Prof. Holger Foysi, Lehrstuhl Strömungsmechanik

WS2014/15
Punkte:
(max. 25P)

Name: ....
Vorname:......................................
Matr.-Nr.:.....................................

Lösung!

KLAUSUR STRÖMUNGSLEHRE - FRAGENTEIL

Benutzte Formel bitte immer angeben! Knappe Antworten! **Viel Erfolg!**

Aufgabe 1) Welche Bedingung erfüllen die Π-Größen, falls wir Modell und Messung miteinander vergleichen? (1P)

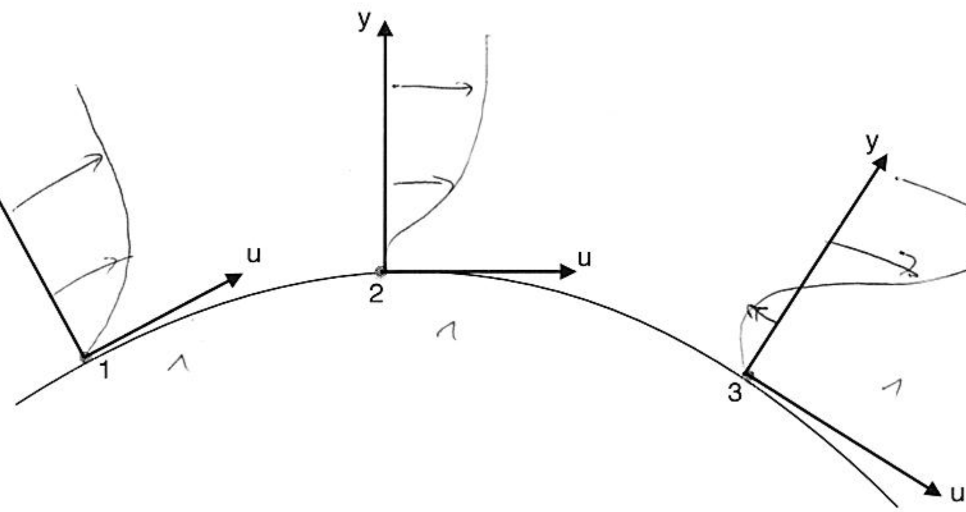
$\Pi_{modell} = \Pi_{real}$

1

Aufgabe 2) Nennen Sie je eine Größe die über den senkrechten Verdichtungsstoß steigt (a), gleich bleibt (b), sinkt (c). (3P)

a) p 1 b) totale Temperatur bzw. Ruhetemperatur c) u 1

Aufgabe 3) Skizzieren Sie die Geschwindigkeitsprofile der reibungsbehafteten Umströmung einer gekrümmten Oberfläche von links nach rechts (inkompressibel, stationär, laminar). (3P)



Aufgabe 4) Wie lautet das komplexe Potential eines Dipols, was besagen Real- und Imaginärteil? (2P)

$F = \mu / 2\pi z$ 1

Realteil: Potentialfkt. 1/2 Imaginärteil: Stromfkt. 1/2

Aufgabe 6) Was besagt das Reynoldstransporttheorem? (2P, 1 Sonderpunkt für Formel)

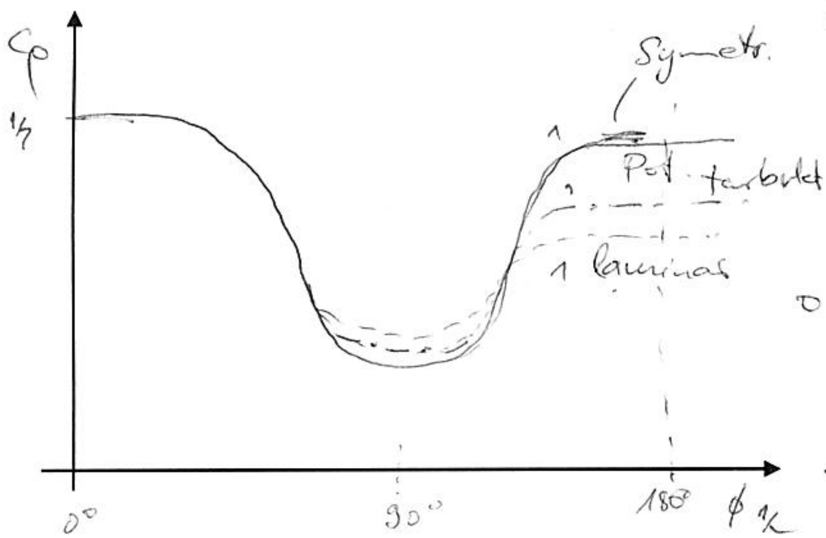
zeitl. Änderung einer Größe = zeitl. Änderung im KV 1

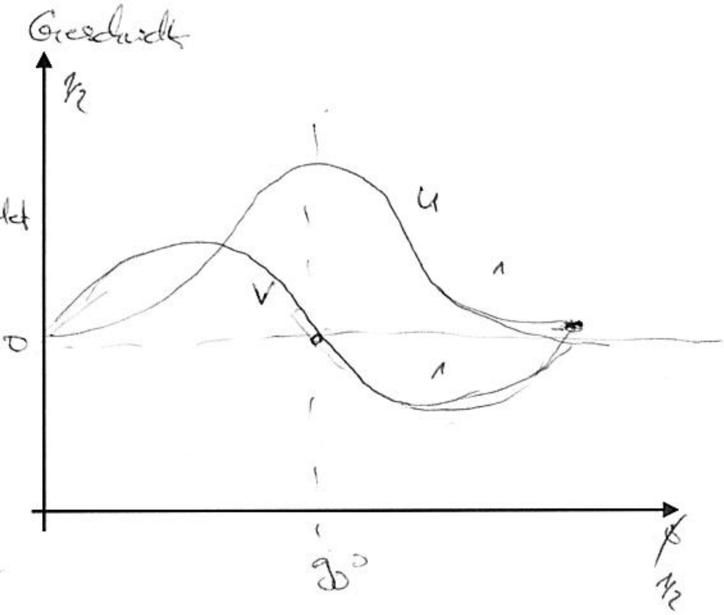
+ Fluss über die KF 1

$$\frac{d}{dt}\int f \, dV = \int \frac{\partial f}{\partial t} \, dV + \oint f \underline{u} \cdot \underline{n} \, dA$$

1

Aufgabe 5) Skizzieren Sie den Verlauf des Druckbeiwertes für eine Potentialströmung, eine reibungsbehaftete laminare Strömung und eine turbulente Strömung um einen Kreiszylinder, entlang der Oberfläche (von Staupunkt zu Staupunkt). Erklären Sie den Unterschied der drei Verläufe. Zeichnen Sie ausserdem den Verlauf der Geschwindigkeitskomponenten im reibungsfreien Fall in ein weiteres Diagramm ein und geben Sie die Formel für den Druckbeiwert an. (11P)





Potentialstr.: keine Reibung, kein Widerstand (d'Alembert), symetrisch

laminar: Ablösung, Formwiderstand, geringerer Druck auf Rückseite

turbulent: turbulente Ablösung, mehr kinet. Energie an der Wand, Strömung kann Druckgradient länger widerstehen → geringerer Formwiderstand

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho u_\infty^2}$$

Aufgabe 7) Eine Lavaldüse ist für einen bestimmten Gegendruck so ausgelegt, dass ein vorgegebener Massenstrom mit Überschallgeschwindigkeit durch den Endquerschnitt der Düse ins Freie austritt. Nach Vergrößerung des Umgebungsdruckes entsteht im divergenten Teil ein gerader Verdichtungsstoß. Wie verändert sich der Massenstrom? Wie verändert sich der Duck im engsten Querschnitt? (3P)

$\dot{m}$ durch engsten Querschnitt A^* festgelegt ⇒ konst. p auch.

Musterlösung Klausur Strömungslehre WiSe 2014/15; 17.03.2015

1 Σ 32,5

a) 3,5

$$d_{h0} = \frac{4A}{U} = \frac{4(4\cdot 3)m^2}{2(4+3)m} = 3,43\,m \quad (1)$$

$$u_0 = u_3 \frac{A_3}{A_0} = 20\frac{m}{s}\frac{(1,5m)^2}{4\cdot 3m^2} = 3,75\frac{m}{s} \quad (1)$$

$$(1)\quad Re_0 = \frac{u_0 \cdot d_{h0}}{\nu} = \frac{3,75\frac{m}{s}\cdot 3,43m}{1,5\cdot 10^{-5}\frac{m^2}{s}} = 857.500 \Rightarrow \text{turbulent} \quad (1/2)$$

b)

$$\zeta_D = 0,15\,((A_5/A_4)^2-1) = 0,15((\tfrac{\pi}{4}(2m)^2/(1,5m)^2)^2-1) = 0,14 \quad (\tfrac{1}{2})$$

$a_0/b_0 = 1,5m/1,5m = 1 \qquad b_1/a_0 = 1,5m/1,5m = 1$

$$\Rightarrow \zeta_K = 1,13 \quad (\tfrac{1}{2})$$

$$\Delta p_V = \frac{\rho}{2}u_0^2\left(\underset{(\frac{1}{2})}{\zeta_E} + \underset{(\frac{1}{2})}{\zeta_{Düse}} + \overset{(\frac{1}{2})}{\lambda\frac{L_{01}}{d_{h0}}}\right) + \frac{\rho}{2}u_2^2\left(\overset{(\frac{1}{2})}{\lambda\frac{L_{23}}{d_{h2}}} + \overset{(\frac{1}{2})}{\zeta_K} + \overset{(\frac{1}{2})}{\zeta_D}\right)$$

$$(\tfrac{1}{2})\quad + \frac{\rho}{2}u_5^2\,\lambda\frac{L_{56}}{d_5}$$

$$\text{mit}\quad u_2 = u_3 \ (\tfrac{1}{2}) \qquad d_{h2} = \frac{4(1,5m)^2}{2(1,5+1,5)m} = 1,5m \ (\tfrac{1}{2})$$

$$u_5 = u_3\frac{A_3}{A_5} = 20\frac{m}{s}\frac{(1,5m)^2}{\frac{\pi}{4}(2m)^2} = 14,32\frac{m}{s} \quad (\tfrac{1}{2})$$

$$\Delta p_V = 0,6\,Pa + 327,5\,Pa + 2,5\,Pa = 330,6\,Pa \quad (\tfrac{1}{2})\ \text{Rechng}$$

c) 3,5

$$\overset{(\frac{1}{2})}{p_\infty} + \overset{(\frac{1}{2})}{\frac{\rho}{2}\underbrace{u_\infty^2}_{=0}} + \rho g\underbrace{z_\infty}_{=0} = \overset{(\frac{1}{2})}{p_\infty} + \overset{(\frac{1}{2})}{\frac{\rho}{2}\underbrace{u_6^2}_{u_5^2}} + \rho g\underbrace{z_6}_{=0\,(\frac{1}{2})} + \overset{(\frac{1}{2})}{\Delta p_V} - \overset{(\frac{1}{2})}{\Delta p_G}$$

$$\Delta p_G = \frac{\rho}{2}u_5^2 + \Delta p_V = 456,2\,Pa \quad (\tfrac{1}{2})$$

$$P_G = \dot V\cdot\Delta p_G = u_3\cdot A_3\cdot\Delta p_G = 20\frac{m}{s}\cdot(1,5m)^2\cdot 456,2\,Pa = \cancel{20,5}\ 21,6\,kW$$

(1) $\dot V$ $(\tfrac{1}{2})$ $(\tfrac{1}{2})$

Σ1 d) Diffusor: Umwandlung des dyn. Druckes in stat. Druck

e) Σ4

$$\dot V = \bar u_3\,A_3 = \int_{A_3} u_3 \, dA \quad (\tfrac{1}{2})$$

$$= \bar u_3\cdot \cancel{b}\cdot H = \cancel{b}\int_0^H u_H\left(\frac{z}{H}\right)^{0,2} dz$$

$(\tfrac{1}{2})$ Einsetzen $(\tfrac{1}{2})$ Int.grenzen und b zu eleminieren

$$(\tfrac{1}{2})\text{Umst.}\quad \bar u_3 = \frac{u_H}{H\cdot H^{0,2}}\int_0^H z^{0,2}dz = \frac{u_H}{H^{1,2}}\left[\frac{1}{1,2}z^{1,2}\right]_0^H = \frac{u_H}{H^{1,2}}\cdot\frac{1}{1,2}\cdot H^{1,2} \quad (\tfrac{1}{2})\text{ Integration}$$

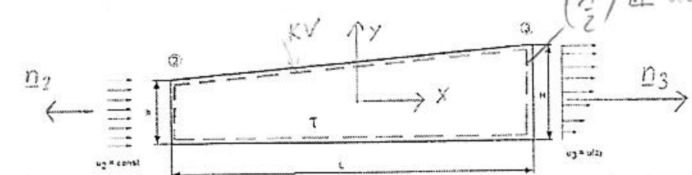
$$\bar u_3 = \frac{u_H}{1,2} = \frac{5}{6}u_H \quad (\tfrac{1}{2})$$

$$(\tfrac{1}{2})\text{ Gl.}\quad u_2\,\cancel{b}\,h = \bar u_3\,\cancel{b}\,H \Rightarrow u_2 = \bar u_3\frac{H}{h} = u_H\frac{5H}{6h} \quad (\tfrac{1}{2})$$

f) Σ11

(1) KV innen

$(\tfrac{1}{2})$ durch Strom bei ②③



$$\underline{n}_2 = \binom{-1}{0} \quad \underline{n}_3 = \binom{1}{0}$$

$$\underline{u}_2 = \binom{u_2}{0};\ \underline{u}_3 = \binom{u_3(z)}{0}$$

Impulssatz: $\rho\int \underline{u}(\underline{u}\cdot\underline{n})dA = \Sigma\underline{K}$

ausschließlich Kräfte in x-Richtung:

inkl. Int. grenzen

$$\overset{(\frac{1}{2})}{\rho u_2}\overset{(\frac{1}{2})}{(u_2\cdot(-1)} + u_2\cdot 0)h\cdot b + \rho\int_0^H \overset{(\frac{1}{2})}{u_3(z)}\overset{(\frac{1}{2})}{(u_3(z)\cdot 1} + u_3(z)\cdot 0)\,b\,dz \overset{(\frac{1}{2})}{=}$$

$$-\rho u_2^2\,bh + \rho b\int_0^H u_3(z)^2dz = -\rho b h u_2^2 + \rho b u_H^2\int_0^H\left(\frac{z}{H}\right)^{0,4}dz = \quad (\tfrac{1}{2})$$

$$\text{Einsetzen }(\tfrac{1}{2})\quad -\rho b h\,u_H^2\frac{25H^2}{36h^2} + \rho b u_H^2\frac{1}{H^{0,4}}\left[\frac{z^{1,4}}{1,4}\right]_0^H = -\rho b u_H^2\frac{25H^2}{36h} + \rho b u_H^2\frac{H}{1,4} = \quad (\tfrac{1}{2})\text{ Integration}$$

$$\rho b u_H^2\left(\frac{10H}{14} - \frac{25H^2}{36h}\right) = \Sigma K_x$$

Innenkräfte

$(\tfrac{1}{2})$

$\Sigma K_x = \int_A \tau \, dA \cdot (-1)$ $(\tfrac{1}{2})$

entgegen Strömungsrichtung

da $p_2 = p_3$, keine Druckkräfte (1)

$K_x = -k\rho b \int_0^L \bar{u}_3^2 \, dx = -k\rho b \, \bar{u}_3^2 \, x\big|_0^L = -k\rho b \frac{25}{36} u_H^2 L$ $(\tfrac{1}{2})$ $(\tfrac{1}{2})$ Integr.

$b\, u_H^2 \left(\frac{10H}{14} - \frac{25H^2}{36h} \right) = -k\rho b \frac{25}{36} u_H^2 L \qquad | \cdot \frac{36h}{25}$

$H^2 - H\frac{360h}{350} - khL$ $(\tfrac{1}{2})$ GL umforme p,q-Formel: $p = -\frac{360h}{350}$; $q = -khL$

$H_{1,2} = \frac{360}{700} h \pm \sqrt{\left(\frac{360}{700}\right)^2 h^2 + khL}$ $(\tfrac{1}{2})$

$H_{1,2} = 0{,}77\,m \pm 0{,}83\,m \qquad h < H$ $(\tfrac{1}{2})$

$\Rightarrow H = 0{,}77 + 0{,}83\,m = 1{,}6\,m$ $(\tfrac{1}{2})$

$\Sigma 19{,}5$

$\boxed{A2}$

a) $\Sigma 2{,}5$

$Ma_1 = \frac{w_1}{c_1}$ $(\tfrac{1}{2})$ $\Rightarrow w_1 = Ma_1 \cdot c_1 = Ma_1 \sqrt{\gamma R T_1} = 583{,}7 \frac{m}{s}$ $(\tfrac{1}{2})$ $(\tfrac{1}{2})$

$T_{01} = T_1 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_1^2\right) = 381{,}6\,K$ $(\tfrac{1}{2})$ $(\tfrac{1}{2})$

b) $\Sigma 3$

$Ma_2 = \left(\frac{(\gamma-1) Ma_1^2 + 2}{2\gamma Ma_1^2 + 1 - \gamma} \right)^{\frac{1}{2}} = 0{,}577$

$T_2 = \frac{T_{01}}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_2^2} = 357{,}8\,K$ $(\tfrac{1}{2})$ $(\tfrac{1}{2})$

$p_2 = p_1 \left(1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (Ma_1^2 - 1)\right) = 1{,}125\,bar$ $(\tfrac{1}{2})$ $(\tfrac{1}{2})$

$w_2 = Ma_2 \cdot c_2 = Ma_2 \sqrt{\gamma R T_2} = 218{,}8 \frac{m}{s}$ $(\tfrac{1}{2})$ $(\tfrac{1}{2})$

c) $\Sigma 7$

$c_p = R + c_v = R + \frac{c_p}{\gamma}$ $(\tfrac{1}{2})$ Ansatz

$c_p \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) = c_p \frac{\gamma - 1}{\gamma} = R$

$c_p = \frac{R\gamma}{\gamma - 1} = 1004{,}5 \frac{J}{kg\,K}$ $(\tfrac{1}{2})$

$c_p T + \frac{1}{2} w^2 = \text{Konst.}$

$c_p T_2 + \frac{1}{2} w_2^2 = c_p T_3 + \frac{1}{2} w_3^2$ (1) Energieerhaltung

$T_3 = T_2 + \frac{1}{2c_p} (w_2^2 - w_3^2)$

$w_3 = 0{,}9\, w_2$ $(\tfrac{1}{2})$

$T_3 = T_2 + \frac{1}{2c_p} w_2^2 (1 - 0{,}81) = 362{,}3\,K$ $(\tfrac{1}{2})$

$\dot{m} = \text{Konst.} \Rightarrow \rho_2 w_2 A_2 = \rho_3 w_3 A_3$ (1)

$A_3 = A_2 \cdot \frac{\rho_2}{\rho_3} \cdot \frac{w_2}{w_3}$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

mit $\frac{w_2}{w_3} = \frac{w_2}{0{,}9 w_2} = \frac{1}{0{,}9}$; $\frac{\rho_2}{\rho_3} = \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 0{,}969$; $A_2 = A_1$ (1) $\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$A_3 = A_2 \cdot \frac{1}{0{,}9} \cdot 0{,}969 = 0{,}1077\ m^2$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$$T_4 = \frac{T_{04}}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_4^2} = \frac{T_{04}}{1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{w_4^2}{\gamma R T_4}} = \frac{T_{04}}{1 + \frac{w_4^2}{2 c_p T_4}}$$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$\dot m = \text{konst.} \Rightarrow w_4 \cdot \rho_4 \cdot \cancel{A_4} = w_3\, \rho_3\, \cancel{A_3}$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ $A_3 = A_4$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$w_4 = w_3 \frac{\rho_3}{\rho_4}$ $\Rightarrow \rho_3/\rho_4$ bestimmen

isobare Erwärmung : $p_3 = p_4$ $\quad \rho_3 R T_3 = \rho_4 R T_4 \Rightarrow \frac{\rho_3}{\rho_4} = \frac{T_4}{T_3}$ (1) Ansatz $\left(\frac{1}{2}\right)$ Erg

$$\Rightarrow T_4 = \frac{T_{04}}{1 + \frac{1}{2 c_p T_4} w_3^2 \left(\frac{T_4}{T_3}\right)^2} = \frac{T_{04}}{1 + \frac{1}{2 c_p} \left(\frac{w_3}{T_3}\right)^2 T_4}$$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ Einsetz.

$$T_4 + T_4^2 \frac{1}{2 c_p} \left(\frac{w_3}{T_3}\right)^2 - T_{04} = 0$$

$$T_4^2 + T_4 \underbrace{2 c_p \left(\frac{T_3}{w_3}\right)^2}_{p} \underbrace{- T_{04}\, 2 c_p \left(\frac{T_3}{w_3}\right)^2}_{q} = 0$$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ quad. Gl.

$$T_{4_{1,2}} = - c_p \left(\frac{T_3}{w_3}\right)^2 \pm \sqrt{c_p^2 \left(\frac{T_3}{w_3}\right)^4 + T_{04}\, 2 c_p \left(\frac{T_3}{w_3}\right)^2}$$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ Lsg

$T_{4_{1,2}} = -3400{,}2\ K \pm 4503\ K \qquad T_4 > 0$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$\Rightarrow T_4 = -3400{,}2\,K + 4503\,K = 1102{,}8\ K$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

Σ20

$\boxed{A3}$

a) Σ3,5

$$\delta_1 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy$$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ (1) ← für Plattenströmung

$$\delta_1 = \int_0^\delta \left(1 - \sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right)\right) dy = \left(y + \frac{2\delta}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right)\right)\Big|_0^\delta$$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ Integration

$$\delta_1 = \delta + \frac{2\delta}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 0 - \frac{2\delta}{\pi}\cos(0) = \delta + 0 - 0 - \frac{2\delta}{\pi}$$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$$\delta_1 = \delta\left(1 - \frac{2}{\pi}\right) = 0{,}363\,\delta$$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

Σ3,5

$$\delta_2 = \int_0^\infty \frac{u}{u_\infty}\left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy = \int_0^\delta \left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right)\right) dy$$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$$\delta_2 = \int_0^\delta \left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right) - \frac{1}{2}\left(1 - \cos\left(\pi\frac{y}{\delta}\right)\right)\right) dy$$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ Einsetzen

$$\delta_2 = \left[-\frac{2\delta}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right) - \frac{y}{2} + \frac{\delta}{2\pi}\sin\left(\pi\frac{y}{\delta}\right)\right]_0^\delta$$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ Integration

$$\delta_2 = 0 - \frac{\delta}{2} + 0 + \frac{2\delta}{\pi} + 0 - 0 = \frac{2\delta}{\pi} - \frac{\delta}{2}$$ $= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$ werte

$$\delta_2 = \delta\left(\frac{2}{\pi} - \frac{1}{2}\right) = 0{,}137\,\delta$$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

Σ6,5 Karmansche Integralbeziehung: (1) Gl.

$$\frac{d}{dx}\left(u_\infty^2 \delta_2\right) + \delta_1 u_\infty \underbrace{\frac{du_\infty}{dx}}_{=0} = \frac{\tau_w}{\rho}\Big|_{y=0}$$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

da Plattenströmung $\left(\frac{1}{2}\right)$

$$\frac{d}{dx}\left(u_\infty^2\, 0{,}137\,\delta\right) = \frac{1}{\rho}\cdot\mu \frac{du}{dy}\Big|_0 = \nu\, u_\infty \frac{\pi}{2\delta}\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right)\Big|_0$$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ Abl $\left(\frac{1}{2}\right)$ Viskosität

$$u_\infty^2\, 0{,}137 \frac{d\delta}{dx} = \nu\, u_\infty \frac{\pi}{2\delta}$$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$$\delta\, d\delta = \frac{\pi}{2 \cdot 0{,}137} \frac{\nu}{u_\infty} dx$$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ Trennung der Variablen

ntegration:

$$\frac{1}{2}\delta^2 = \frac{\pi}{2\cdot 0{,}137}\frac{\nu}{U_\infty}x + C \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

andbedingung: bei $x=0$ ist $\delta = 0 \Rightarrow C = 0$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$$\delta^2 = \frac{\pi}{0{,}137}\frac{\nu}{U_\infty}x = \frac{\pi}{0{,}137}\underbrace{\frac{\nu}{U_\infty}\frac{x^2}{x}}_{\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{\pi x^2}{0{,}137\, Re_x}$$

$$\delta = \frac{4{,}789x}{\sqrt{Re_x}} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

finition Widerstandskraft: $F_W = c_W \cdot \frac{\rho}{2}U_\infty^2 \cdot L \cdot B$ (1)

rechnung über Schubspannung: $F_W = 2 \cdot B \int_0^L \tau_W|_{y=0}\,dx$ (1)

$\uparrow$ beide Plattenseiten $\left(\frac{1}{2}\right)$

$$\Rightarrow c_W = \frac{2\cdot B\int_0^L \tau_W|_{y=0}dx}{\frac{\rho}{2}U_\infty^2\cdot L\cdot B} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$c_W = \frac{4}{\rho U_\infty^2 L}\int_0^L \mu \frac{du}{dy}\Big|_{y=0}dx \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{\rho U_\infty^2 L}\int_0^L \mu U_\infty \frac{\pi}{2\delta}\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right)\Big|_{y=0}dx$$

$$c_W = \frac{2\pi\cdot\mu}{\rho U_\infty L}\int_0^L \frac{1}{\delta}dx \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi\nu}{U_\infty L}\int_0^L \frac{\sqrt{U_\infty}}{\sqrt{\nu x}\,4{,}789}dx \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$c_W = \frac{2\cdot\pi}{4{,}789\,L}\sqrt{\frac{\nu}{U_\infty}}\; 2x^{\frac{1}{2}}\Big|_0^L = \frac{2{,}624}{\sqrt{Re_L}} \quad \left(\frac{1}{2}\right) \text{ Erg.}$$

$\left(\frac{1}{2}\right)$ Integration

)

$$\delta_L = \frac{4{,}789\cdot L}{\sqrt{\frac{U_\infty L}{\nu}}} = 3{,}39\text{ mm} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$F_W = \frac{\rho}{2}U_\infty^2\cdot c_W\cdot L\cdot B = \frac{\rho}{2}U_\infty^2\frac{2{,}624}{\sqrt{\frac{U_\infty\cdot L}{\nu}}}L\cdot B = 0{,}928\,N \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$