

Aufgabe 1:

Bernoulli 0 → 1:

$$p_0 + \rho g H_1 = p_1 + \frac{\rho}{2} c_1^2 \quad (1)$$

p_1 durch Druckgleichgewicht am U-Rohr:

$$p_1 = p_a + \rho_M g \Delta h \quad (2)$$

(1) in (2):

$$p_0 + \rho g H_1 = p_a + \rho_M g \Delta h + \frac{\rho}{2} c_1^2$$

$$\Leftrightarrow c_1 = \sqrt{\frac{2}{\rho} p_0 + g(\rho H_1 - \rho_M \Delta h) - p_a} \quad (3)$$

Bernoulli 1 → 2:

$$p_1 + \frac{\rho}{2} c_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} c_2^2 \quad (4)$$

p_2 aus Hydrostatik (Freistrah!):

$$p_2 = p_3 + \rho g H_3 \quad (5)$$

c_2 aus Konti-Gleichung:

$$c_1 A_1 = c_2 A_2 \Leftrightarrow c_2 = c_1 \frac{A_1}{A_2} \quad (6)$$

(2),(3),(5) und (6) in (4):

$$p_3 = p_0 + \rho g (H_1 - H_3) - (p_0 + g(\rho H_1 - \rho_M \Delta h) - p_a) A_1 / A_2^2$$

Aufgabe 2:

a)

p_0 aus Hydrostatik:

$$p_0 = p_a + \rho g \Delta h \quad (2)$$

Es gilt Volumenkonstanz: $V = konst.$

$$\Rightarrow \frac{\Delta h}{2} a = h' A \Leftrightarrow h' = \frac{\Delta h}{2} \frac{a}{A} \quad (3)$$

→ h' ist darin die Höhe um die der Spiegel im großen Behälter steigt

$$\text{isotherme Zustandsänderung: } \frac{p_0'}{p_0} = \frac{V}{V'} \Leftrightarrow p_0' = p_0 \frac{V}{V'} = p_0 \frac{A(H-h)}{A(H-h+h')} \quad (4)$$

(2) und (3) in (4):

$$p_0' = (p_a + \rho g \Delta h) \frac{H-h}{H-h+\frac{\Delta h a}{2 A}}$$

b) analog zu a)

$$\begin{aligned} \text{isentropie Zustandsänderung: } \frac{p_0'}{p_0} &= \frac{V^\kappa}{V'^\kappa} \Leftrightarrow p_0' = p_0 \frac{V^\kappa}{V'^\kappa} = p_0 \frac{A(H-h)^\kappa}{A(H-h+h')^\kappa} \\ &\Rightarrow p_0' = (p_a + \rho g \Delta h) \frac{H-h}^{H-h+\frac{\Delta h a}{2 A}} \end{aligned}$$

c)

für schwimmenden Körper gilt:

$$F_A = G \quad (5)$$

hier:

$$G = \rho_W g V_{W\ddot{u}rfel} \quad (6)$$

$$F_A = \rho g V_{Ballon} \quad (7)$$

Zusammenhang zwischen der Kantenlänge a des Würfels und dem Radius r des Ballons über Pythagoras:

$$\begin{aligned} r^2 &= \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow a = \sqrt{2} r \\ &\Rightarrow V_{W\ddot{u}rfel} = a^3 = \sqrt{8} r^3 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\Rightarrow V_{Ballon} = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (9)$$

(6),(7),(8) und (9) in (5):

$$\Rightarrow \rho_W = \frac{4}{3\sqrt{8}} \pi \rho$$