

Fragenteil

① Wirbellinien ($\vec{w} \parallel \text{Linie}$) bilden eine Röhre, die
Wirbelröhre ①

② $s \propto |\vec{x}|$ ①

③ isotherm: $T = \text{const} \Rightarrow \text{RB: } T = T_{\text{vorgesch.}}$ ①

adiabatisch: kein Wärmestrom $\Rightarrow q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial T}{\partial x_j} = 0$
in Richtung der Wand ①

④ die Kutta-Bedingung muss ① erfüllt sein (Staupunkt auf d. Hinterkante)

⑤ ink. Fluid: $\rho = \text{const}$ ①

Strömung: $\nabla \cdot \underline{u} = 0$ ①

⑥ a) $Pr = \frac{\rho c_p}{k} = \frac{\text{viskose}}{\text{thermische}} \text{ Diffusionsrate}$ ①

b)

$$s c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial y_j T}{\partial x_j} \left(\frac{u_{\infty} T_{\infty}}{L} \right) \right) = \left(\frac{k T_{\infty}}{L^2} \right) \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} \quad ①$$

$$\Rightarrow s \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial y_j T}{\partial x_j} \right) = \frac{1}{s c_p} \frac{k T_{\infty}}{L^2} \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2}$$

mit ν erweitern

$$\Rightarrow \frac{1}{Re} \frac{1}{Pr} = \frac{1}{Re Pr}$$

$\Rightarrow 2$ Kennzahlen

$$c) s c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\underline{u} T) \right) = k \Delta T \quad ①$$

⑦ Translation + Rotation + Scherung ① zentraler für Formel!

$$\nabla \underline{u} \text{ oder } \partial_j u_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

kan aufgespalten werden in Verzerrungs- + Rotationsanteil

Verzerrung ① Rotation ①

- ⑧ $\underline{\tau_p} = \mu \underline{\Delta u}$ • Druck + visk. Kräfte ①
 ① Zusatzpunkt
 • $Re \ll 1$ ④
 • schlechte Strömung in Kugel
 $\Rightarrow$ Stokes Gesetz ①

- ⑨ Mittelung der Gleichungen liefert unbekannte Terme aufgrund ① Korrelation. Diese müssen modelliert ① werden
 auch Aufspaltung in MW + Schwachg $\Rightarrow \frac{1}{2}$ Punkt

bspw. $\langle u_i u_j \rangle = \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle + \langle u_i' u_j' \rangle$
 ① Zusatzpunkt

⑩ $\tau = -\rho \langle u' u' \rangle$
 $= \frac{\rho \tau}{\mu} \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} = \rho \ell^2 \left| \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right| \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}$ ①

Klausur

$$Q/b = C \sqrt{g h_u^3}$$

a)

	M	L	T	
Q/b	-	2	-1	①
h_u	-	1	0	②
g	-	1	-2	③

andere
Gewichtung
möglich

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 2 - \alpha_2$$

$$\alpha_1 - 2\alpha_2 = -1 \Rightarrow \alpha_2 = 1/2$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 3/2$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{b} = C \cdot h_u^{3/2} \cdot g^{1/2}$$

g.e.d.

b) $Fr = \frac{v}{\sqrt{g l}}$ (allgemein)

hier $Fr = f(h_w, h_1)$

$$Q = v_1 h_1 b = C b \sqrt{g h_u^3}$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{C \sqrt{g h_u^3}}{h_1}; \quad h_u = h_1 - h_w$$

einsetzen $\Rightarrow Fr = C \sqrt{1 - \left(\frac{h_w}{h_1}\right)^3}$

(C₁)

Kontin.

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad (1)$$

$$\frac{Q_2}{Q_3} = \frac{Q_1}{Q_3} - 1 = \frac{v_1 h_1}{v_3 b} - 1; \quad v_3 = ?$$

$$\frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho g (H + h_1) + p_0 = \frac{\rho}{2} v_3^2 + p_0 + \rho \frac{v_3^2}{2} \frac{\lambda}{D_H} \quad (2)$$

$$\underline{D_H} = \frac{4A}{u} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{4bt}{2(b+t)} = \underline{2b} \quad (1)$$

$$\text{oder } \frac{v_1^2}{2g} + (H + h_1) + \frac{p_0}{\rho g} = \frac{v_3^2}{2g} + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_3^2}{2g} \frac{\lambda}{D_H}$$

einsetzen + auflösen

$$v_3 = \sqrt{\frac{v_1^2 + 2g(H + h_1)}{1 + \lambda \frac{H}{2b}}} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{Q_2}{Q_3} = \frac{v_1 h_1}{b} \left[\frac{1 + \lambda H/2b}{\frac{v_1^2 + 2g(H + h_1)}{1 + \lambda H/2b}} - 1 \right] \quad (1)$$

(C₂)

$$F_{R1} = \frac{v_1}{\sqrt{g h_1}} \stackrel{(1)}{=} 1$$

Energiegl.

oder Energiehöhengl.

$$\frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho g (H + h_1) + p_0 = \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho g (H + h_2) + p_0 \quad (2)$$

$$Q_2 = Q_1 - Q_3 \Rightarrow h_2 v_2 = h_1 v_1 - b v_3$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{v_1 h_1}{v_2} - b \frac{v_3}{v_2} \quad (1) \quad ; \quad v_3 \text{ durch Lsg aus C}_1 \text{ bekannt}$$

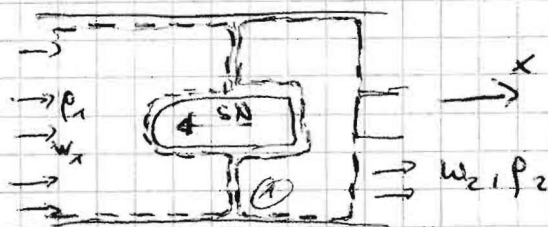
$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g(h_1 - h_2)} \stackrel{(1)}{=} \sqrt{g h_1 + 2g(h_1 - h_2)}$$

$$= \sqrt{3g h_1 - 2g h_2}$$

$$\Rightarrow (h_2 v_2)^2 = (v_1 h_1 - b v_3)^2 \checkmark \stackrel{(1)}{=} 3g h_1 h_2 - 2g h_2^3$$

$\Rightarrow$ kubische Gleichung für h_2 (wie in VL)

2
a)



uniform ; keine Reibung

1D

Impulssatz

$$-\rho w_1^2 A_1 + \rho w_2^2 A_2 = (p_1 - p_2) A_1 + 0 + S_N$$

aus Bernoulli

Bernoulli:

$$\frac{\rho}{2} w_1^2 + p_1 = \frac{\rho}{2} w_2^2 + p_2 \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} (w_2^2 - w_1^2)$$

Massenfluss

$$\dot{Q} = A_1 w_1 = A_2 w_2$$

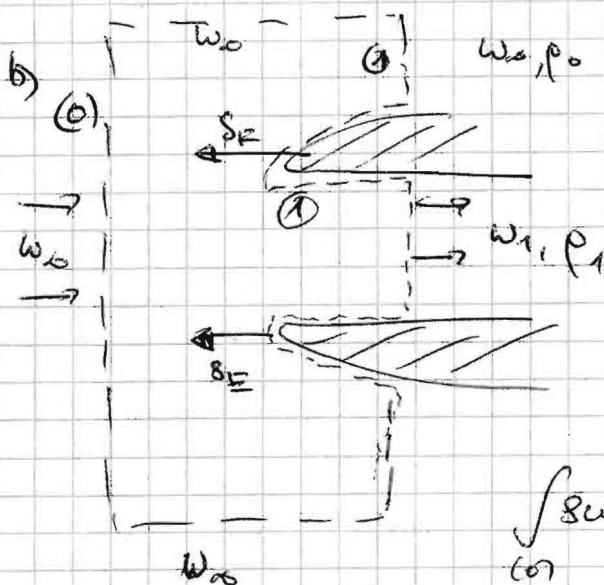
$$\Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} w_2^2 \left(1 - \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 \right)$$

$$= \frac{\rho}{2} w_2^2 \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right)$$

① für Einsetzen von $p_1 - p_2$

$$\Rightarrow S_N = \frac{\rho}{2} w_2^2 A_2 \left[2 - \frac{A_1}{A_2} + 2 - \frac{A_2}{A_1} \right]$$

$$\Rightarrow S_N = \frac{\rho}{2} w_2^2 A_2 \left[2 - \frac{A_1}{A_2} - \frac{A_2}{A_1} \right] \quad \text{①}$$



Im Nozenbereich: Beschleunigung (12P)

Kont:

$$\int_{(0)} dQ_0 + \int_{(0) \rightarrow (1)} dQ_{0 \rightarrow 1} + \int_{(1)} dQ_1 = 0$$

Impulssatz:

$$\int_{(0)} \rho w_0 dQ_0 + \int_{(0) \rightarrow (1)} \rho w_0 dQ_{0 \rightarrow 1} + \int_{(1)} \rho w_1 dQ_1 = -(p_1 - p_0) A_1 + S_E$$

$$\rightarrow \rho w_0 \int_{(0)} dQ_0 - \rho w_0 \int_{(1)} dQ_1 - \rho \int_{(0)} dQ_0 + \int_{(1)} \rho w_1 dQ_1 = -(p_1 - p_0) A_1 + S_E$$

einsetzen

①

$$\int \rho (w_1 - w_0) dQ_1$$

Bernoulli:

$$p_0 + \frac{\rho}{2} \omega_0^2 = \textcircled{2} p_1 + \frac{\rho}{2} \omega_1^2$$

$$\Rightarrow p_0 - p_1 = \frac{\rho}{2} (\omega_0^2 - \omega_1^2) = \frac{\rho}{2} (\omega_0 - \omega_1)(\omega_0 + \omega_1)$$

$$\Rightarrow \int \rho (\omega_0 - \omega_1) dQ_1 = \frac{\rho}{2} (\omega_0^2 - \omega_1^2) + \delta \epsilon \quad \text{einsetzen} \quad \textcircled{1}$$

$$= + \rho (\omega_0 - \omega_1) A_1 \omega_1 = \frac{\rho}{2} (\omega_0^2 - \omega_1^2) A_1 + \delta \epsilon$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta \epsilon = \frac{\rho}{2} A_1 (\omega_0 - \omega_1)^2} \quad \textcircled{1}$$

$$\textcircled{3} \text{ a) } \frac{A}{A^*} = \frac{1}{Ma} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2}{\frac{\gamma}{2}(\gamma+1)} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad \textcircled{1}$$

$$\gamma = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{A^*} = \frac{1}{Ma} \left[\frac{1 + 0,25 Ma^2}{5/4} \right]^{5/2} \quad \text{einsetzen} \quad \textcircled{1}$$

$$= \frac{1}{Ma} \frac{(4 + Ma^2)^{5/2}}{5^{5/2}} \quad \textcircled{1} \quad \Rightarrow \quad A^* = 1 \text{ cm}^2 \quad \text{Behauptung}$$

einsetzen von $Ma = ax + b$

$$\Rightarrow A = \frac{[(ax+b)^2 + 4]^{5/2}}{(ax+b) 25\sqrt{5}} \quad \textcircled{1}$$

$$\text{b) } Ma(x=0) = Ma_0 \Rightarrow \boxed{b = Ma_0} \quad \textcircled{1}$$

$$Ma(x=L) = Ma_1 \Rightarrow aL + Ma_0 = Ma_1 \Rightarrow a = \frac{Ma_1 - Ma_0}{L} \quad \textcircled{1}$$

$$\Rightarrow Ma = \frac{Ma_1 - Ma_0}{L} x + Ma_0 \quad \textcircled{1}$$

$$\text{c) } Ma(x=x_e) = 1 \quad \textcircled{1} \quad ! \quad \text{am Minimum von A}$$

$$\Rightarrow \frac{Ma_1 - Ma_0}{L} x_e + Ma_0 = 1 \Rightarrow x_e = \frac{1 - Ma_0}{\frac{Ma_1 - Ma_0}{L}} \quad \textcircled{1/2}$$

$$A(x=x_e) = A_e = \frac{(1+4)^{5/2}}{25\sqrt{5}} \quad \textcircled{1} = 1 \text{ cm}^2 = A^* \quad (\text{muss natürlich so sein})$$

$$\text{d) } p = \rho R T \Rightarrow \rho_0 = \frac{p_0}{RT_0} \quad \textcircled{1} \quad \frac{g^*}{g_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \textcircled{1/2}$$

$$c_0 = \sqrt{\gamma R T_0} \quad \textcircled{1} \quad \text{Grenzwerk. } \frac{w^*}{c_0} = \sqrt{\frac{2}{\gamma+1}} \quad \textcircled{1/2}$$

$$\boxed{\dot{m} = g^* w^* A^*} \quad \textcircled{1}$$

e) $M_{0.5} = 0.5 \Rightarrow \frac{A_A}{A^*} = \text{ablesen oder errechnen}$ (12)

$p_A: \frac{p_0}{p_A} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$ (12)

$s_A: \frac{s_0}{s_A} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ (s_0 aus d1) (12)

$w_A: \dot{w} = s_A w_A A_A \Rightarrow \boxed{w_A = \frac{\dot{w}}{s_A A_A}}$ (12)

f) $p_2 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right) p_1$ (1)
 ↓
 Tabelle

$\frac{p_0}{p_1} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{A_1}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Rightarrow p_1$ (12)



$\sin \alpha = \frac{M_{n2}}{M_1}$ (1)

$\Rightarrow \frac{M_{n2}}{M_1}$ aus Tabelle (12)

$\Rightarrow M_2 = \frac{M_{n2}}{\sin(\theta - \alpha)}$ (1)

$\Rightarrow v_2 = M_2 \cdot \sqrt{\gamma R T_2}$ (1)

$\frac{T_2}{T_1} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{A_1}^2\right) \Rightarrow T_1$ (12)
 $T_2 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right) T_1$ (1)
 ↓
 Tabelle

g) Ablenkwinkel $\theta > 34^\circ$ (Aus Diagramm) (1)