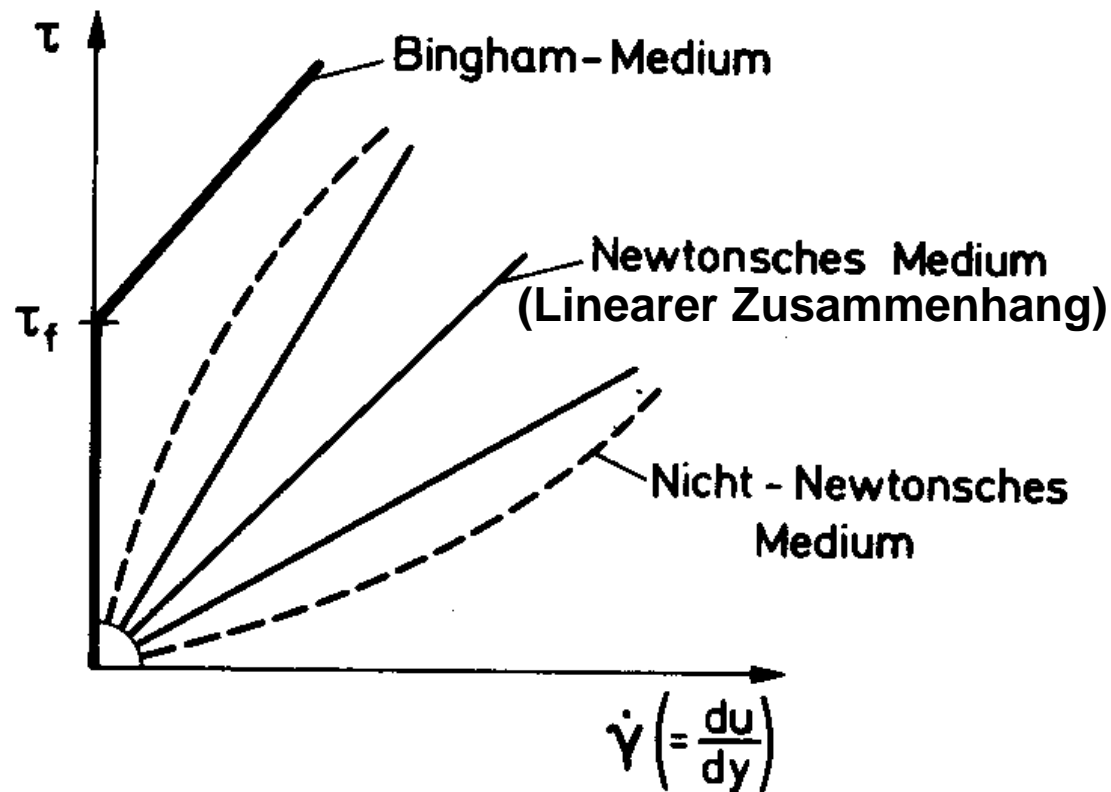
$$\tau \sim \dot{\gamma} \left(= \frac{du}{dy} \right)$$

Allgemein (mit Fließfunktion f):

$$\tau = f(\dot{\gamma}) \quad \text{mit} \quad f(0) = 0$$

=> Material ist Fluid!

Fließfunktion $\tau = \tau(du/dy)$ für verschiedene Medien



Newtonsche Medien:

z.B. Luft, Wasser, Öl

Nicht-Newtonsche Medien:

z.B. Farben, Schmelzen, Stärke

Bingham-Medium:

z.B. Zahnpasta, Brei

1.4 Volumenänderung und Zustandsgleichung für ideale Gase

Thermische Zustandsgleichung idealer Gase (Thermodynamik):

$$\boxed{\frac{p}{\rho} = \frac{R}{m} \cdot T}$$

mit

$$\mathbf{IR} = \frac{R}{m} = c_p - c_v \quad ; \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

wobei gilt:

T = absolute Temperatur (in °Kelvin)

R = allgemeine (molare) oder universelle Gaskonstante

IR = spezifische Gaskonstante

m = Molmasse in g/mol

c_p = spezifische Wärme bei konstantem Druck

c_v = spezifische Wärme bei konstantem Volumen

κ = Isentropenexponent



1.4 Volumenänderung und Zustandsgleichung für ideale Gase

Andere Formulierung:

$$p \cdot V = M \cdot IR \cdot T$$

wobei gilt:

T = absolute Temperatur (in °Kelvin)

IR = spezifische Gaskonstante

M = Masse

V = Volumen

z.B. isotherme (T = konst.) Kompression:

$$p \cdot V \stackrel{\text{isotherm}}{=} \textit{konst.}$$



$$R = 8.314 \cdot 10^3 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{g}}{\text{sec}^2 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}} = 8.314 \frac{\text{Joule}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$IR = \frac{R}{m} = c_p - c_v \left[\frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2 \cdot \text{K}} = \frac{\text{Joule}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

Gas	O ₂	N ₂	H ₂	Luft
m [g/mol]	32	28	2	~29
IR [J/kg·K]	259.83	296.8	4124.4	287.06

(Werte für p=0.987 bar und T=298.15 °K)

Bei realen Gasen:

kompliziertere Zustandsgleichung (z.B. van-der Waals-Gl.)



Im Rahmen der Vorlesung:

einfache Problemstellungen \longrightarrow immer kompliziertere Fragestellungen

Dabei: - nur inkompressible ($\rho = \text{Konst.}$) Fluide oder ideale Gase
- nur NEWTONsche Fluide

	Hydrostatik	Aerostatik	Hydrodynamik	Aerodynamik
p				
ρ	$\rho = \text{konst}$		$\rho = \text{konst}$	
\vec{w}	$w = 0$	$w = 0$		
Beispiele	ruhende Flüssigkeit	ruhende Atmosphäre	Bewegung von Flüssigkeiten	Bewegung von Gasen

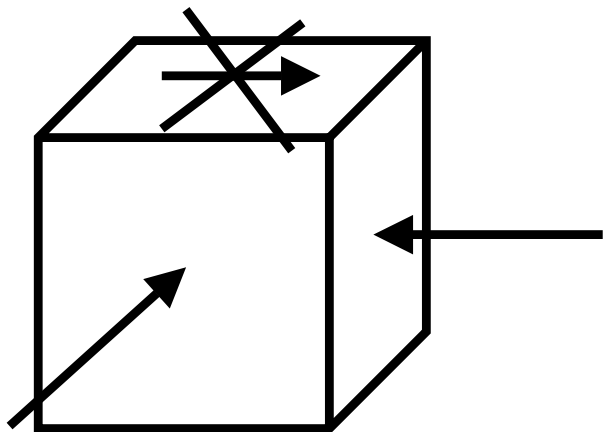
Die Temperatur T ist über die Zustandsgleichung mit p und ρ verknüpft!



2. Hydro- und Aerostatik

Ruhendes Fluid, $(u,v,w) = (0,0,0)$, keine Deformation:

- => in jedem Raumpunkt exaktes Kräftegleichgewicht**
- => es existieren keine Geschwindigkeitsgradienten**
- => es existieren keine Schubspannungen
(Newtonsches Fluid, $\tau = \mu \, du/dy = 0$)**
- => Kräfte nur durch Normalspannungen
(Druckkraft wirkt immer senkrecht auf Flächen)**



- Druckverteilung für $\rho = \text{konst.}$
- Flüssigkeitsspiegel in „kommunizierenden Röhren“
- Druckverteilung für $\rho \neq \text{konst.}$
- Druckkräfte auf Flächen u. Körper



2.2 Fluiddruck in Kraftfeldern

Grundsätzlich zwei Arten von Kräften:

1. Massenkräfte F_M : wirken auf die Masse des Fluidelementes

z.B. Schwerkraft, Zentrifugalkraft, elektr./magnet. Kräfte

Diese Kräfte sollen durch folgende Größe erfaßt werden:

$$\frac{\vec{F}_M}{M} = \vec{f} : \quad \vec{f} = (f_x, f_y, f_z)$$

Massenkraft pro Masseneinheit



2.2 Fluiddruck in Kraftfeldern

2. Oberflächenkräfte F_o : wirken auf die Oberflächen des Fluidelementes

z.B. Druckkraft (=Normalkraft), Reibungskraft (=Tangentialkraft), etc.

Diese Oberflächenkräfte werden durch Normal- und durch Tangentialspannungen (Schubspannungen) hervorgerufen.

Hier: ruhendes Fluid \longrightarrow es kann als Oberflächenkraft **nur** der **statische Druck p** (Normalspannung) wirken.

Keine Tangential-/Schubspannungen, da diese nur bei Geschwindigkeitsgradienten im Fluid auftreten.



Kräftegleichgewicht am infinitesimalen Volumenelement

$$dV = dx \, dy \, dz \text{ (Quader):}$$

Kräftegleichgewicht in x-Richtung:

