

Lösungen zur Klausur „Einf. i.d. Fluid- und Thermodynamik“ vom
29.01.2011

Auf. 1)

a)

$$p_a + \rho_M \cdot g \cdot \Delta h = p_a + \rho \cdot g \cdot (H - h_2 + \Delta h)$$

$$\rho_M \cdot \Delta h = \rho \cdot (H - h_2 + \Delta h)$$

$$\Delta h = \frac{\rho \cdot (H - h_2)}{\rho_M - \rho}$$

b) Bern. 0 → 3:

$$p_a + \frac{\rho}{2} \cdot c_0^2 + \rho \cdot g \cdot H = p_3 + \frac{\rho}{2} \cdot c_3^2 + \rho \cdot g \cdot (h_1 + h_3)$$

$\downarrow$ $c_0 = 0$ $\downarrow$ $p_3 = p_a$

$$g \cdot H = \frac{1}{2} \cdot c_3^2 + g \cdot (h_1 + h_3)$$

$$c_3 = \sqrt{2g \cdot (H - h_1 - h_3)}$$

Bern. 4 → 3:

$$p_4 + \frac{\rho}{2} \cdot c_4^2 + \rho \cdot g \cdot h_2 = p_3 + \frac{\rho}{2} \cdot c_3^2 + \rho \cdot g \cdot (h_1 + h_3)$$

$$\text{Konti.: } c_3 \cdot A_3 = c_4 \cdot A \Rightarrow c_4 = c_3 \frac{A_3}{A}$$

$$\Rightarrow p_4 = p_a + \frac{\rho}{2} \cdot c_3^2 \left[1 - \left(\frac{A_3}{A} \right)^2 \right] + \rho \cdot g \cdot (h_1 + h_3 - h_2)$$

$$\text{U-Rohr: } p_a + \rho_M \cdot g \cdot \Delta h_b = p_4 + \rho \cdot g \cdot (\Delta h_b + h^*)$$

$$\Delta h_b + 2h^* = \Delta h \Rightarrow h^* = \frac{1}{2}(\Delta h + \Delta h_b)$$

$$\Rightarrow p_a + \rho_M \cdot g \cdot \Delta h_b = p_4 + \frac{1}{2} \rho \cdot g \cdot (\Delta h_b + \Delta h)$$

$$\Delta h_b = \frac{\rho}{\rho_M - \frac{\rho}{2}} \left\{ (H - h_1 - h_3) \left[1 - \left(\frac{A_3}{A} \right)^2 \right] + h_1 + h_3 - h_2 + \frac{\Delta h}{2} \right\}$$

Auf. 2)

a)

$$p_1 + \rho_M \cdot g \cdot \Delta h_1 = p_a \Rightarrow p_1 = p_a - \rho_M \cdot g \cdot \Delta h_1$$

$$p_2 = p_a - \rho_M \cdot g \cdot \Delta h_2$$

Statischer Druck : p_1

Ruhedruck : $p_2 = p_a + \rho_M \cdot g \cdot \Delta h_2$

$$\Rightarrow \frac{p_0}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M_1^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

$$M_1 = \left\{ \frac{2}{\kappa-1} \left[\left(\frac{p_a + \rho_M \cdot g \cdot \Delta h_2}{p_a - \rho_M \cdot g \cdot \Delta h_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

b)

$$M_1 = \frac{u_1}{a_1} \Rightarrow u_1 = M_1 \cdot a_1$$

$$\frac{a_0}{a_1} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M_1^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow a_1 = a_0 \cdot \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M_1^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$a_0^2 = \kappa \cdot R \cdot T_0 = \kappa \frac{p_0}{\rho_0} \Rightarrow a_0 = \sqrt{\kappa \frac{p_0}{\rho_0}}$$

$$\Rightarrow u_1 = M_1 \cdot \sqrt{\kappa \frac{p_0}{\rho_0}} \cdot \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M_1^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$u_1 = M_1 \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{\rho_0} (p_a + \rho_M \cdot g \cdot \Delta h_2)} \cdot \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M_1^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$