

Musterlösung

Strömungslehre vom 29.03.2010

Aufgabe 1:

Druckgleichgewicht am U-Rohr: $p'_1 = p'_2 = \rho_M g \Delta h$ (1)

Druckgleichgewicht im linken Behälter: $p'_1 = p_1 + \rho_1 g \frac{\Delta h}{2} - h_1$ (2)

Druckgleichgewicht im rechten Behälter: $p_2 = p'_2 + \rho_2 g \frac{\Delta h}{2} + h_2$ (3)

(2) und (3) in (1):

$$p_1 + \rho_1 g \frac{\Delta h}{2} - h_1 = p_2 - \rho_2 g \frac{\Delta h}{2} + h_2 + \rho_M g \Delta h$$

$$\Rightarrow p_1 - p_2 = g \left[\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2 + \Delta h \rho_M - \Delta h \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \right]$$

-

Aufgabe 2:

Kräftegleichgewicht am Quader: $\int_0^L p(x) t dx + G - p_a L t = 0$ (1)

Bernoulli von außen $\rightarrow x$: $p_a = p(x) + \frac{\rho}{2} c(x)^2$ (2)

Konti-Gleichung: $c(x) h(x) t = c_0 h_0 t \Leftrightarrow c(x) = c_0 \frac{h_0}{h(x)} = c_0 h_0 \sqrt{ax + b}$ (3)

mit (2) und (3) folgt:

$$\int_0^L p(x) t dx = \int_0^L \left[p_a - \frac{\rho}{2} c_0^2 h_0^2 ax + b \right] t dx = p_a L t - \frac{\rho}{2} c_0^2 h_0^2 t \frac{a}{2} L^2 + b L$$

(4)

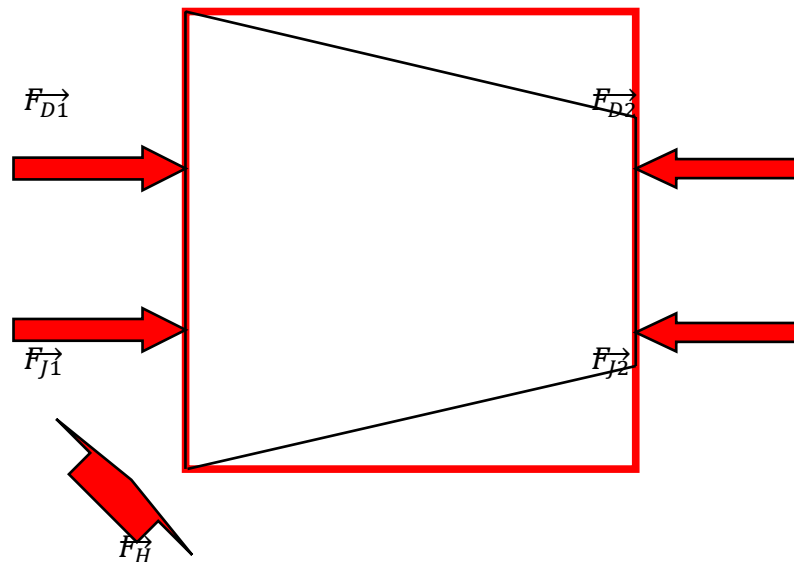
(4) in (1):

$$c_0 = \sqrt{\frac{2G}{\rho t L \left[\frac{h_0^2 - h_1^2}{2h_1^2} + 1 \right]}}$$

-

Aufgabe 3:

Kontrollraum und Kräfte:



→ keine Kräfte in y-Richtung: $\Rightarrow F_{Hy} = 0$

Impulssatz in x-Richtung: $|\vec{F}_{D1}| + |\vec{F}_{J1}| + F_{Hx} - |\vec{F}_{D2}| - |\vec{F}_{J2}| = 0$ (1)

Druckkräfte: $|\vec{F}_{D1}| = p_1 \frac{\pi}{4} D^2$ (2)

$|\vec{F}_{D2}| = p_a \frac{\pi}{4} D^2$ (Freistrah!!) (3)

Impulskräfte:

zunächst allgemein für laminare Rohrströmung:

$$|\vec{F}_J| = \rho \int_0^R c(r)^2 2\pi r dr = \frac{\pi}{3} \rho c_{max}^2 R^2 \quad \text{mit} \quad c(r) = c_{max} \left[1 - \frac{r^2}{R^2} \right]$$

Querschnitt 1: $c_{max} = 2c_1 = \frac{8V}{\pi D^2} \Rightarrow |\vec{F}_{J1}| = \frac{16}{3\pi} \frac{\rho V^2}{D^2}$ (4)

Querschnitt 2: $c_{max} = 2c_2 = \frac{8V}{\pi d^2} \Rightarrow |\vec{F}_{J2}| = \frac{16}{3\pi} \frac{\rho V^2}{d^2}$ (5)

(2),(3),(4) und (5) in (1): $\Rightarrow F_{Hx} = (p_a - p_1) \frac{\pi}{4} D^2 + \frac{16}{3\pi} \rho V^2 \frac{1}{d^2} - \frac{1}{D^2}$

$$\Rightarrow |\vec{F}_H| = \left[(p_a - p_1) \frac{\pi}{4} D^2 + \frac{16}{3\pi} \rho V^2 \frac{1}{d^2} - \frac{1}{D^2} \right]$$

Aufgabe 4:

a)

aus Skript S.108

$$\Rightarrow \Delta p_{Carnot} = \rho c_d c - \rho c^2 \quad \text{mit } c \approx 0 \Rightarrow \Delta p_{Carnot} \approx 0$$

b)

mit Konti-Gleichung gilt:

$$\frac{V_d}{V_D} = \frac{c_d d^2}{c_0 D^2} \quad (1)$$

Druckkette:

$$p_0 - p_2 = (p_0 - p_1) + (p_1 - p_A) + (p_B - p_2) \quad (2)$$

- $p_0 - p_1$: Bernoulli

$$p_0 + \frac{\rho}{2} c_0^2 = p_1 + \frac{\rho}{2} c_d^2 \Leftrightarrow p_0 - p_1 = \frac{\rho}{2} c_d^2 - c_0^2 \quad (3)$$

- $p_1 - p_A$: ausgebildete Strömung

$$p_1 - p_A = \frac{\rho}{2} c_d^2 \frac{L_1}{d} \lambda + 2\zeta_{Kr} \quad (4)$$

- $p_B - p_2$: ausgebildete Strömung

$$p_1 - p_A = \frac{\rho}{2} c_d^2 \frac{L_2}{d} \lambda + 2\zeta_{Kr} \quad (5)$$

- $p_0 - p_2$: Bernoulli $\rightarrow$ aus Kontinuitätsgründen: $c_0 = c_2$

$$p_0 + \frac{\rho}{2} c_0^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} c_2^2 \Leftrightarrow p_0 - p_2 = 0 \quad (6)$$

(3) – (6) in (2):

$$\Rightarrow c_0 = c_d \sqrt{1 + 4\zeta_{Kr} + \frac{L_1 + L_2}{d} \lambda} \quad (7)$$

Konti-Gleichung:

$$c_0 \frac{\pi}{4} D^2 = c_d \frac{\pi}{4} d^2 \Leftrightarrow c_d = c_0 \frac{D^2}{d^2} \quad (8)$$

(7) und (8) in (1)

$$\frac{V_d}{V_D} = \frac{d^2}{D} \frac{1}{\sqrt{1+4\zeta_{Kr}+\frac{L_1+L_2}{d}\lambda}}$$

-
-