Prof. Dr.-Ing. Holger Foysi
Lehrstuhl Strömungsmechanik

SS2016

Musterlösung

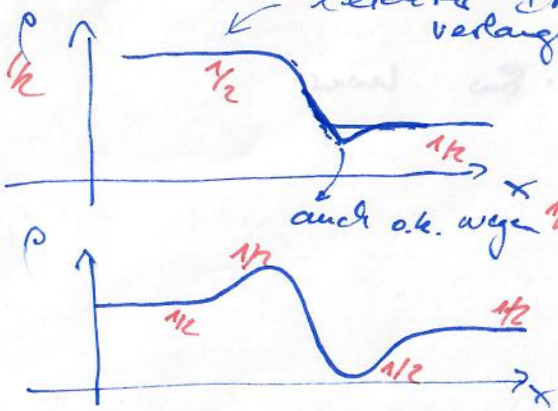
Name: .... Vorname: .... Punkte: ....

Matr.-Nr.: ....

KLAUSUR EFT - Teil Fluiddynamik - Fragenteil (14 Punkte)

Bitte direkt auf die Angabe schreiben, Blatt evtl. wenden! Viel Glück

1) Ein durchströmtes Rohr (inkompressibel, reibungsfrei) Rohr wird plötzlich von einem Durchmesser D auf einen Durchmesser D/2 verändert. Skizzieren Sie den Druckverlauf entlang der Achse? Wie ändert sich der Druck wenn Sie näher an der Rohrwand messen? (4P)



2) Welche Kraft übt die Atmosphäre auf eine 0,6 m breite und 1,4 m lange Tischtennisplatte aus? Warum bricht der Tisch nicht zusammen? (2P)

$F = p \cdot A = 0{,}84 \cdot 10^5 N$

Ein Großteil der Kraft wird von beiden Seiten auf die Platte ausgeübt, die Druckdifferenz ist damit geringer!

3) Sie sitzen in einem Ruderboot, das auf einem kleinen See schwimmt. An Bord haben Sie einen Stein mit einer Dichte von 5t/m³ den Sie ins Wasser werfen. Geben Sie qualitativ an, ob der Wasserspiegel des Sees steigt, gleich bleibt oder fällt. Begründen Sie Ihre Antwort. (2P)

~~Steigt~~ Sinkt! Volumen des Steins ist $V_S << V_{Boot}$

Boot mit Stein verdrängt ein deutlich größeres Volumen als der Stein + das Bootje alleine!

ρ_{Stein} ist zudem größer → ρ_{Wasser}, aber nicht extrem viel

$(m_S + m_B) g = \rho_W \cdot g \cdot V_{verdr,1}$

nachher

$m_B \cdot g = \rho_W \cdot g \, V_{verdr,2}$

dazu $V_{Stein} << V_{verdr.}$ addieren

Differenz: $\left(\frac{\rho_{Stein}}{\rho_W} - 1\right) V_{Stein}$ Vorher zu nachher, > V_{Stein} alleine

www.wdr.de/tv/kopfball/sendungsbeitraege/2010/1114/wasserstand.jsp

4) Die substantielle Ableitung einer Größe N ist $\partial N/\partial t + (\mathbf{u}\cdot\nabla)N$. Erklären Sie kurz die beiden Summanden. (2P)

Zeitl. Änderung der Größe + ~~[illegible]~~ advektive Änderung der Größe (Änderung entlang der Stromlinie, da $\underline{u} \cdot \underline{\nabla}$ Projektion auf die Geschwdk. $\underline{u}$ darstellt, des Gradienten.

5) Wie muss man die Bernoulligleichung erweitern (zeitabhängiger Term), wenn die Stromlinie bspw. durch einen mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotierenden Arm führt? Setzen Sie dazu die korrekte Beschleunigung ein und integrieren Sie kurz. (4P)

Stromlinie läuft durch rotierenden Arm: Rotationsenergie

$- \int_1^2 \omega^2 r \, dr \rightarrow -\omega^2 r^2/2 \Big|_0^R = \boxed{-\omega^2 R^2/2}$ Grenze

$\frac{\partial v}{\partial t} = -\omega^2 r$ in $\int \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} \cdot d\underline{s}$ einsetzen

Zusatzterm

Universität Siegen
Fakultät IV
Department Maschinenbau

Lösung

Blatt Nr.: .... von ....Blättern

Name: ....

Matr.-Nr.: ....

Datum: ....

Aufgabe 1

$A \to C$

$$\cancel{\frac{\rho}{2} u_A^2}^{\,0} + p_\infty + \rho g h_1 = \frac{\rho}{2} u_c^2 + p_c + 0 + \lambda \frac{l_1}{d_1} \frac{\rho}{2} u_1^2 \qquad 3{,}5$$

$B \to C$

$$\cancel{\frac{\rho}{2} u_B^2}^{\,0} + p_\infty + \rho g h_2 = \frac{\rho}{2} u_c^2 + p_c + 0 + \lambda \frac{l_2}{d_2} \frac{\rho}{2} u_2^2 \qquad 3{,}5$$

u_1, u_2 Geschwdk. in den Rohrstücken 1 und 2

$C \to D$

$$\frac{\rho}{2} u_c^2 + p_c = \frac{\rho}{2} u_c^2 + p_D + \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho}{2} u^2 \qquad 2{,}5$$

$$(u_c \overset{1/2}{=} u_D, \text{ Konti})$$

$$\Rightarrow p_c = p_D + \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho}{2} u_c^2 \qquad (1) \qquad 0{,}5$$

$$u_1 = \frac{Q_1}{A_1} = \frac{4Q_1}{\pi d_1^2} \; 1 \quad (2)\; ; \quad u_2 = \frac{Q_2}{A_2} = \frac{4Q_2}{\pi d_2^2} \; 1 \quad (3)$$

Große Behälter: u_A & $u_B \approx 0$ (siehe oben) (4) in Bernoulli enthalten oben

$$u_c = \frac{Q}{A} = \frac{4(Q_1 + Q_2)}{\pi d^2} = 1{,}02 \, \frac{m}{s} \quad 1$$

$$Re = \frac{u_c \cdot d}{\nu} \; 1 \approx 2{,}55 \cdot 10^5 \quad 0{,}5$$

$e/d = 4 \cdot 10^{-3}$ 1 Diagramm: $\lambda \approx 0{,}028$ 1

$(p_D = 1{,}5 \cdot p_\infty)$ (5)

Einsetzen (1)–(5) in obige Bernoulli-Gleichungen

Dann:

$$\lambda \cdot \frac{l_1}{d_1} \frac{\varrho}{2} \underbrace{\frac{16 Q_1^2}{\pi^2 d_1^4}}_{u_1^2} = \varrho g h_1 - 0{,}5 p_\infty - \left(1 + \lambda \frac{l}{d}\right) \frac{\varrho}{2} u_c^2$$ 1/ für Einsetzen

$$=: \varrho g (h_1 - h) \qquad \text{wobei } \varrho g h := 0{,}5 p_\infty + \left(1+\lambda \frac{l}{d}\right)\frac{\varrho}{2} u_c^2$$

$$\Rightarrow \boxed{h = 5{,}17\,m} \quad (6)$$

und

$$\lambda \frac{l_2}{d_2} \frac{\varrho}{2} \underbrace{\frac{16 Q_2^2}{\pi^2 d_2^4}}_{u_2^2} = \varrho g h_2 - 0{,}5 p_\infty - \left(1 + \lambda \frac{l}{d}\right) \frac{\varrho}{2} u_c^2$$ 1/

$$\underset{\text{analog}}{\overset{(6)}{=}} \varrho g (h_2 - h)$$

Auflösen:

$$\boxed{\begin{aligned} d_1 &= \sqrt[5]{\frac{8 \lambda l_1 Q_1^2}{\pi^2 g (h_1 - h)}} \; 1/ = 0{,}116\,m \; 1/2 \\ d_2 &= \sqrt[5]{\frac{8 \lambda l_2 Q_2^2}{\pi^2 g (h_2 - h)}} \; 1/ = 0{,}082\,m \; 1/2 \end{aligned}}$$

$$\overset{(2),(3)}{\Rightarrow} \quad u_1 = \frac{4 Q_1}{\pi d_1^2} = 2{,}84\,m/s \qquad u_2 = \frac{4 Q_2}{\pi d_2^2} = 3{,}78\,m/s$$

Bonus → 1/2 → 1/2

$$\boxed{\Sigma\ 22 + 1 \text{ Bonus}}$$

Aufgabe 2a) Keine Breite, also pro Einheitsbreite zu rechnen

Breite: w

Winkel: $\alpha = 30°$

Druckangriffspunkt: bei Flächenschwerpunkt, also

$$h_{sp} = D + L\sin\alpha \cdot \tfrac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{Kraft} \quad F_R = p_{sp} \cdot A = \rho g h_{sp} \cdot A = \rho g \left(D + L\sin\alpha \cdot \tfrac{1}{2}\right) L \cdot w$$

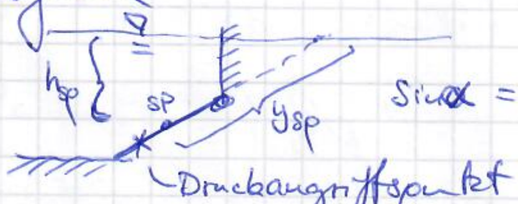
$$= \rho g w \left(D L + \sin\alpha \cdot L^2/2\right)$$

da p_0 auf beiden Seiten des Tors wirkt, $p_0 A$ fällt raus

b) y-Koordinate des Druckangriffspunktes (Center of pressure)
$$y' = y_{sp} + \frac{I_{\hat{x}\hat{x}}}{A y_{sp}} = y_{sp} + \frac{\rho g \sin\alpha \, I_{\hat{x}\hat{x}}}{p_{sp} \cdot A}$$

y' entlang Neigung der Klappe

y_{sp} von der Verlängerung der Klappe zur Oberfläche



$\sin\alpha = h_{sp}/y_{sp}$

$$\Rightarrow y_{sp} = \frac{h_{sp}}{\sin\alpha} = \frac{D}{\sin\alpha} + \frac{L}{2} = 6\,m$$

$$A = Lw = w \cdot \cancel{4}\,(m)$$

$$I_{\hat{x}\hat{x}} = w\int_{-L/2}^{L/2} y'^2\, dy' = \frac{wL^3}{12} = 5{,}34 \cdot w \quad (m)$$

$$y' = 6m + \frac{5{,}34\,\cancel{w}\,(m)}{6m \cdot \cancel{4}\,\cancel{w}\,(m)} = \boxed{6{,}22\,m = y'}$$

x-Koordinate: Rechteckige Klappe, homogen $\Rightarrow I_{\hat{x}\hat{y}} = 0$

$$\Rightarrow \boxed{x' = x_{sp} = w/2}$$

$\sum$ 14 Punkte