

Fragenteil

- ① links: Strecklinie ①
 alle Fluidteilchen, die zu bestimmter Zeit + durch Bereich einer bestimmten Größe geflossen sind. ①
 rechts: Stromlinien ①
 Linien, an die Geschw.-vektor parallel ist. ①

- ② Röhre bestehend aus Stromlinien. ①

- ③ 2 Gleichungen, 4 Unbekannte ①

- ④ γ ist dort 0. ①

⑤ a) $\Delta(\frac{1}{2}u^2) \approx 20000 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ①

b) $\Delta g \Delta z \approx 50 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ① $|a| \text{ und } |b| \gg |c|$

c) $\Delta h = c_p \Delta T \approx -20000 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ①

- ⑥ Zirkulation ①

- ⑦ reibungsfrei: Normalkomponente = 0 ①

reibungsbehaftet: alle drei Geschw. sind 0 an der Wand. ①

⑧ a) $Pe = Re \cdot Pr$ oder $\frac{l \cdot u_\infty}{\alpha}$ oder $\frac{l \cdot u_\infty \cdot \rho \cdot c_p}{k}$ ①

l Längenausß

α $\uparrow$ Temp.leitfähigkeit

k $\uparrow$ Wärmeleitfähigkeit

b) konvektiv zu geleiteter Wärmemenge. ①

$$\frac{\partial p}{\partial t} \cdot \frac{su_\infty^2}{l} + \frac{\partial u p}{\partial x_j} \cdot \frac{su_\infty^2}{l} = (r-1) \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \cdot \frac{T_\infty}{l^2}$$
 * für dimensionsbehaftete Größe ①

durch $\frac{su_\infty^2}{l}$ Teilen

$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u p}{\partial x_j} = (r-1) \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (T) \cdot \frac{\kappa T_\infty}{su_\infty l} \cdot \frac{c_p}{c_p}$$
 ①

c) $\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (u p) = (r-1) \kappa \Delta T$ ①

① $\frac{1}{Ec \cdot Pr}$

$$9) \quad \underline{\omega} = \underline{\nabla} \times \underline{u} \quad \text{oder } \text{rot } \underline{u} \quad \text{oder} \quad \omega_i = \epsilon_{ijk} \partial_j u_k$$

① (auf Vektoren achten)

$$10) \quad \underline{\nabla} \cdot \underline{u} = 0 \quad \text{①}$$

① a) Translation + Quelle ($x = -a$) + Senke ($x = a$)

$$\phi = U_\infty x + \frac{E}{2\pi} \left[\frac{1}{2} \ln[(x+a)^2 + y^2] - \frac{1}{2} \ln[(x-a)^2 + y^2] \right]$$

b) Stagnantpunkt: $u = v = 0$

$$v = 0 \Rightarrow y \left[(x-a)^2 + y^2 - ((x+a)^2 + y^2) \right] = 0$$

$$\Rightarrow y = 0 \quad \text{oder} \quad (x-a)^2 = (x+a)^2 \Rightarrow x = 0$$

$$u = 0 \Rightarrow U_\infty + \frac{3}{2} a U_\infty \left[\frac{x+a}{(x+a)^2 + y^2} - \frac{x-a}{(x-a)^2 + y^2} \right] = 0$$

$x = 0$ keine Lsg.

$$y = 0 : U_\infty + \frac{3}{2} a U_\infty \left[\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x-a} \right] = 0$$

$$U_\infty + \frac{3}{2} a U_\infty \left(\frac{(x-a) - (x+a)}{(x+a)(x-a)} \right) = 0$$

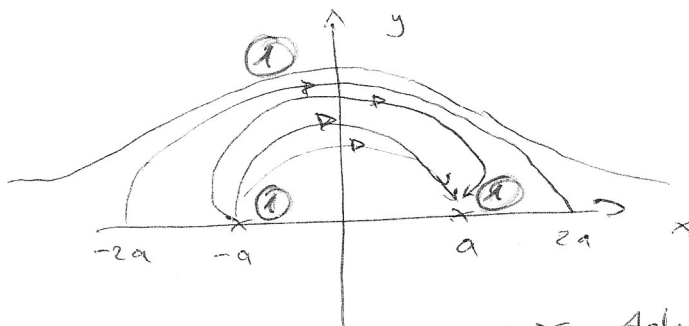
$$\Leftrightarrow U_\infty (x^2 - a^2) - \frac{3}{2} a U_\infty \cdot 2a = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 4a^2 \Leftrightarrow x_{1,2} = \pm 2a$$

$$\text{SP 1: } x = -2a, y = 0$$

$$\text{SP 2: } x = 2a, y = 0$$

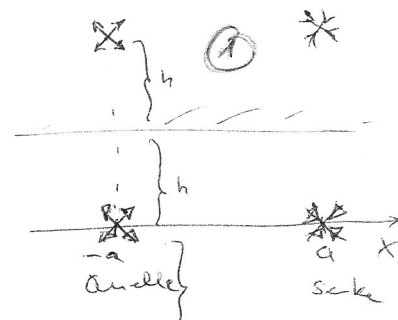
c)



① Symmetrie zur x-Achse
" " y-Achse

c: 4 P

d)



Spiegeln an den Wänden, 2-fach

d: 2 P

und auf Blatt

$$v \text{ im Staupunkt } 0 \Rightarrow u|_{\text{Stp.}} = v|_{\text{Stp.}} = 0$$

$\Rightarrow$ nur Ableitungen

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial x}|_{\text{Stp}} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(u_{\infty} + \frac{3}{2} a u_{\infty} \left[\frac{x+a}{((x+a)^2+y^2)^{3/2}} - \frac{x-a}{((x-a)^2+y^2)^{3/2}} \right] \right) \Big|_{\text{Stp2}} \\ &= \frac{3}{2} a u_{\infty} \left(\frac{y^2 - (x+a)^2}{((x+a)^2+y^2)^{5/2}} - \frac{y^2 - (x-a)^2}{((x-a)^2+y^2)^{5/2}} \right) \Big|_{\text{Stp}} \\ &= \frac{8}{9} \frac{1}{a^2} \cdot \frac{3}{2} a u_{\infty} = \frac{4}{3} \frac{u_{\infty}}{a} \quad (1)\end{aligned}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}|_{\text{Stp2}} = 0 + \left(\frac{-2(x+a)y}{\text{Nenner}} - \frac{-2(x-a)y}{\text{Nenner}} \right) \frac{E}{2\pi} \Big|_{\text{Stp}} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x}|_{\text{Stp2}} = \left(\frac{-2(x+a)y}{\text{Nenner}} - \frac{2(x-a)y}{\text{Nenner}} \right) \frac{E}{2\pi} \Big|_{\text{Stp}} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial y}|_{\text{Stp}} &= \frac{3}{2} a u_{\infty} \left[\frac{(x+a)^2 - y^2}{((x+a)^2+y^2)^{5/2}} - \frac{(x-a)^2 - y^2}{((x-a)^2+y^2)^{5/2}} \right] \Big|_{\text{Stp}} \\ &= \frac{3}{2} a u_{\infty} \left(-\frac{8}{9} \frac{1}{a^2} \right) = -\frac{4}{3} \frac{u_{\infty}}{a} \quad (1)\end{aligned}$$

Zusammen: $u = \frac{4}{3} \frac{u_{\infty}}{a} (x-2a)$ im Staupunkt

$$v = -\frac{4}{3} \frac{u_{\infty}}{a} y$$

— " —
(1/2)

$\Rightarrow$ ebene Staupunktströmung

(1/2)

e: 5 Punkte

Total: 1: 20 Punkte

- 1) $Ma = \frac{u}{c} = \frac{u}{\sqrt{\gamma R T}}$ $\Rightarrow$ - Temperatur absenken (1)
 - Geschwindigkeit erhöhen (1)
 - Bauspunkt: falls Gas geändert wird, so dass $R \downarrow$ +1 möglich

a: 3 (11) Punkte

- b) Totaltemperatur ist über Stoß konstant

$\Rightarrow T_{sp} = T_0 = 400 \text{ K}$ (1)

Eu_1 ist gegeben: $Eu_1 = \frac{p_1}{\rho_1 u_1^2} = \frac{\gamma}{\gamma} \frac{p_1}{\rho_1 u_1^2} = \frac{c^2}{u_1^2} \frac{1}{\gamma}$ (1/2)
 $= \frac{1}{\gamma Ma_1^2} \Rightarrow Ma_1 = \frac{1}{\sqrt{\gamma Eu_1}} = 2,344$ (1/2)

b: 3 Punkte

- c) Totaldruckverlust $\Delta p_t = p_{01} - p_{02} = p_{01} \left(1 - \frac{p_{02}}{p_{01}}\right)$ (1)
 $p_{01} = p_0$ (1)
 $= p_{01} \left(1 - \frac{p_{02}}{p_2} \frac{p_2}{p_1} \frac{p_1}{p_{01}}\right)^{2 \times 1/2}$ (1)

FS: $\frac{p_{02}}{p_{01}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_{1,2}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$ (1/2)
 $\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (Ma_1^2 - 1)$ (1/2)
 $Ma_2^2 = \frac{(\gamma-1) Ma_1^2 + 2}{2\gamma Ma_1^2 - (\gamma-1)}$ (1/2)

Tabelle: $\frac{p_{01}}{p_1} = 1,331$ (1/2)
 $\frac{p_{02}}{p_1} = 1,21$ (1/2)
 $\frac{p_2}{p_1} = 6,222$ (1/2)
 $Ma_2 = 0,5297$ (1/2)

einsetzen $\Rightarrow \Delta p = 1,216 \text{ bar}$ (1/2)

(1/2) $\frac{A_E}{A_1} = \frac{A^*}{A_1} = Ma_1 \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{2}(\gamma-1) Ma_1^2}{\frac{1}{2}(\gamma+1)}}^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 1/2,274 = 0,4398$

(1/2) $\Rightarrow A^* = 0,04 \text{ m}^2$

c: 7 Punkte

- d) $\cancel{sc_p T_1}^0 + \frac{1}{2} \cancel{su_1}^2 = \cancel{sc_p T_0}^0 + \frac{1}{2} \cancel{su_0}^2 \Rightarrow u_1 = \sqrt{\frac{2c_p T_0}{\gamma}}$ (1/2)
 $R = c_p - c_v = c_p \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) = c_p \left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right) \Rightarrow c_p = \frac{R\gamma}{\gamma-1}$ (1)
 $\Rightarrow u_1 = \sqrt{\frac{2\gamma R T_0}{\gamma-1}}$ (1/2)

d: 3.5 Punkte

$$\lambda_e = \frac{u \ell}{r} = \frac{u \ell s}{\mu} \quad (1)$$

$$\mu = \mu(T) !$$

$$= \frac{\frac{u}{c} \ell s}{\mu} = \frac{\mu_a \sqrt{\delta R T} \ell s}{\mu} = \frac{\mu_a \sqrt{\delta R T} \ell}{\mu R T} p^{1/2}$$

$$= \frac{\mu_a \sqrt{\delta}}{\mu} p \frac{1}{\sqrt{R T}} \quad (1/2)$$

• $\mu_{a,1}' = \mu_{a,1} \quad (1/2)$
 isotherme Erhölz von $p_0 \Rightarrow T_0' = T_0 \quad (1/2) \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} \mu_{a,1}' = \mu_{a,1} \\ T_0' = T_0 \end{matrix}} \right\} T_1' = T_1 \quad (1/2)$

• $\mu = \mu(T) \Rightarrow \mu_1' = \mu_1$ wegen $\nearrow$ (1/2)

$$\Rightarrow \frac{Re_1'}{Re} \stackrel{(1/2)}{=} \frac{p_1'}{p_1} \stackrel{\mu_{a,1}' = \mu_{a,1}}{\Rightarrow} \frac{p_0}{p_1} \stackrel{(1/2)}{=} \frac{p_0'}{p_1'} \Leftrightarrow \frac{p_1'}{p_1} = \frac{p_0'}{p_0}$$

$$\Rightarrow \frac{Re_1'}{Re} = \frac{p_0'}{p_0} \stackrel{(1/2)}{=} \underline{\underline{1,5}}$$

e: 6.5 Punkte

a) U-Rohr: $\rho_w \cdot g \Delta h = \frac{\rho_L}{2} u_4^2 \Rightarrow u_4 = \sqrt{\frac{2 \rho_w g \Delta h}{\rho_L}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (1/2)

$\Delta p \leq \Delta h [\text{mmWS}]$ (1/2)

Massenerhaltung: $u_3 A_3 = u_4 A_4 \Rightarrow u_3 = 7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (1/2)

u: 3 Punkte

b) $Re = \frac{u \cdot D}{\nu}$ (1)

D: $Re_B = \frac{u_B d_B}{\nu} = 1 \cdot 10^6$ (1/2)

$Re_\mu = \frac{u_\mu \cdot d_\mu}{\nu} = 2 \cdot 10^6$ (1/2)

$\Rightarrow$ turbulent (1)

b: 3 Punkte

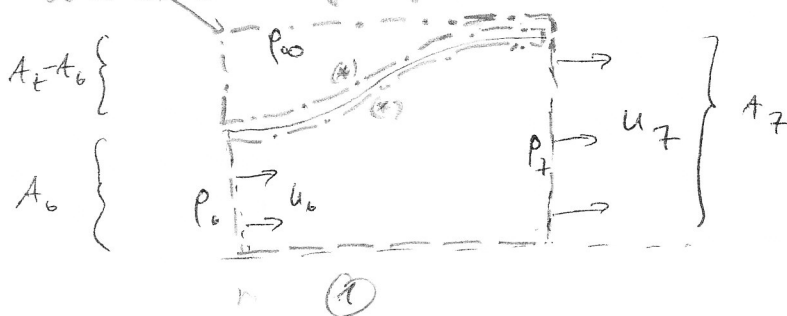
c) Bernoulli $6 \rightarrow 7$

$p_6 + \frac{\rho}{2} u_6^2 = p_7 + \frac{\rho}{2} u_7^2 + \underbrace{\Delta p_{v67}}_{p_\infty}$ (1)

$\Rightarrow \Delta p_{v67} = p_6 - p_\infty + \frac{\rho}{2} (u_6^2 - u_7^2)$ (1/2)

? Impulssatz nötig.

KF Trick, damit Druckintegral über (*) Berandung wegfällt



$\underline{u}_6 = (-1, 0)$

$\underline{u}_7 = (1, 0)$

Massenerhaltung

$u_7 = \frac{A_6}{A_7} u_6$ (1)

$u_6 = u_4 \Rightarrow u_7 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (1/2)

Impulssatz

$-\rho u_6^2 A_6 + \rho u_7^2 A_7 = \underbrace{p_6 A_6 + p_\infty (A_7 - A_6)}_{\text{links}} - \underbrace{p_7 A_7 + F}_{\text{F Diff}}$ (1/2)

Kraft auf Kanal

$\Rightarrow \rho (u_7^2 A_7 - u_6^2 A_6) = (p_6 - p_\infty) A_6 - F_{\text{Diff}}$

$\Rightarrow \frac{F_{\text{Diff}}}{A_6} + \rho \left(u_7^2 \frac{A_7}{A_6} - u_6^2 \right) = p_6 - p_\infty$ (1/2)

einsetzen in Bernoulli

$\Rightarrow \Delta p_{v67} = \frac{F_{\text{Diff}}}{A_6} + \rho \left(u_7^2 \frac{A_7}{A_6} - u_6^2 \right) + \frac{\rho}{2} (u_6^2 - u_7^2) = 160 \text{ Pa}$ (1/2)

c: 9 1/2 Punkte

6 Bernoulli von c) :

$$p_6 - p_\infty - \Delta p_{\text{rot}} \stackrel{(1/2)}{=} \frac{\rho}{2} (u_7^2 - u_6^2) = \frac{\rho}{2} u_7^2 \left(1 - \left(\frac{A_7}{A_6} \right)^2 \right) \stackrel{(1/2)}$$

$$\Rightarrow u_7 = \sqrt{\frac{\frac{2}{\rho} (\Delta p - \Delta p_{\text{rot}})}{1 - (A_7/A_6)^2}} \stackrel{(1/2)}$$

- Druck muss ~~zunehmen~~ (Geschw. nimmt ab) in
① Diffusoren, kann auch aus c) berechnet
werden, $p_6 - p_\infty < 0$.

d: 2.5 Punkte

- e) Ablösung ist ① möglich: Grenzschicht ① liegt vor
die Geschw. nimmt zur Wand hin ab (Haftbeding.)
und die kinetische Energie reicht nicht aus, den
Druckgradienten zu überwinden. ②

e: 2 Punkte

Total 20 Punkte

Stationär ①

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \text{const in } x \text{ (voll ausgebildet)} \quad ①$$

a) $\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho (\underline{u} \cdot \nabla) \underline{u} = -\nabla p + \mu \Delta \underline{u}$

öl, schlechende

Strömung
voll ausgebildet und laminar

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx 0$$

(Korsequenz)
aus

$$\Rightarrow -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad ①/2$$

a) 4 Punkte

b) Haftbedingung $\Rightarrow u(y=0) = u_0 \quad ①/2$
 $u(y=h) = 0 \quad ①/2$ 2 Randbedingungen

b: 4 Punkte

c) Zweimal integrieren

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y + C_1 \quad ①$$

$$u = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{y^2}{2} + C_1 y + C_2 \quad ①$$

Konstanten über Randbedingungen

$$y=0 \Rightarrow u_0 = 0 + 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = u_0 \quad ①$$

$$y=h \Rightarrow 0 = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{2} + C_1 h + u_0$$

$$\Rightarrow C_1 = -\frac{1}{h} \left(\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} h^2 + u_0 \right) \quad ①$$

$$\text{einsetzen} \Rightarrow u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} (y^2 - y h) + u_0 \left(1 - \frac{y}{h} \right) \quad ②$$

14,5 Punkte

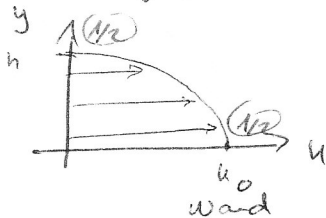
d) Volumenstrom Q : $Q = b \int_0^h u(y) dy =$

$$b \left[\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left(\frac{y^3}{3} - \frac{y^2 h}{2} \right) + u_0 \left(y - \frac{y^2}{2h} \right) \right]_0^h = b \left(\frac{1}{2} u_0 h - \frac{1}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial x} h^3 \right)$$

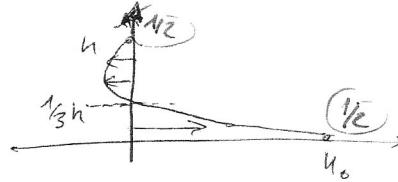
$$Q = \frac{1}{2} b h \left(u_0 - \frac{h^2}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad ②$$

d) 2,5 Punkte

nicht erfüllt



gefüllt $\Rightarrow Q=0$
 $\Rightarrow u_0 = \frac{h^2}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$ (am e)



Einsetzen

$$u = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{\mu} \left[y - \frac{h}{3} \right] (u-y) \quad (1)$$

$\Rightarrow u=0$ für $y = \frac{h}{3}$ (und $y=h$, aber nicht im Sp)

e) $Q=0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} b \cdot h \cdot \left(u_0 - \frac{h^2}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{6\mu}{h^2} u_0 \quad (1)$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\gamma_0}} &= \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_0 = \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} (2y-h) - \frac{u_0 \mu}{h} \right) \Big|_0 = \\ &= -\frac{3\mu}{h} u_0 - \frac{\mu}{h} u_0 = -4 \frac{u_0 \mu}{h} \quad (1) \end{aligned}$$

e: 4 Punkte

f: 4 Punkte

Total 20 Punkte