Prof. Dr.-Ing. Holger Foysi
Lehrstuhl Strömungsmechanik

SS2013

Name:..Vorname:...Punkte:.........

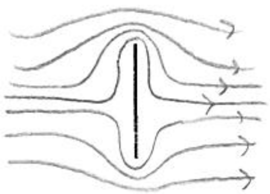
Matr.-Nr.: ....

KLAUSUR EFT - Teil Fluiddynamik - Fragenteil

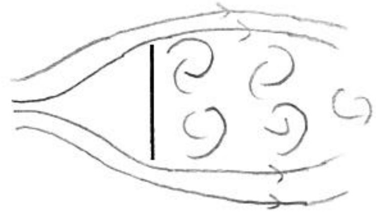
Bitte direkt auf die Angabe schreiben. Blatt evtl. wenden!

1) Skizzieren Sie den Verlauf der Stromlinien um eine senkrecht angeströmte ebene Platte für a) niedrige und b) hohe Geschwindigkeiten. (2P)

a)



b)



2 a) Erklären Sie kurz den Vorgang der Diffusion zur Durchmischung zweier Fluide (2P).

Diffusion beruht auf der Brown'schen Molekularbewegung. Infolge von Stößen vollziehen die Moleküle eine ungerichtete Zufallsbewegung. Dadurch bewegen sich Moleküle aus Gebieten hoher Konzentration in Gebiete niedrigerer Konzentration.

b) Ist die Diffusion allein (bei Raumtemperatur) für eine schnelle Durchmischung zweier Flüssigkeiten ausreichend? (1P)

Nein, da die mittlere Geschwindigkeit der Moleküle von der Temperatur abhängt (zeitliche Abschätzung für die Diffusion: $t \sim \frac{L^2}{K_m}$ oder $\sim \frac{L^2}{D}$ für Diffusion über Distanz L mit Diffusionskoeffizient K_m).

c) Wie kann ich die Durchmischung erhöhen? Nennen Sie zwei Möglichkeiten basierend auf dem Fick'schen Diffusionsansatz. (2P)

Fick'sches Gesetz: $q_m = - K_m \nabla C$

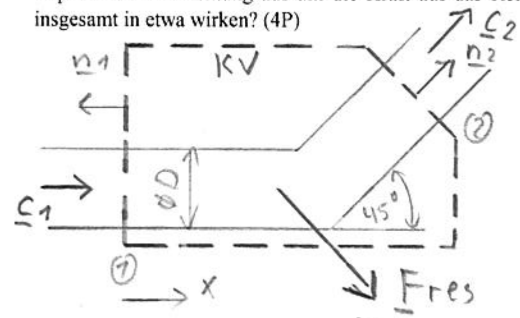
1.) Temperaturerhöhung → Erhöhung der mittleren Molekülgeschwindigkeit

2.) Erhöhung des Konzentrationsgefälles

3) Wie groß ist der Wert des Druckes integriert über eine geschlossene Fläche im Fluid? (1P)

$p = 0$

4) Stellen Sie sich ein gerades Rohr konstanten Durchmessers vor, welches nach der Hälfte um 45° nach links gebogen wird und durch welches Wasser am Einlass in x-Richtung fließt. Stellen Sie hierfür allgemein den Impulssatz in x-Richtung auf um die Kraft auf das Rohr zu bestimmen. In welche Richtung wird die Kraft insgesamt in etwa wirken? (4P)



$D =$ konst. $\alpha = 45°$

Konti-Gl.:

$c_1 \cdot \frac{\pi}{4} D_1^2 = c_2 \frac{\pi}{4} D_2^2$

$c_1 = c_2 = c$

$$\rho c_1 (c_1 \cdot (-1) + c_1 \cdot 0) \frac{\pi}{4} D^2 + \rho c_2 \cdot \cos\alpha \, (c_2 \cos^2\alpha + c_2 \sin^2\alpha) \frac{\pi}{4} D^2$$
$$= p_1 \frac{\pi}{4} D^2 - p_2 \cos\alpha \frac{\pi}{4} D^2 + F_H$$
$$\rho c^2 \frac{\pi}{4} D^2 (\cos\alpha - 1) = \frac{\pi}{4} D^2 (p_1 - p_2 \cos\alpha) + F_H$$

Resultierende Kraft: $F_{res} = - F_H$

5) Sie schwimmen in einem Fluss gegen die Strömung und bleiben relativ zum Ufer an einer Stelle. Plötzlich erhöht sich die Strömungsgeschwindigkeit stark. Wie verändert sich Ihr Auftrieb? Begründen Sie kurz. (2P)

Der Auftieb bleibt gleich groß!
Die Auftriebskraft resultiert aus dem verdrängten Wasservolumen (archimedisches Prinzip), dies bleibt aber unverändert.

Total 14 Punkte. Viel Erfolg!

Musterlösung Klausur EFT - Teil Fluiddynamik

Total 43 Pkt

Aufgabenteil

- SoSe 2013 ; 24.08.'13 -

1) ges.: P_{Turb}

$$P_{Turb} = \dot V \, \Delta p_t \, \eta$$

Totaldruckdifferenz Δp_t über Turbine:

$$\Delta p_t = p_{tvT} - p_{tnT} \qquad (vT \mathrel{\hat=} \text{vor Turbine},\ nT \mathrel{\hat=} \text{nach Turbine})$$

$$\Delta p_t = p_{vT} + \frac{\rho}{2} c_{vT}^2 - p_{nT} - \frac{\rho}{2} c_{nT}^2 = p_{vT} - p_{nT}$$

$$\Rightarrow \Delta p_t = \Delta p \qquad \text{(Druckdifferens des statischen Drucks)}$$

Bernoulligl. von Oberwasser → Auslass Diffusor

$$\cancel{p_a} + \underbrace{\cancel{\frac{\rho}{2} c_0^2}}_{=0} + \rho g (h + \cancel{h_u}) = \cancel{p_a} + \cancel{\rho g h_u} + \frac{\rho}{2} c_D^2 + \Delta p + \Delta p_V \quad + \rho g 0$$

Verluste: $\Delta p_V = \frac{\rho}{2} c^2 (\zeta_E + 2\zeta_K + \zeta_D)$

Konti-gl.: $\dot V = c \frac{\pi}{4} d^2 \Rightarrow c = \frac{4 \dot V}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 11 \frac{m^3}{s}}{\pi \cdot 1 m^2} = 14 \frac{m}{s}$

$$c_D \frac{\pi}{4} D^2 = c \frac{\pi}{4} d^2 \Longrightarrow c_D = c \left(\frac{d}{D}\right)^2$$

$$\Longrightarrow \rho g h = \Delta p + \frac{\rho}{2} c^2 \left(\zeta_E + 2\zeta_K + \zeta_D + \left(\left(\frac{d}{D}\right)^2\right)^2\right)$$

$$\Delta p = \rho g h - \frac{\rho}{2} c^2 \left(\zeta_E + 2\zeta_K + \zeta_D + \left(\frac{d}{D}\right)^4\right)$$

$$\Delta p = 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 10 m - 500 \frac{kg}{m^3} \cdot 14^2 \frac{m^2}{s^2} \left(0{,}05 + 2 \cdot 0{,}125 + 0{,}2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4\right)$$

$$\Delta p = 100.000\ Pa - 55.125\ Pa = 44.875\ Pa$$

$\frac{1}{2}$ Ergebnis

$$P_{Turb} = 11 \frac{m^3}{s} \cdot 44.875\ Pa \cdot 0{,}95 = 468.944\ W \approx 469\ kW$$

$\frac{1}{2}$ Ergebnis

b) ges.: h_u'

Bernoulligl. von Turbinenauslass → Auslass Diffusor

$$p_D + \frac{\rho}{2} c^2 - \rho g h_T = p_a + \rho g h_u' + \frac{\rho}{2} c_D^2 + \frac{\rho}{2} (\zeta_K + \zeta_D) \cdot c^2 \quad + \rho g 0$$

$$p_D - p_a + \frac{\rho}{2} c^2 \left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4 - \zeta_K - \zeta_D\right) = \rho g (h_u' + h_T)$$

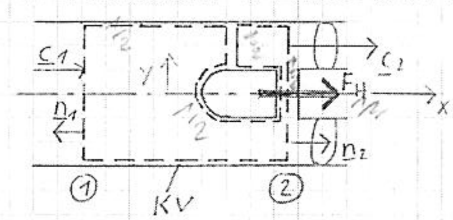
$$\frac{p_D - p_a}{\rho g} + \frac{c^2}{2g} \left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4 - \zeta_K - \zeta_D\right) - h_T = h_u'$$

$$h_u' = 4 m + 6{,}0025 m - 8 m \approx 2 m$$

c) Steigt hu an, verringert sich die Höhendifferenz h zwischen Ober- und Unterwasser. ⇒ Δp sinkt

⇒ P_{Turb} sinkt dadurch.

d) ges.: Kontrollvolumen um Anströmhaube



e) ges.: Kraft von Strömung auf Anströmhaube

$$\underline{n}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{n}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{c}_1 = \begin{pmatrix} c_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{c}_2 = \begin{pmatrix} c_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Kontigl.: $c_1 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 = c_2 \cdot \frac{\pi}{4} (d^2 - d_N^2)$

$$\Rightarrow c_2 = c_1 \frac{d^2}{d^2 - d_N^2}$$

Impulserhaltungssatz in x-Richtung:

$$\rho c_1 (c_1 \cdot (-1) + 0 \cdot 0) \frac{\pi}{4} d^2 + \rho c_1 \frac{d^2}{d^2-d_N^2} \left(c_1 \frac{d^2}{d^2-d_N^2} + 0 \cdot 0\right) \frac{\pi}{4} (d^2 - d_N^2)$$
$$= \frac{\pi}{4} (p_1 - p_2) + F_H$$

$$\rho c_1^2 \frac{\pi}{4} d^2 \left[-1 + \frac{d^2}{d^2-d_N^2}\right] = \frac{\pi}{4} d^2 (p_1 - p_2) + F_H$$

Druckkräfte durch Bernoulli-Gl. von $1 \Rightarrow 2$ bestimmen:

$$p_1 + \frac{\rho}{2} c_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} c_2^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} c_1^2 \left(\frac{d^2}{d^2-d_N^2}\right)^2$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} c_1^2 \left(\left(\frac{d^2}{d^2-d_N^2}\right)^2 - 1\right)$$

$$\Rightarrow \rho c_1^2 \frac{\pi}{4} d^2 \left[-1 + \frac{d^2}{d^2-d_N^2}\right] = \frac{\pi}{4} d^2 \frac{\rho}{2} c_1^2 \left(\left(\frac{d^2}{d^2-d_N^2}\right)^2 - 1\right) + F_H$$

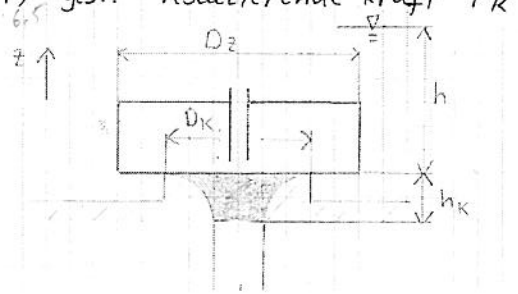
$$F_H = \rho c_1^2 \frac{\pi}{4} d^2 \left[-1 + \frac{d^2}{d^2-d_N^2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{d^2}{d^2-d_N^2}\right)^2\right]$$

$$F_H = 1000 \frac{kg}{m^3} \, 14^2 \frac{m^2}{s^2} \frac{\pi}{4} \, 1 m^2 \left[-\frac{1}{2} + \frac{4}{3} - \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\right)^2\right]$$

$$F_H = -8.552 \ N$$

$$F = -F_H = 8.552 \ N$$

f) ges.: resultierende kraft F_R



Tank erzeugt keine Auftriebskraft, da er vollständig mit Wasser gefüllt ist.

$$\Rightarrow -m \cdot g - (\rho g h + p_a) \frac{\pi}{4} D_K^2 + (\rho g h_K + p_a) \frac{\pi}{4} d^2 = F_R$$

oder alternative Lösung:

$$-mg - \rho g h_z \frac{\pi}{4} D_z^2 - (\rho g (h - h_z) + p_a) \frac{\pi}{4} D_z^2 + (\rho g h + p_a) \frac{\pi}{4} (D_z^2 - D_K^2)$$
$$+ \frac{\pi}{4} d^2 (\rho g h_K + p_a) = F_R$$

$$-mg - \cancel{\rho g h_z \frac{\pi}{4} D_z^2} - \cancel{(\rho g h + p_a)} \frac{\pi}{4} D_z^2 + \cancel{\rho g h_z \frac{\pi}{4} D_z^2} + \cancel{(\rho g h + p_a)} \frac{\pi}{4} D_z^2$$
$$- (\rho g h + p_a) \frac{\pi}{4} D_K^2 + \frac{\pi}{4} d^2 (\rho g h_K + p_a) = F_R$$

$\Rightarrow$ siehe oben

$$F_R = -mg - (\rho g h + p_a) \frac{\pi}{4} D_K^2 + \frac{\pi}{4} d^2 (\rho g h_K + p_a)$$

$$F_R = -20.000 \ N - 200.000 \frac{N}{m^2} \frac{\pi}{4} 2^2 m^2 + \frac{\pi}{4} 1 m^2 (120.000 \frac{N}{m^2})$$

$$F_R = -554.071 \ N$$

Ergebnis

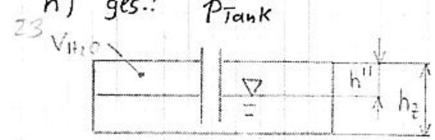
g) ges.: V_{H_2O}

Gewichtskraft des zu verdrängenden Wassers entspricht F_K

$$\Rightarrow |F_R| = V_{H_2O} \cdot \rho \cdot g \Rightarrow V_{H_2O} = \frac{|F_R|}{\rho g}$$

$$V_{H_2O} = \frac{554.071 N}{10 \frac{m}{s^2} \cdot 1000 \frac{kg}{m^3}} = 55,4071 \ m^3$$

h) ges.: p_{Tank}



$$V_{H_2O} = \frac{\pi}{4} D_z^2 \cdot h''$$

$$h'' = \frac{4 V_{H_2O}}{\pi D_z^2} = 1,96 m$$

$$\Rightarrow p_{Tank} = \rho g (h - (h_z - h'')) + p_a =$$
$$= 10 \frac{m}{s^2} \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} (10m - (2,5m - 1,96m)) + 100.000 Pa = 194.600 Pa$$