

Name:
Vorname:
Matr.-Nr.:

Aufg.	Punkte
1	
2	
3	
4	
Σ	

KLAUSUR HFD

Rechentteil (23P)

- 1) Wasser fließt über eine dünne glatte Platte der Länge $4m$ und Breite $2m$, mit einer Geschwindigkeit U von 1 m/s . Die Grenzschicht geht bei einer Reynoldszahl von 5×10^5 vom laminaren in den turbulenten Zustand über (wir nehmen an, der Übergang erfolge abrupt).
- Finden Sie die Distanz von der Vorderkante bis zu der Position an der die Strömung turbulent wird.
 - Berechnen Sie die Dicke der Grenzschicht am Transitionspunkt und am Ende der Platte. Es gilt $\delta/x = 4.91/\text{Re}_x^{0.5}$ (laminar) und $(7/72) \cdot \delta/x = 0.0225 \cdot (\nu/U\delta)^{1/4}$ (turbulenter Abschnitt). Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Fall einer durchgehend turbulenten Strömung.
 - Die Widerstandskraft auf einer Seite der Platte.
- Für die Viskosität von Wasser setzen Sie $\mu = 9.81 \cdot 10^{-4} \text{Ns/m}^2$. (14P)
- 2) Betrachten Sie eine inkompressible vollentwickelte, turbulente Strömung durch ein raues Rohr. Nehmen Sie an dass die Konstante f/Re_D im Wandgesetz einen Wert von 4.75 hat, sowie dass gilt: $|\tau_w| = \frac{\rho}{2} U_b^2 \lambda$ (2) Widerstandszahl. U_b über das Rohr gemittelte Geschwindigkeit).
- Zeigen Sie dass gilt: $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.03 \cdot \log_{10}(R/k) + 1.68$ (R : Radius, $\ln(\cdot) = \ln(10) \cdot \log_{10}(\cdot)$)
 - Nehmen Sie nun einen Durchmesser von 500mm und eine Länge von 4000m für das Rohr, sowie einen Volumenstrom von $0.5 \text{ m}^3/\text{s}$ an. Welche Leistung wird benötigt um diese Strömung aufrechtzuerhalten? Die mittlere Rauigkeitshöhe sei $k_s = 0.4\text{mm}$. (9P)

Fragenteil (Inkompressible Turbulenz) (40P)

- 3)
- Schreiben Sie die Wirbeltransportgleichung auf und benennen Sie die Terme. Nennen Sie auch den wichtigsten Unterschied im Vergleich zu den Navier-Stokes-Gleichungen. (5P)
 - Erklären Sie die Reynoldsauflösung (2P).
 - Wie können wir den Mittelwert für eine statistisch instationäre aber räumlich homogene turbulente Strömung berechnen (Formel+Name)? Stimmt dieser Mittelwert mit dem theoretisch exakten Mittelwert überein? (5P)
 - Für welche turbulenten Strömungen gilt das Bild der Richardson-Kaskade? Erklären Sie diese. Welche wichtige Größe wird in diesem Bild als konstant angenommen? Wie manifestiert sich dieses Bild im physikalischen Raum? (8P)
 - Skizzieren Sie den typischen Verlauf der drei Komponenten der Geschwindigkeitsfluktuationen, sowie der turbulenten Scherspannung über dem Wandabstand einer turbulenten Plattengrenzschicht, in ein Diagramm. (6P)
 - Durch welches Gesetz wird in einer Grenzschicht üblicherweise die mittlere Geschwindigkeitsverteilung approximiert? (2P)
 - Wächst eine turbulente thermische Grenzschicht schneller, gleich schnell oder langsamer als die entsprechende Impulsgrenzschicht? (2P)
 - Welche Art Turbulenzmodell ist das k-Epsilon-Modell? Erklären Sie das Modell (Erklären Sie die Grundproblematik, benennen Sie die unbekanntesten Größen, geben Sie die Beziehungen zwischen diesen und k sowie Epsilon an). (10P)
- ### Statistikteil (20P)
- 4) Gegeben ist folgende Gleichung in turbulenter Strömung (κ, μ konstant):
- $$\rho \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho \mathbf{u} \cdot \nabla) T = \nabla \cdot (\kappa \nabla T)$$
- Die Dichte sei zuerst variabel. Schreiben Sie die Gleichung in Indexnotation auf und geben Sie die Gleichung auch in konservativer Form an. (4P)
 - Schreiben Sie nun eine Gleichung für die *Fluktuationen* für obige Gleichung auf (ρ ist nun als konstant anzusehen, die Strömung sei inkompressibel! Korrelationen wie in der Vorlesung aufspalten und alle Terme in Divergenzform, falls möglich!) (10P)
 - Formulieren Sie nun eine Gleichung für $\langle T^2 \rangle$ (6P).

Viel Erfolg!

b) $\frac{s}{8} = 4,91 \frac{\sqrt{Re}}{Re} \Rightarrow s = 0,0034m$ (bis zur Transition gesucht)

$\frac{ds}{dx} = \frac{7}{2} \cdot 0,0225 \left(\frac{v}{u}\right)^{1/4} \frac{1}{s} \frac{1}{4}$ (danach)
 Integriere von x_{krit} bis L :
 $\frac{s}{4} [s^{5/4} - s_0^{5/4}] = \frac{7}{2} \cdot 0,0225 \left(\frac{v}{u}\right)^{1/4} (L - x_0)$

"0" bezeichnen auf Transitionspunkt
 $\Rightarrow s^{5/4} = s_0^{5/4} + \frac{7}{2} \cdot 0,0225 \cdot \frac{1}{4} \left(\frac{v}{u}\right)^{1/4} (L - x_0)$

$\Rightarrow s_L = 0,065m$
 Vervollst. turbulent: $\frac{s}{x} = \frac{Re_L^{-1/5}}{0,37} \Rightarrow s_L = 0,040m > s_L$

c) $Re_L \approx 407742$
 1. Möglichkeit: $C_D = \frac{0,455}{(0,455 + \log Re_L)^2} - \frac{1610}{Re_L}$ (*)
 $F = \frac{1}{2} \rho v^2 \cdot C_D = 12,35N$

2. Möglichkeit:
 $F = F_{lam} + F_{turb}$
 $C_{D,turb} = C_{D, von 0 \rightarrow L} - C_{D, von 0 \rightarrow x_{krit}}$ (*)
 $C_{D, lam} = \frac{1,328}{\sqrt{Re_L}}$
 $\Rightarrow F = F_{lam} + F_{turb} = 0,92N + 11,43N = 12,08N$

4 / Normierte : address $\frac{1}{\sqrt{2}} (\frac{\partial}{\partial x} + \Delta B y)$

$\Rightarrow a \frac{\partial}{\partial x} + a_j (S y) = k \frac{\partial}{\partial x}$

5 / $a = \langle a \rangle + a' = \frac{a}{2} + a'$
 $\langle a \rangle \frac{\partial}{\partial x} = k \frac{\partial}{\partial x} = \langle a \rangle \frac{\partial}{\partial x} + \langle a \rangle \frac{\partial}{\partial x}$

6 / $a \frac{\partial}{\partial x} + a_j (S y) + \langle a \rangle \frac{\partial}{\partial x} + \langle a \rangle \frac{\partial}{\partial x}$

3 $\langle a \rangle \frac{\partial}{\partial x} = k \frac{\partial}{\partial x} = \langle a \rangle \frac{\partial}{\partial x} + \langle a \rangle \frac{\partial}{\partial x}$

7 $\frac{\partial}{\partial x} = \langle a \rangle \frac{\partial}{\partial x} + \langle a \rangle \frac{\partial}{\partial x}$

8 / Multiplikation mit $\frac{1}{2}$, dann Ableitung!
 $S \frac{\partial}{\partial x} = S \frac{\partial}{\partial x} + S \frac{\partial}{\partial x} = S \frac{\partial}{\partial x} + S \frac{\partial}{\partial x}$
 $\Rightarrow S \frac{\partial}{\partial x} = S \frac{\partial}{\partial x} + S \frac{\partial}{\partial x} = S \frac{\partial}{\partial x} + S \frac{\partial}{\partial x}$