

ame:
 orname:
 matr.-Nr.:

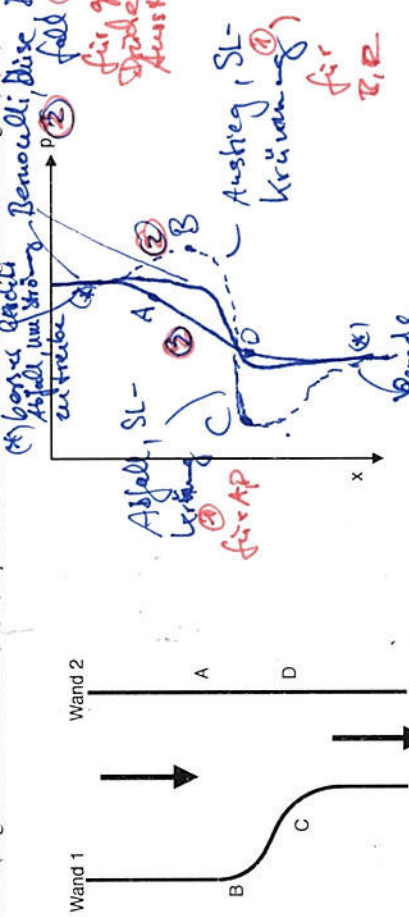
KLAUSUR STRÖMUNGSLEHRE - FRAGENTEIL

Benutze Formel bitte immer angeben! Knappe Antworten! Rückseite verwendbar. Viel Erfolg!

Aufgabe 1) Wie ist die Verdrängungsdicke in Grenzschichten interpretierbar? (2P)
 Abstand über dem Körper in Richtung Strömung aufgedichtet werden müsste um den gleichen Massenstrom wie in der tats. Strömung zu erreichen. (S. 211f)

Aufgabe 2) In einem Venturirohr wird der Druck im engsten Querschnitt gemessen. Ist der Druck an der Wand groß wie der Druck auf der Achse? (Kurze Erklärung, 2P)
 Stromlinien sind gekrümmt, Druck variiert normal zu Stromlinie (Dp_{par} = ρv²/R), daher erfolgt eine Änderung von der Wand weg ⇒ Drucke unterschiedlich

Aufgabe 3) Tragen Sie den mittleren Druck (1D Bernoulli, inkompressible Strömung) durch einen sich verengenden Kanal in das Diagramm ein. Zusätzlich skizzieren Sie die lokale Druckverteilung entlang der beiden Wände 1 und 2 (tragen Sie die Punkte A, B, C, D passend in die Kurven ein, nicht vernachlässigbar). (9P)



Aufgabe 4) Im alten Rom wurden in die Wasserleitungen vor dem Fluten in vorgegebenen Abständen auf der beseitigte Lüftungsfächer eingebaut. Warum? (1P)

Luft muss verdrängt werden und das Rohr verlangsamen können. (zu Beobachten in Köln ⇒ Stadtführung machen!)

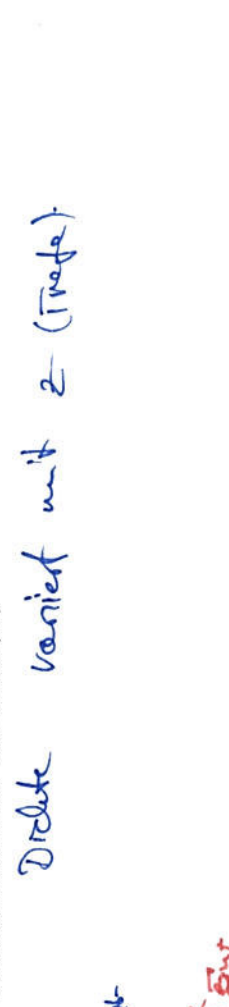
Aufgabe 5) Ethan Hunt muss sich im neuesten Mission Impossible mit einer Hand an einem Flugzeug im Flug an der Aussenseite festhalten. ... Gottserdank hat er in SL aufgepasst und schafft es sich durch geschickte Körperhaltung so zu positionieren, dass die Strömung laminar frei um ihn herum strömt. Schätzen Sie ab, ob er sich im ungünstigsten Fall halten kann (Hilfestellung: $C_D = 0.4$ (Kugel), $C_D = 0.1$ (Ellipse) $C_D = 0.85$ (längsangeströmter Zylinder)). Was glauben Sie könnte im turbulenten Fall passieren? (5P)

Ann. $C_D = 0.85$
 $F_w = \frac{1}{2} \rho v^2 \cdot A \cdot C_D$
 $\approx (1700 \text{ kg/m}^3)^2 \cdot 1.2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{(96 \text{ km/h})^2}{4} \cdot 0.85 \text{ m}^2 \approx \frac{170^2}{8} \cdot 12 \text{ kN} \cdot 430$
 Gedächtnis

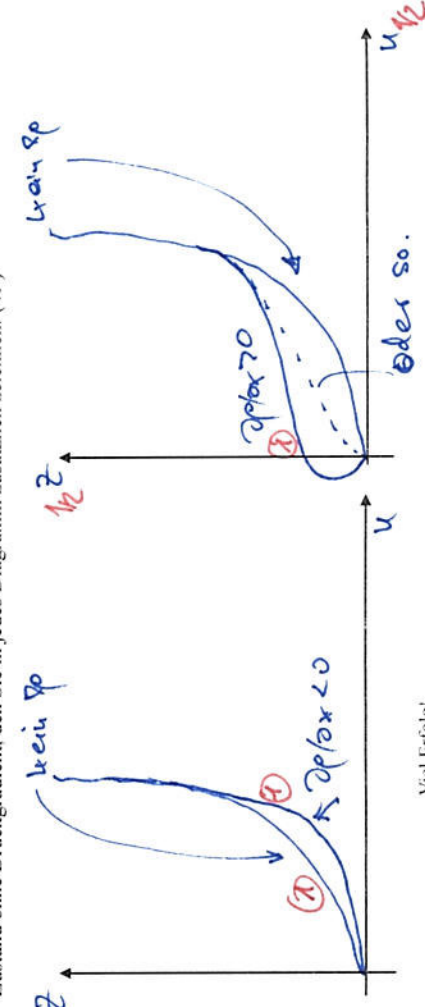
Beim Start (wohin?) 1700 N. Beim Start vielleicht möglich aufgrund des plötzlichen Impulses eher NEIN!
 Starke Druckfluktuationen erschweren das Festhalten, außer der Formwiderstand sinkt (Golftball), dann kann mit starker Reduktion gerechnet werden.

Aufgabe 6 Erfolgt die Strömung über einen Stoß adiabatisch oder isentrop? (1P)
 Adiabatisch

Aufgabe 7 In Wasser ändert sich der Druck linear mit der Tiefe. Geben Sie eine Möglichkeit an, in der der Druck nichtlinear mit der Tiefe variiert. (2P)
 Drehtle variiert mit z (Tiefe)



Aufgabe 7 Skizzieren Sie das Geschwindigkeitsprofil als Funktion des Wandabstandes in einer Grenzschicht für eine Strömung mit positivem und negativem Druckgradienten. Vergleichen Sie beide Kurven mit dem Zustand ohne Druckgradient, den Sie in jedes Diagramm zusätzlich zeichnen. (4P)



Musterlösung Klausur Strömungslehre SoSe 2015

A1 | $\underline{n}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\underline{n}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\underline{u}_1 = \begin{pmatrix} u_0 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\underline{u}_2 = \begin{pmatrix} u(r) \\ 0 \end{pmatrix}$

a) $\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = 0$

$$\dot{m}_1 = \int_{A_1} \rho \underline{u}_1 \cdot \underline{n}_1 dA = -\rho u_0 \frac{\pi}{4} D^2$$

$$\dot{m}_2 = \int_{A_2} \rho \underline{u}_2 \cdot \underline{n}_2 dA = \rho \int_{A_2} u(r) dA = \rho \int_0^R u_{\max} \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right) 2\pi r dr$$

$$= 2\pi \rho u_{\max} \left[\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4R^2} \right]_0^R = 2\pi \rho u_{\max} R^2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \pi \rho u_{\max} D^2$$

$\Rightarrow \rho u_0 \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{1}{8} \pi \rho u_{\max} D^2 \Rightarrow u_{\max} = 2u_0$

b) Bernoulli 1 \rightarrow 2

$$p_1 + \frac{\rho}{2} u_0^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} u_{\max}^2 = p_2 + 2\rho u_0^2$$

$$p_1 - p_2 = 2\rho u_0^2 - \frac{\rho}{2} u_0^2 = \frac{3}{2} \rho u_0^2$$

c) Impulssatz für geg. KV

$\int_{A_1} \rho \underline{u}_1 (\underline{u}_1 \cdot \underline{n}_1) dA + \int_{A_2} \rho \underline{u}_2 (\underline{u}_2 \cdot \underline{n}_2) dA = F_{\text{res}} - \int_{A_1} p_1 \underline{n}_1 dA - \int_{A_2} p_2 \underline{n}_2 dA$

nur Kräfte in x-Richtung:

$$-\rho u_0^2 \frac{\pi}{4} D^2 + \rho \int_{A_2} u^2(r) dA = F_{\text{res}} + \frac{\pi}{4} D^2 (p_1 - p_2)$$

$$\dots + \rho u_{\max}^2 \int_0^R \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)^2 2\pi r dr = \dots$$

$$\dots + 2\pi \rho u_{\max}^2 \int_0^R \left(r - 2\frac{r^3}{R^2} + \frac{r^5}{R^4}\right) dr = \dots$$

$$\dots + 2\pi \rho u_{\max}^2 \left[\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{2R^2} + \frac{r^6}{6R^4} \right]_0^R = \dots$$

$$-s u_0^2 \frac{\pi}{4} D^2 + 2\pi s 4u_0^2 R^2 \cdot \frac{1}{6} = F_{res} + \frac{\pi}{4} D^2 \cdot \frac{3}{2} s u_0^2$$

$$s \pi D^2 u_0^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{3}{8} \right) = F_{res}$$

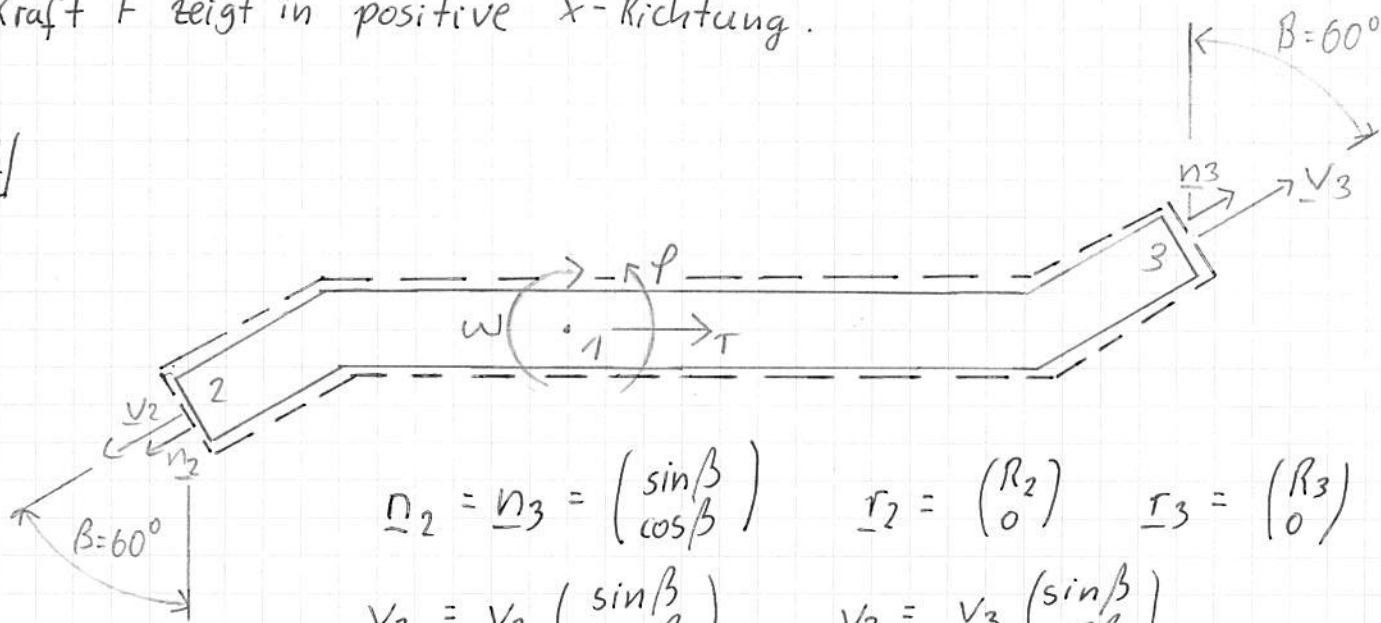
$$F_{res} = -s \pi D^2 u_0^2 \frac{7}{24}$$

$$F = -F_{res} = \frac{7}{24} s \pi D^2 u_0^2$$

Kraft F zeigt in positive x -Richtung.

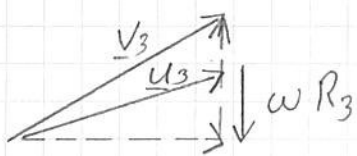
A 2/

a)



$$\underline{n}_2 = \underline{n}_3 = \begin{pmatrix} \sin \beta \\ \cos \beta \end{pmatrix} \quad \underline{r}_2 = \begin{pmatrix} R_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{r}_3 = \begin{pmatrix} R_3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v}_2 = v_2 \begin{pmatrix} \sin \beta \\ \cos \beta \end{pmatrix} \quad \underline{v}_3 = v_3 \begin{pmatrix} \sin \beta \\ \cos \beta \end{pmatrix}$$



$$\underline{u}_2 = \begin{pmatrix} v_2 \sin \beta \\ v_2 \cos \beta - \omega R_2 \end{pmatrix}$$

$$\underline{u}_3 = \begin{pmatrix} v_3 \sin \beta \\ v_3 \cos \beta - \omega R_3 \end{pmatrix}$$

Impulssatz:

$$\frac{d}{dt} \int_{KV} s (\underline{r} \times \underline{u}) dV + \int_{A_2} (\underline{r}_2 \times \underline{u}_2) s \underline{v}_2 \cdot \underline{n}_2 dA + \int_{A_3} (\underline{r}_3 \times \underline{u}_3) s \underline{v}_3 \cdot \underline{n}_3 dA = \underline{\Sigma M}$$

$$\underline{r}_2 \times \underline{u}_2 = \begin{vmatrix} \oplus & & \ominus \\ R_2 & & 0 \\ v_2 \sin \beta & v_2 \cos \beta - \omega R_2 & 0 \end{vmatrix} = R_2 (-v_2 \cos \beta - \omega R_2)$$

$$\underline{r}_3 \times \underline{u}_3 = R_3 (v_3 \cos \beta - \omega R_3)$$

$$s \underline{v}_2 \cdot \underline{n}_2 = s v_2 \quad ; \quad s \underline{v}_3 \cdot \underline{n}_3 = s v_3$$

$$\Rightarrow R_2 (v_2 \cos \varphi - \omega R_2) \cdot \frac{\pi}{4} D^2 + R_3 (v_3 \cos \varphi - \omega R_3) \cdot \frac{\pi}{4} D^2 = 0$$

keine Momente, da reibungsfrei u. p_0 auf KF \uparrow

$$R_2 (v_2 \cos \varphi - \omega R_2) \cdot \frac{\dot{V}}{2} + R_3 (v_3 \cos \varphi - \omega R_3) \cdot \frac{\dot{V}}{2} = 0$$

$$v_2 = v_3 = v$$

$$R_2 v \cos \varphi - \omega R_2 + R_3 v \cos \varphi - \omega R_3 = 0$$

$$\omega = \frac{R_2 v \cos \varphi + R_3 v \cos \varphi}{R_2^2 + R_3^2} = \frac{(R_2 + R_3) v \cos \varphi}{R_2^2 + R_3^2} = 17,91 \frac{1}{s}$$

$$\text{mit } v = \frac{\dot{V}}{2} \cdot \frac{4}{\pi D^2} = \frac{1,2 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s}}{2} \cdot \frac{4}{\pi (0,008m)^2} = 11,94 \frac{m}{s}$$

b) $\omega = 0 \Rightarrow M \neq 0$

$$\Rightarrow R_2 (v_2 \cos \varphi - \omega R_2) \cdot \frac{\dot{V}}{2} + R_3 (v_3 \cos \varphi - \omega R_3) \cdot \frac{\dot{V}}{2} = M_H$$

$$\text{mit } v_2 = v_3 = v$$

$$\frac{\dot{V}}{2} v \cos \varphi (R_2 + R_3) = 2,145 \text{ Nm}$$

A31 a) $\frac{T_{02}}{T_2} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_2^2 = \frac{360\text{K}}{200\text{K}} = 1,8 \Rightarrow Ma_2 = 2,0$

$$w_2 = Ma_2 \cdot c_2 = Ma_2 \sqrt{\gamma R T_2} = 567 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) $\frac{A_2}{A_E} = \frac{1}{Ma_2} \left[\frac{1 + \frac{1}{2}(\gamma-1)Ma_2^2}{\frac{1}{2}(\gamma+1)} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 1,688$

$$\Rightarrow A_E = A_2 / 1,688 = 0,059 \text{ m}^2$$

c) $\frac{p_0}{p_1} = \frac{p_0}{p_2} \cdot \frac{p_2}{p_1} = 7,824 \cdot \frac{1}{7} = 1,118$

mit $\frac{p_0}{p_2} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_2^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 7,824$

$$\frac{p_0}{p_1} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_1^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1,118 \Rightarrow Ma_1 = 0,4$$

$$\dot{m} = s_2 A_2 w_2 \Rightarrow s_2 = \frac{\dot{m}}{A_2 w_2} = 0,529 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\frac{s_1}{s_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \Rightarrow s_1 = 2,124 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\frac{T_{02}}{T_1} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_1^2 = 1,032 \Rightarrow T_1 = 348,8 \text{ K}$$

$$w_1 = Ma_1 \cdot c_1 = Ma_1 \sqrt{\gamma R T_1} = 149,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$A_1 = \frac{\dot{m}}{s_1 w_1} = 0,094 \text{ m}^2$$

d) $p_1 = s_1 R T_1 = 212.624 \text{ Pa}$

$$p_2 = p_1 / 7 = 30.375 \text{ Pa}$$

e) Index ns $\hat{=}$ nach Stoß

$$p_{0ns} = \frac{p_{0ns}}{p_{ns}} \cdot \frac{p_{ns}}{p_2} \cdot p_2$$

$$\frac{p_{ns}}{p_2} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (Ma_2^2 - 1) = 4,5$$

$$Ma_{ns} = \sqrt{\frac{(\gamma-1) Ma_2^2 + 2}{2\gamma Ma_2^2 + 1 - \gamma}} = 0,577$$

$$\frac{p_{0ns}}{p_{ns}} = \sqrt{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_{ns}^2} = 1,256$$

$$p_{0ns} = 1,256 \cdot 4,5 \cdot 30.375 \text{ Pa} = 171.680 \text{ Pa}$$

$$p_0 = \frac{p_0}{p_1} \cdot p_1 = 1,118 \cdot 212.563 \text{ Pa} = 237.645 \text{ Pa}$$

$$T_0 = \text{const.} = T_{02} = 360 \text{ K}$$

e) bei unverändertem Medium (ρ_0/ρ , T_0/T ... gleich) bestimmt $\frac{A}{A^*}$ die lokale Machzahl

$\Rightarrow \frac{A}{A^*}$ muss erhöht werden, um Ma zu steigern

A41

$$F(z) = -\frac{E_1}{2\pi} \ln(x+iy) - i \frac{\Gamma_1}{2\pi} \ln(x+iy)$$

$$+ \frac{E_2}{2\pi} \ln(x-x_2 + i(y-y_2)) + i \frac{\Gamma_2}{2\pi} \ln(x-x_2 + i(y-y_2))$$

$$+ \frac{E_3}{2\pi} \ln(x-x_3 + i(y-y_3)) + i \frac{\Gamma_3}{2\pi} \ln(x-x_3 + i(y-y_3))$$

$$F(z) = \left(-\frac{E_1}{2\pi} - i \frac{\Gamma_1}{2\pi} \right) \left(\frac{1}{2} \ln(x^2+y^2) + i \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \right)$$

$$+ \left(\frac{E_2}{2\pi} + i \frac{\Gamma_2}{2\pi} \right) \left(\frac{1}{2} \ln((x-x_2)^2 + (y-y_2)^2) + i \arctan\left(\frac{y-y_2}{x-x_2}\right) \right)$$

$$+ \left(\frac{E_3}{2\pi} + i \frac{\Gamma_3}{2\pi} \right) \left(\frac{1}{2} \ln((x-x_3)^2 + (y-y_3)^2) + i \arctan\left(\frac{y-y_3}{x-x_3}\right) \right)$$

$$\begin{aligned} \Psi(x, y) = & -\frac{E_T}{2\pi} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{\Gamma_T}{2\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \ln(x^2 + y^2) \\ & + \frac{E_Z}{2\pi} \arctan\left(\frac{y-y_Z}{x-x_Z}\right) + \frac{\Gamma_Z}{2\pi} \cdot \frac{1}{2} \ln((x-x_Z)^2 + (y-y_Z)^2) \\ & + \frac{E_S}{2\pi} \arctan\left(\frac{y-y_S}{x-x_S}\right) + \frac{\Gamma_S}{2\pi} \cdot \frac{1}{2} \ln((x-x_S)^2 + (y-y_S)^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = & \frac{1}{2\pi} \left[-E_T \frac{1}{1+\left(\frac{y}{x}\right)^2} \cdot \frac{1}{x} - \Gamma_T \frac{y}{x(x^2+y^2)} \right. \\ & + E_Z \frac{1}{1+\left(\frac{y-y_Z}{x-x_Z}\right)^2} \frac{1}{x-x_Z} + \Gamma_Z \frac{y-y_Z}{(x-x_Z)^2 + (y-y_Z)^2} \\ & \left. + E_S \frac{1}{1+\left(\frac{y-y_S}{x-x_S}\right)^2} \frac{1}{x-x_S} + \Gamma_S \frac{y-y_S}{(x-x_S)^2 + (y-y_S)^2} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u = & \frac{10^7}{2\pi} \frac{\text{m}}{\text{s}} \left[-1 \cdot \frac{1}{1+\left(\frac{10^6}{10^6}\right)^2} \frac{1}{10^6} - 5 \frac{10^6}{(10^{12} + 10^{12})} \right. \\ & + 1 \cdot \frac{1}{1+\left(\frac{-1,5 \cdot 10^6}{-1,5 \cdot 10^6}\right)^2} \frac{1}{-1,5 \cdot 10^6} + 5 \cdot \frac{(-1,5) \cdot 10^6}{(-1,5 \cdot 10^6)^2 + (-1,5 \cdot 10^6)^2} \\ & \left. + 0,5 \frac{1}{1+\left(\frac{-3 \cdot 10^6}{10^6}\right)^2} \frac{1}{10^6} + 5 \frac{-3 \cdot 10^6}{(-3 \cdot 10^6)^2 + (10^6)^2} \right] \end{aligned}$$

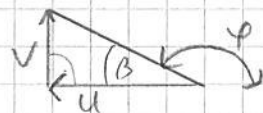
$$\begin{aligned} u = & \frac{10^7}{2\pi} \frac{\text{m}}{\text{s}} \left[-0,5 \cdot 10^{-6} - 2,5 \cdot 10^{-6} - 0,333 \cdot 10^{-6} - 1,667 \cdot 10^{-6} \right. \\ & \left. + 0,05 \cdot 10^{-6} - 1,5 \cdot 10^{-6} \right] = -10,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

$$V = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -\frac{1}{2\pi} \left[-E_T \frac{1}{1+\left(\frac{y}{x}\right)^2} \frac{-y}{x^2} - \Gamma_T \frac{x}{x^2+y^2} \right. \\ \left. + E_J \frac{1}{1+\left(\frac{y-y_J}{x-x_J}\right)^2} \frac{-(y-y_J)}{(x-x_J)^2} + \Gamma_J \frac{x-x_J}{(x-x_J)^2+(y-y_J)^2} \right. \\ \left. + E_S \frac{1}{1+\left(\frac{y-y_S}{x-x_S}\right)^2} \frac{-(y-y_S)}{(x-x_S)^2} + \Gamma_S \frac{x-x_S}{(x-x_S)^2+(y-y_S)^2} \right]$$

$$V = -\frac{10^7}{2\pi} \frac{m}{s} \left[-1 \frac{1}{1+\left(\frac{10^6}{10^6}\right)^2} \frac{-10^6}{10^{12}} - 5 \frac{10^6}{10^{12}+10^{12}} \right. \\ \left. + 1 \frac{1}{1+\left(\frac{-1,5 \cdot 10^6}{-1,5 \cdot 10^6}\right)^2} \frac{+1,5 \cdot 10^6}{(-1,5 \cdot 10^6)^2} + 5 \frac{-1,5 \cdot 10^6}{2(-1,5 \cdot 10^6)^2} \right. \\ \left. + 0,5 \frac{1}{1+\left(\frac{-3 \cdot 10^6}{10^6}\right)^2} \frac{+3 \cdot 10^6}{10^{12}} + 5 \frac{10^6}{(-3 \cdot 10^6)^2+(10^6)^2} \right]$$

$$V = -\frac{10^7}{2\pi} \frac{m}{s} \left[+0,5 \cdot 10^{-6} - 2,5 \cdot 10^{-6} + 0,333 \cdot 10^{-6} - 1,667 \cdot 10^{-6} \right. \\ \left. + 0,15 \cdot 10^{-6} + 0,5 \cdot 10^{-6} \right] = 4,3 \frac{m}{s}$$

Windrichtung:



$$\beta = \arctan\left(\frac{|v|}{|u|}\right) = 22,7^\circ$$

$$\Rightarrow \varphi = 180^\circ - \beta = 157,3^\circ \text{ (WNW)}$$

Windgeschw.: $|v|_{AKW} = (v^2 + u^2)^{\frac{1}{2}} = 11,2 \frac{m}{s}$

c) gilt $\Psi_{AKW} \approx \Psi_{Pek}$?

$$\Psi_{AKW} = \frac{10^7}{2\pi} \frac{m^2}{s} \left[-1 \arctan\left(\frac{10^6}{10^6}\right) - 5 \frac{1}{2} \ln((10^6)^2 + (10^6)^2) \right. \\ \left. + 1 \arctan\left(\frac{-1,5 \cdot 10^6}{-1,5 \cdot 10^6}\right) + 5 \frac{1}{2} \ln((-1,5 \cdot 10^6)^2 + (-1,5 \cdot 10^6)^2) \right. \\ \left. + 0,5 \arctan\left(\frac{-3 \cdot 10^6}{10^6}\right) + 5 \frac{1}{2} \ln((-3 \cdot 10^6)^2 + (10^6)^2) \right]$$

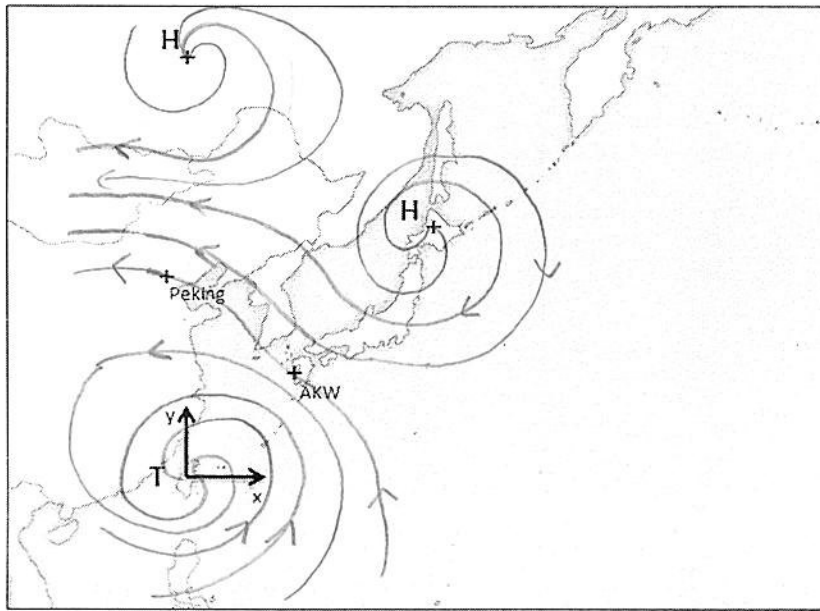
$$\Psi_{AKW} = \frac{10^7}{2\pi} \frac{m^2}{s} \left[-0,785 - 70,810 + 0,785 + 72,838 - 0,625 + 74,834 \right] = 1,213 \cdot 10^8 \frac{m^2}{s}$$

$$\Psi_{Pek} = \frac{10^7}{2\pi} \frac{m^2}{s} \left[-1 \arctan \left(\frac{2 \cdot 10^6}{-0,5 \cdot 10^6} \right) - 5 \frac{1}{2} \ln \left((2 \cdot 10^6)^2 + (-0,5 \cdot 10^6)^2 \right) + 1 \arctan \left(\frac{-0,5 \cdot 10^6}{-3 \cdot 10^6} \right) + 5 \frac{1}{2} \ln \left((-0,5 \cdot 10^6)^2 + (-3 \cdot 10^6)^2 \right) + 0,5 \arctan \left(\frac{-2 \cdot 10^6}{-0,5 \cdot 10^6} \right) + 5 \cdot \frac{1}{2} \ln \left((-2 \cdot 10^6)^2 + (-0,5 \cdot 10^6)^2 \right) \right]$$

$$\Psi_{Pek} = \frac{10^7}{2\pi} \frac{m^2}{s} \left[1,326 - 72,695 + 0,165 + 74,639 + 0,663 + 72,695 \right] = 1,222 \cdot 10^8 \frac{m^2}{s}$$

$\Rightarrow \Psi_{AKW} \approx \Psi_{Pek} \Rightarrow$ Peking wird getroffen werden

d)



e)

Kürzeste Strecke

$$s = \sqrt{(x_{AKW} - x_{Pek})^2 + (y_{AKW} - y_{Pek})^2}$$

AKW - Peking:

$$s = 1,803 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Annahme $|v|_{AKW} \approx \text{const.} \Rightarrow t = \frac{s}{|v|_{AKW}} = \frac{1,803 \cdot 10^6 \text{ m}}{11,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

$$t = 160.982 \text{ s} \approx 45 \text{ h}$$