Testklausur: Höhere Fluiddynamik I

Holger Foysi

(1)
Als Strömungsmechaniker in einem Automobilkonzern sollen Sie helfen, den Spritverbrauch zu reduzieren. Der Designer besteht auf einem stumpfen Ende. Nennen und begründen Sie zwei Möglichkeiten, wie sie den Formwiderstand reduzieren können.

(2)
Turbulenz ist durch eine drastische Erhöhung der Mischungseffizienz gekennzeichnet. Wie ist das zu erklären?

(3)
Welcher Term in den Navier-Stokes-Gleichungen ist entscheidend dafür, dass Turbulenz beschrieben werden kann? Begründen Sie das.

(4)
Die sogenannte Burgers-Gleichung lautet

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = \nu \Delta \mathbf{u}$$

a) Wie lautet diese Gleichung in Komponentenschreibweise?
b) Formulieren Sie die Gleichung für ein Kontrollvolumen KV, begrenzt von einer Kontrollfläche KF.
c) Bestimmen Sie die Gleichung für $\langle \mathbf{u}' \cdot \mathbf{u}' \rangle$

(5)
Wir betrachten eine selbstähnliche turbulente Mischungsschicht (zwei parallele Ströme unterschiedlicher Geschwindigkeit, vollentwickelt in x-Richtung). Die mittlere laterale Geschwindigkeit $\langle V \rangle$ ist Null, die axiale Geschwindigkeit $\langle U \rangle$ hängt nur von y und t ab. Die Geschwindigkeitsdifferenz der beiden Ströme ist U_s, so dass die Randbedingungen $\langle U \rangle = \pm\frac{1}{2}U_s$ bei $y = \pm\infty$ sind. Die Dicke der Schicht $\delta(t)$ ist definiert, so dass $\langle U \rangle = \pm\frac{2}{5}U_s$ bei $y = \pm\frac{1}{2}\delta$ ist. Wir wenden das Mischungswegmodell auf diese Strömung an. Die Mischungsweglänge sei uniform über die Strömung und proportional zur Breite der Strömung, $\ell = \alpha\delta$, $\alpha = const$.
a) Ausgehend von

$$\frac{\partial \langle U \rangle}{\partial t} = -\frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial y},$$

zeigen Sie, dass die Mischungsweghypothese impliziert, dass

$$\frac{\partial \langle U \rangle}{\partial t} = 2\alpha^2\delta^2 \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial y} \frac{\partial^2 \langle U \rangle}{\partial y^2}.$$

b)Zeigen Sie, dass selbstähnliche Lösungen der Form $\langle U \rangle = U_s f(\xi)$ möglich sind, mit $\xi = y/\delta$, wobei f die DGL

$$-S\xi f' = 2\alpha^2 f' f''$$

erfüllt, mit der Wachstumsrate $S = \frac{1}{U_s}\frac{d\delta}{dt}$.
c) Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung zwei Lösungen besitzt. Nehmen Sie dazu an, dass die Randbedingungen bereits für Werte $|\xi| > \xi^*$ erfüllt sind.
d) Zeigen Sie, dass die Wachstumsrate in Beziehung zur Mischungs-Längenkonstante steht:

$$S = 3\alpha^2/\xi^{*3}.$$

(Konnten sie c) nicht lösen, nehmen Sie an, dass gilt

$$f = \frac{3}{4}\frac{\xi}{\xi^*} - \frac{1}{4}\left(\frac{\xi}{\xi^*}\right)^3.$$

)

(6)
Die Widerstandszahl λ für turbulente Rohrströmungen im Re–Zahlenbereich $5000 < Re < 10^5$ kann mit Hilfe der Blasius-Formel $\lambda = 0.316 Re^{-1/4}$ bestimmt werden. Die Geschwindigkeitsverteilung im Rohr mit dem Radius R habe die Form $\langle u(r) \rangle = C(R - r)^m$.
a)Berechnen Sie die Wandschubspannung.
b)Berechnen Sie das über das Rohr gemittelte Geschwindigkeitsfeld U_B.
c)Wie groß muss der Exponent sein, damit die Verteilung mit der Blasiusformel übereinstimmt?

(7)
Wie beeinflusst Rauigkeit die turbulente Strömung in Rohren? Berücksichtigen Sie auch den Einfluss der Reynoldszahl und diskutieren Sie auch die Auswirkung auf bekannte Skalengesetze. Wie wird Rauigkeit quantifiziert?