

Name: .....  
Vorname: .....  
Matr.-Nr.: .....

Anf.	Punkte
A	
B	
C	
$\Sigma$	

## KLAUSUR HFD - Viel Erfolg!

### A Rechenteil (20P)

- 1) Es sei  $\bar{y}$  diejenige wandnormale Koordinate, bei der der mittlere Geschwindigkeitsgradient gleich den Wert  $\langle u \rangle_{\text{bulk}} / \delta$  annimmt. Nehmen Sie an, dass  $\bar{y}$  im logarithmischen Bereich liegt und zeigen Sie

$$\frac{\bar{y}}{\delta} = \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \approx 0.86 \sqrt{\lambda}$$

$$\bar{y}^+ \equiv \frac{\bar{y}}{l^+} = \frac{Re \cdot \lambda}{16\kappa} \approx 0.15 Re \cdot \lambda$$

$Re$  sei die Bulk-Reynoldszahl,  $\delta$  der halbe Rohrdurchmesser. (8P)

- 2) Zeigen Sie mit Hilfe des empirischen Gesetzes für den Verlauf der Geschwindigkeit  $U_0(x)$  auf der Achse eines Freistrahls, dass gilt:  $dU_0/dx = -U_0/x$ . (4P)
- 3) Messungen in einer turbulenten Grenzschicht bestimmen die Grenzschichtdicke zu  $\delta_{99} = 3.2\text{cm}$ . Die Geschwindigkeit  $U$  wurde an drei verschiedenen Höhen gemessen und liefert  $U = 40\text{m/s}$  bei  $y = 2.05\text{cm}$ ,  $U = 34.7\text{m/s}$  bei  $y = 0.59\text{cm}$  und  $U = 30.7\text{m/s}$  bei  $y = 0.22\text{cm}$ . (8P)
- Schätzen Sie die Wandschubspannungsgeschwindigkeit ab
  - Für den Fall von Luft mit  $\nu = 0.15\text{cm}^2/\text{s}$  bestimmen Sie im Gesetz von Coles die Reynoldszahl-abhängige Funktion  $\Pi$ .

### B Fragenteil (Inkompressible Turbulenz) (40P)

- 4)
- Welche wichtige Eigenschaft besitzt die Wirbeltransportgleichung im Vergleich zur Navier-Stokes Impulsgleichung? Wie kann Wirbelstärke in reibungsfreien Strömungen erzeugt oder vernichtet werden (geben Sie auch eine Formel an, falls erforderlich)? (4P)
  - Nennen Sie eine Strömung in der die mittlere Wirbelstärke, nicht aber die fluktuierende Wirbelstärke verschwindet. (1P)
  - Über Deutschland sei eine stabile Wetterlage über 600km beobachtet worden. Schätzen Sie die Grenzschichtdicke der atmosphärischen Grenzschicht am Ende ab, wenn wir

eine rein windreibungsgetriebene Strömung annehmen und Rauigkeiten ignorieren. (3P).

- Skizzieren Sie den Verlauf von  $u_{rms}$  über dem Wandabstand in einer Kanalströmung für zwei unterschiedliche Reynoldszahlen, einmal in Wand-Einheiten, zum anderen normiert mit Werten in der Kanalmitte. (6P)
- Wie skalieren die Verdünnungs- und Impulsverlustdicke mit der Lauflänge in turbulenten Grenzschichten? (3P)
- Was ist mit dem Schließungsproblem der Turbulenz im statistischen Fall gemeint? Welche Größen müssen geschlossen werden? (2P)
- Was bedeutet 95% Konfidenzniveau? Wie berechnet man das Konfidenzintervall? Wie ist der p-Wert definiert?
- Sie messen in 50 Messungen die Scherrate eines Strömungssystems und bestimmen diese zu im Mittel  $51,3/s$ . Der Hersteller des Systems verspricht dagegen einen Wert von  $50/s$ , die Varianz sei  $2/s$ . Ist der beobachtete Wert unter einem Konfidenzniveau von 95% ( $Z(1-\alpha/2)=1.96$ ) plausibel? Was wäre hier eine brauchbare Nullhypothese? (9P)
- Zeichnen Sie den Verlauf von  $\langle u \rangle^+$  über dem Wandabstand und beschreiben Sie den Verlauf. (4P)
- Die mittlere Impulsgleichung kann für eine stationäre Kanalströmung durch folgende zwei Gleichungen ausgedrückt werden

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{d}{dy} \overline{u\tau} + \nu \frac{d^2 U}{dy^2}$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{d}{dy} \overline{v\tau}$$

Leiten Sie hieraus den Zusammenhang zwischen dem mittleren konstanten Druckgradienten und der Wandschubspannung (alternativ Wandschubspannungsgeschwindigkeit) her (Tipp: Integration). (8P)

### C Statistikteil (20P)

- 5) Gegeben ist folgende Impulsgleichung in einer inkompressiblen turbulenten Strömung der Geschwindigkeit  $u$ .  $\rho$  ist die Dichte,  $\nu$  die kinematische Viskosität und  $\tau$  der Spannungstensor.
- $$\frac{\partial u}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p / \rho + \nu \nabla^2 \tau$$
- Formulieren Sie die Gleichungen in Indexnotation, nutzen Sie auch die Inkompressibilitätsbedingung für den advektiven Term. (4P)
  - Formulieren Sie nun daraus eine Transportgleichung für die Größe  $\langle u' u' \rangle$  (bleiben Sie in Indexnotation wenn möglich, spalten Sie Korrelationen auf). (16P)