Prof. Dr.-Ing. Holger Foysi
Lehrstuhl Strömungsmechanik

SS.. 14
Punkte:

Name: ....
Vorname:..
Matr.-Nr.: ....

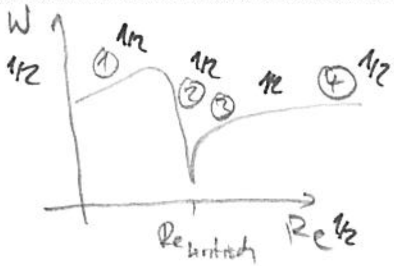
KLAUSUR STRÖMUNGSLEHRE - FRAGENTEIL

Benutzte Formel bitte immer angeben! Knappe Antworten!

Aufgabe 1) Was ist die sogenannte Reynoldsähnlichkeit? (1 Punkt)

Strömungen, bei denen als Parameter nur Re auftritt verhalten sich ähnlich (Exp. wie Originalströmung), falls die Re-Zahl gleich ist. 1

Aufgabe 2) Skizzieren Sie den Widerstand der Strömung um eine Kugel in Abhängigkeit von der Reynoldszahl um den kritischen Bereich herum und diskutieren Sie den Verlauf. (7 Punkte)



(1) subkritisch, laminare Ablösung
1

(2) kritischer Bereich, Ablöseblase instabil -> Turbulenz beginnt
1

(3) superkritisch, Ablösepunkt wandert stromab, Reibung steigt
1

(4) transkritisch, turb. Ablösung am Staupunkt, Re-unabhängig!
1

Aufgabe 3) Sinken oder steigen Ruhedruck, Ruhetemperatur und Entropie über einen Stoss? (3 Punkte)

p_0 sinkt 1
T_0 bleibt gleich 1
S steigt 1

Aufgabe 4) Was erhält man nach Ableitung des komplexen Potentials F(z): dF/dz? (1 Punkt)

$\frac{dF}{dz} = w = u_x - iu_y$ (konj. komplexe Geschwindigkeit) 1

Aufgabe 5) Zur Fussball-WM sieht man viele Autos mit zwei Flaggen an den Scheiben. Schätzen Sie hierfür die zusätzliche Leistung eines Autos ab, die benötigt wird, für eine Fläche von 250 cm² der Fahne, einem Cw-Wert von 0.3, bei einer Geschwindigkeit von 72km/h. (4 Punkte)

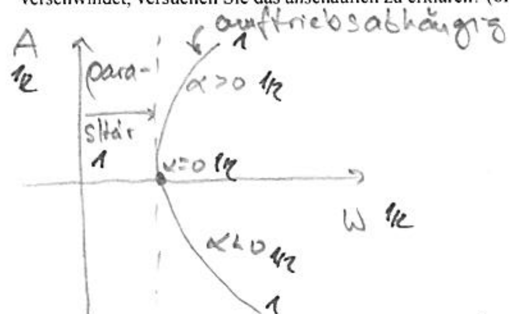
$72 km/h \hat{=} 20 m/s$ 1/2

$D = c_w \cdot \frac{1}{2} \rho u_\infty^2 A \cdot 2 \cdot 2$ 1 1/2 1/2

$P = D \cdot u_\infty$ 1 $\Rightarrow P = 0{,}3 \cdot 1 \frac{kg}{m^3} \cdot (20 \frac{m}{s})^3 \cdot 0{,}030 m^2 \cdot 2$

$\approx 144{,}0$ Watt 1/2

Aufgabe 6) Skizzieren Sie ein typisches Polardiagramm (oder die Polare) für einen Tragflügel. Markieren Sie induzierten (auftriebsabhängigen) und parasitären Widerstand, sowie grob die Bereiche positiven und negativen Anstellwinkels. Warum verschwindet der induzierte Widerstand für den Anstellwinkel, für den der Auftrieb verschwindet, versuchen Sie das anschaulich zu erklären? (8P)



1

Zirkulation um Tragflügel verschwindet ($F = \rho u_\infty \Gamma$). Druck auf d. Oberseite und Unterseite ist gleich 1 ⇒ keine Strömung um Flügelenden herum 1/2 ⇒ kein auftriebsabhängiger Widerstandsanteil mehr

1. Teil reicht nur hier, also 2,5 Punkte für Erklärung

Viel Erfolg!

Ges.: 24 Punkte

A1 Σ 11,5

1.) Parameter: $u\ [\frac{m}{s}]$; $F\ [kg\, m/s^2]$, $c\ [m/s]$, $\varrho\ [kg/m^3]$, $D\ [m]$

2.) $\Rightarrow n = 5$

3.) unabhängige Basisgrößen: $m \Rightarrow 3$ $[M]$; $[L]$; $[Z]$

4.) Dimensionsmatrix:

	M	L	Z
u	0	1	-1
F	1	1	-2
c	0	1	-1
ϱ	1	-3	0
D	0	1	0

$$Rg(\underline{D}^T) = Rg\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} = 3$$

$\Rightarrow r = 3$ $(\frac{1}{2})$

5.) Anzahl dimensionsloser Kennzahlen $K = n - r = 2$ $(\frac{1}{2})$

6.) unabhängige Referenzparameter: c; ϱ; D

	F	u	c	ϱ	D
M	1	0	0	1	0
L	1	1	1	-3	1
Z	-2	-1	-1	0	0

7.) Berechnung Π-Parameter: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \\ \alpha_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $(\frac{1}{2})$

$\Rightarrow \alpha_{12} = 1$ $(\frac{1}{2})$; $-\alpha_{11} = -2 \Rightarrow \alpha_{11} = 2$ $(\frac{1}{2})$

(1) $\alpha_{11} - 3\alpha_{12} + \alpha_{13} = 1 \Rightarrow 2 - 3 + \alpha_{13} = 1 \Rightarrow \alpha_{13} = 2$ $(\frac{1}{2})$

$\longrightarrow \Pi_1 = \frac{F}{c^2 \cdot \varrho^1 \cdot D^2} = \frac{F}{c^2 \varrho D^2}$ $(\frac{1}{2})$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_{21} \\ \alpha_{22} \\ \alpha_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} (\tfrac{1}{2})$$

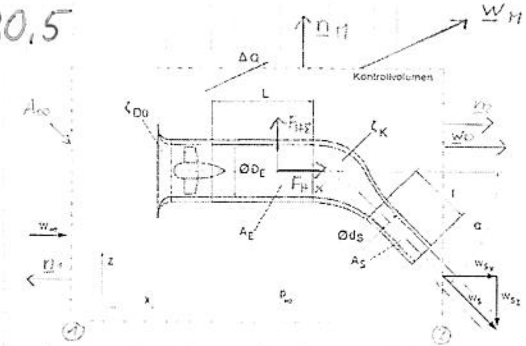
$\alpha_{22} = 0$ $(\frac{1}{2})$; $\alpha_{21} = 1$ $(\frac{1}{2})$

$\alpha_{21} - 3\alpha_{22} + \alpha_{23} = 1 \Rightarrow \alpha_{23} = 0$ $(\frac{1}{2})$

$\Pi_2 = \frac{u}{c^1 \varrho^0 D^0} = \frac{u}{c} = Ma$ (1) $\Rightarrow \Pi_1 = f(\Pi_2)$ $(\frac{1}{2})$

$\frac{F}{c^2 \varrho D^2} = f(Ma) \Rightarrow F = c^2 \varrho D^2 f(Ma)$ (1)

A2 Σ 30,5



a) Σ 1,5 ges.: Q (1) Konti.-Gl.

$Q = w_S\, A_S = 100\,\frac{m}{s} \cdot 0{,}1\,m^2 = 10\,\frac{m^3}{s}$ $(\frac{1}{2})$

b) Σ 5 ges.: Re_E; Re_S; λ_E; λ_S

$w_E = \frac{Q}{A_E} = \frac{10\,\frac{m^3}{s}}{0{,}25\,m^2} = 40\,\frac{m}{s}$ $(\frac{1}{2})$

$D_E = \sqrt{\frac{4 A_E}{\pi}}$ $(\frac{1}{2})$ f. Gl. $= 0{,}56\,m$ $(\frac{1}{2})$; $d_S = \sqrt{\frac{4 A_S}{\pi}} = 0{,}36\,m$ $(\frac{1}{2})$

(1) f. Gl.

$Re_E = \frac{w_E \cdot D_E}{\nu} = 1.635.036 \approx 1{,}6 \cdot 10^6$ $(\frac{1}{2})$

$\Rightarrow$ Moody-Diagramm: $\lambda_E = 0{,}011$ $(\frac{1}{2})$

$Re_S = \frac{w_S \cdot d_S}{\nu} = 2.627.737 \approx 2{,}6 \cdot 10^6 \Rightarrow \lambda_S = 0{,}01$ $(\frac{1}{2})$

c) Σ 3,5 ges.: Δp_V

$\Delta p_V = \frac{\varrho}{2} w_E^2 (\zeta_{Dü} + \zeta_K) + \frac{\varrho}{2} w_E^2 \lambda_E \frac{L}{D_E} + \frac{\varrho}{2} w_S^2 \lambda_S \frac{L}{d_S}$ $(\frac{1}{2})$ $(\frac{1}{2})$ $(\frac{1}{2})$ $(\frac{1}{2})$ $(\frac{1}{2})$; $L = 2D_E$ $(\frac{1}{2})$; $L = 2d_S$ $(\frac{1}{2})$

$\Delta p_V = \frac{\varrho}{2} w_E^2 (\zeta_{Dü} + \zeta_K + 2\lambda_E) + \frac{\varrho}{2} w_S^2\, 2\lambda_S$

$\Delta p_V = 0{,}6\,\frac{kg}{m^3} \cdot (40\,\frac{m}{s})^2\, 0{,}162 + 0{,}6\,\frac{kg}{m^3} \cdot (100\,\frac{m}{s})^2 \cdot 0{,}02$

$\Delta p_V = 156\,Pa + 120\,Pa = 276\,Pa$ $(\frac{1}{2})$

d) ges.: P

6,0 $P = \Delta p_P \cdot Q \cdot \frac{1}{\eta}$ (1) f. Gl.

Bernoulli-Gl. durch Gebläse

$$\underset{\left(\frac{1}{2}\right)}{p_\infty} + \underset{\left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{\rho}{2} w_\infty^2} + \underset{=0}{\cancel{\rho g z_\infty}} = p_\infty + \frac{\rho}{2} w_s^2 + \Delta p_V - \Delta p_P + \underset{=0}{\cancel{\rho g z_s}} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$$\Delta p_P = \frac{\rho}{2}(w_s^2 - w_\infty^2) + \Delta p_V = 4776\ \text{Pa} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow P = 4776\ \text{Pa} \cdot 10\ \frac{m^3}{s} \cdot \frac{1}{0{,}6} = 79{,}6\ \text{kW} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

e) ges.: ΔQ

4,5 $0 = \int_A \underline{w} \cdot \underline{n}\, dA$ mit $\underline{n}_1 = \begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$; $\underline{n}_2 = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$; $\underline{w}_\infty = \begin{pmatrix}w_\infty\\0\end{pmatrix}$

$$\underline{w}_s = \begin{pmatrix}\cos\alpha \cdot w_s \\ -\sin\alpha \cdot w_s\end{pmatrix} \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$$0 = \Delta Q + ((-1)\cdot w_\infty + 0\cdot 0)A_\infty + (1\cdot w_\infty + 0\cdot 0)\cdot\left(A_\infty - \frac{A_s}{\cos\alpha}\right) + (1\cdot\cos\alpha\cdot w_s + 0\cdot(-\sin\alpha)\cdot w_s)\frac{A_s}{\cos\alpha} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$$0 = \Delta Q - w_\infty A_\infty + w_\infty\left(A_\infty - \frac{A_s}{\cos\alpha}\right) + w_s \cdot \cos\alpha \frac{A_s}{\cos\alpha}$$

$$0 = \Delta Q - w_\infty \frac{A_s}{\cos\alpha} + w_s A_s$$

$$\Delta Q = A_s\left(\frac{w_\infty}{\cos\alpha} - w_s\right) \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

f) ges.: Schubkraft S

10,0 $\int \rho\, \underline{w}\, \underbrace{(\underline{w}\cdot\underline{n})\, dA}_{dQ} = \Sigma \underline{F}$

mit $F_{Jn} \hat{=}$ Impulskraft auf Mantelfläche des KV:

$$\rho\begin{pmatrix}w_\infty\\0\end{pmatrix}\underbrace{(w_\infty(-1)+0\cdot 0)A_\infty}_{\left(\frac{1}{2}\right)} + \rho\begin{pmatrix}w_\infty\\0\end{pmatrix}\underbrace{(w_\infty\cdot 1+0\cdot 0)\left(A_\infty - \frac{A_s}{\cos\alpha}\right)}_{\left(\frac{1}{2}\right)} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$$+ \rho\, w_s \begin{pmatrix}\cos\alpha\\-\sin\alpha\end{pmatrix}\underbrace{(w_s\cos\alpha\cdot 1 + w_s\sin\alpha\cdot 0)\frac{A_s}{\cos\alpha}}_{\left(\frac{1}{2}\right)} + \underline{F}_{JM} = \Sigma\underline{F} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{2}\right)$$

in x-Richtung:

$$-\rho w_\infty^2 A_\infty + \rho w_\infty^2\left(A_\infty - \frac{A_s}{\cos\alpha}\right) + \rho w_s^2 \cos\alpha\, A_s + F_{JMx} = \Sigma F_x$$

$$-\rho w_\infty^2 \frac{A_s}{\cos\alpha} + \rho w_s^2\cos\alpha\, A_s + \rho w_\infty \underbrace{(\underline{w}_M \cdot \underline{n}_M) A_M}_{=\Delta Q \left(\frac{1}{2}\right)} = F_{Hx} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{2}\right)$$

Keine Druckkräfte $\left(\tfrac{1}{2}\right)$

$$-\rho w_\infty^2\frac{A_s}{\cos\alpha} + \rho w_s^2\cos\alpha\, A_s + \rho w_\infty A_s\left(\frac{w_\infty}{\cos\alpha} - w_s\right) = F_{Hx}$$

$\left(\tfrac{1}{2}\right)$ f. ΔQ-Einsetzen

$$\rho w_s^2 \cos\alpha\, A_s - \rho w_\infty w_s A_s = \dot m\, w_s\cos\alpha - \dot m\, w_\infty = F_{Hx}$$

$\left(\tfrac{1}{2}\right)$ für $\dot m$

$$\dot m\,(w_s\cos\alpha - w_\infty) = F_{Hx} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$\left(\tfrac{1}{2}\right)$ f. Vorzeichen

$$S_x = -F_{Hx} = \dot m\,(w_\infty - w_s\cos\alpha)$$

in y-Richtung:

$$-\rho w_s \sin\alpha\; w_s\cos\alpha\,\frac{A_s}{\cos\alpha} + \underset{=0}{\cancel{F_{JMy}}} = \Sigma F_y = F_{Hy} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

da ΔQ gleichmäßig über Mantelfläche (1)

Keine Druckkräfte $\left(\tfrac{1}{2}\right)$

$$-\rho w_s^2 \sin\alpha\, A_s = -\dot m\, w_s\sin\alpha = F_{Hy}$$

$$S_y = -F_{Hy} = +\dot m\, w_s \sin\alpha \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

3 Σ 20,5

) ges.: $\Psi(r,\varphi)$ $\quad u(r,\varphi)$ $\quad v(r,\varphi)$

5

$F(z) = \overset{(1)}{u_\infty z} \overset{(\frac{1}{2})}{+(-i)} \overset{(1)}{\frac{M}{2\pi}\frac{1}{z}} = u_\infty(x+iy) + (-i)\frac{M}{2\pi}\frac{x-iy}{x^2+y^2}$ $(\frac{1}{2})$ Erweitern

$F(z) = u_\infty(x+iy) + \frac{M}{2\pi}\frac{(-ix-y)}{x^2+y^2}$

$\Psi = \Im(F(z)) = u_\infty y - \frac{M}{2\pi}\frac{x}{x^2+y^2} \overset{(\frac{1}{2})}{=} 1 \cdot r \sin\varphi - \frac{M}{2\pi}\frac{r\cos\varphi}{r^2}$ $(\frac{1}{2})$ für sin. cos.

$\overset{\shortparallel}{1}(\frac{1}{2})$

$\Psi(r,\varphi) = r\sin\varphi - \frac{M}{2\pi}\frac{\cos\varphi}{r}$

$u(x,y) = \frac{\partial\Psi}{\partial y}(\frac{1}{2}) = u_\infty - \frac{M}{2\pi}\frac{x(-1)\cdot 2y}{(x^2+y^2)^2}$ $(\frac{1}{2})$ Ableitung $= 1 + \frac{M}{\pi}\frac{xy}{(x^2+y^2)^2}$ $(\frac{1}{2})$ Gl.

$u(r,\varphi) = 1 + \frac{M}{\pi}\frac{r\cos\varphi\, r\sin\varphi}{r^4} = 1 + \frac{M}{\pi}\frac{\cos\varphi\sin\varphi}{r^2}$

$(\frac{1}{2})$ Trigonometrie

$u(r,\varphi) = 1 + \frac{M}{2\pi}\frac{\sin(2\varphi)}{r^2}$

$(\frac{1}{2})$ Abl.

$v(x,y) = -\frac{\partial\Psi}{\partial x}(\frac{1}{2}) = 0 + \frac{M}{2\pi}\frac{1(x^2+y^2)-x(2x)}{(x^2+y^2)^2} = \frac{M}{2\pi}\frac{y^2-x^2}{(x^2+y^2)^2}$ $(\frac{1}{2})$ Gl.

$v(r,\varphi) = \frac{M}{2\pi}\frac{r^2\sin^2\varphi - r^2\cos^2\varphi}{r^4} = \frac{M}{2\pi}\frac{\sin^2\varphi - \cos^2\varphi}{r^2} = -\frac{M}{2\pi}\frac{\cos(2\varphi)}{r^2}$ $(\frac{1}{2})$ Trigon.

) ges.: Orte, wo $v=0$ wird

$v = 0 = -\frac{M}{2\pi}\frac{\cos(2\varphi)}{r^2}$ $\qquad$ (I) für $r \not\to \infty$ $(\frac{1}{2})$

$\Rightarrow \cos(2\varphi) = 0$ $(\frac{1}{2})$

Cosinus ist 2π-periodisch:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{(II)} & \varphi_1 = \frac{\pi}{4} \\ \text{(III)} & \varphi_2 = \frac{3}{4}\pi \\ \text{(IV)} & \varphi_3 = \frac{5}{4}\pi \\ \text{(V)} & \varphi_4 = \frac{7}{4}\pi \end{array}\right\} 4 \times (\tfrac{1}{2})$$

c) ges.: Staupunkte: $u = v = 0$

$\Sigma 4$

$u = 0 = 1 + \frac{M}{2\pi}\frac{\sin(2\varphi)}{r^2}$ $(\frac{1}{2})$

Werte aus b) einsetzen : $r \to \infty$ $\Rightarrow u = 1 + 0 = 1 \neq 0$

$\Rightarrow$ kein Staupunkt $(\frac{1}{2})$

Auflösen nach r: $\quad r = \sqrt{-\frac{M}{2\pi}\sin(2\varphi)}$ $(\frac{1}{2})$ f. Gl.

für $\varphi_1 = \frac{\pi}{4}$ $\quad r = (-\frac{M}{2\pi}\sin(\frac{\pi}{2}))^{\frac{1}{2}} = (-\frac{M}{2\pi})^{\frac{1}{2}}$ $\Rightarrow$ kein SP $(\frac{1}{2})$

keine reelle Lösung

$\varphi_2 = \frac{3}{4}\pi$ $\quad r = (-\frac{M}{2\pi}\sin(\frac{3}{2}\pi))^{\frac{1}{2}} = (\frac{M}{2\pi})^{\frac{1}{2}}$ $\Rightarrow$ SP $(\frac{1}{2})$

$\varphi_3 = \frac{5}{4}\pi$ $\quad r = (-\frac{M}{2\pi}\sin(\frac{5}{2}\pi))^{\frac{1}{2}} = (-\frac{M}{2\pi})^{\frac{1}{2}}$ $\Rightarrow$ kein SP $(\frac{1}{2})$

$\varphi_4 = \frac{7}{4}\pi$ $\quad r = (-\frac{M}{2\pi}\sin(\frac{7}{2}\pi))^{\frac{1}{2}} = (\frac{M}{2\pi})^{\frac{1}{2}}$ $\Rightarrow$ SP $(\frac{1}{2})$

Staupunkte: $\quad SP_1$: $r = (\frac{M}{2\pi})^{\frac{1}{2}}$; $\varphi = \frac{3}{4}\pi$ $\quad SP_2$: $r = (\frac{M}{2\pi})^{\frac{1}{2}}$; $\varphi = \frac{7}{4}\pi$ $(\frac{1}{2})$

d) ges.: M für $r = 1$ $\qquad$ (1) Ansatz

$\Sigma 1{,}5$ aus Staupunkten: $\quad r = (\frac{M}{2\pi})^{\frac{1}{2}}$ $\Rightarrow R^2 \cdot 2\pi = M$

$M = 1 \cdot 2\pi = 2\pi$ $(\frac{1}{2})$ Ergebnis

e) ges.: Gl. f. Staupunktstromlinien (mit $r = R = 1$ u. $M = 2\pi$) (1) für Einset

$\Sigma 3{,}5$ $\quad \Psi_{SP_1} = 1\sin(\frac{3}{4}\pi) - \frac{2\pi}{2\pi}\frac{\cos(\frac{3}{4}\pi)}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2} - (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = \sqrt{2}$ $(\frac{1}{2})$

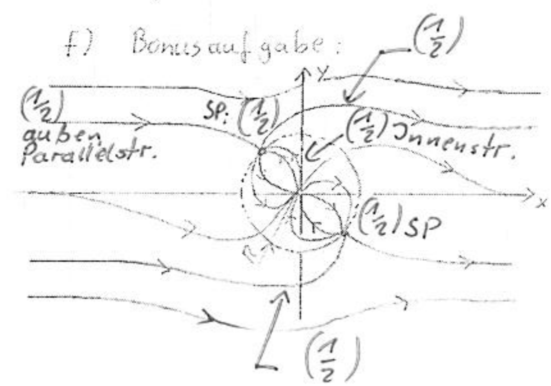
$\Psi_{SP_2} = 1\sin(\frac{7}{4}\pi) - \frac{2\pi}{2\pi}\frac{\cos(\frac{7}{4}\pi)}{1} = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$ $(\frac{1}{2})$

$\Rightarrow \Psi = \Psi_{SP_{1,2}}$ $(\frac{1}{2})$

$(\frac{1}{2})$ $r\sin\varphi - \frac{\cos\varphi}{r} = \sqrt{2}$

$(\frac{1}{2})$ $r\sin\varphi - \frac{\cos\varphi}{r} = -\sqrt{2}$

f) Bonusaufgabe:



A4 Σ 16,5

a) ges.: Nachweis (1) Gl.

$\Sigma 1{,}5$ Druck in Spalte: $p = \rho g h + p_0 = 1000\,\frac{kg}{m^3} \cdot 10\,\frac{m}{s^2} \cdot 4000\,m + p_0$

$p = 400\,bar + p_0 \gg 4\,bar$

$\Rightarrow$ Ballons lassen sich nicht aufblasen! $\left(\frac{1}{2}\right)$

b) ges.: u

$\Sigma 13$

Ballonvolumen: (1) f. Gl.

$V_B = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi (0{,}5m)^3 = 0{,}524\,m^3$

$\leftarrow$ für auftretende Kräfte

$\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$m \cdot a = F_A - G - F_W$

$\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$ für die richtigen Gleichungen

$m \cdot a = 6 V_B \cdot \rho_W \cdot g + 6 V_B \rho_W g - m g - \frac{\rho}{2} u^2 c_D \cdot \pi R^2 (6+2)$

Auftrieb Ballons — Auftrieb Kapsel — Gew. Kapsel — Widerstand — Ballon + Kapsel

$\left(\frac{1}{2}\right)$ $\dot{u} = \frac{du}{dt} = \underbrace{\frac{12 V_B \rho_W g}{m} - g}_{} - \underbrace{\frac{4 \rho c_D \pi R^2}{m}}_{} u^2$

(1) Zusammenfassen

Konstanten $A = 10{,}96\,\frac{m}{s^2}$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ $B = 1{,}15\,\frac{1}{m}$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ Zahlenwerte

$\frac{du}{dt} = A - B u^2 \quad \Big| \cdot \frac{1}{B}$

$\frac{1}{B}\frac{du}{dt} = \frac{A}{B} - u^2$

$\frac{du}{\frac{A}{B} - u^2} = B\,dt$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ Trennung der Variablen

$\int_0^u \frac{du}{\frac{A}{B} - u^2} = \int_0^t B\,dt$

$\frac{\sqrt{B}}{2\sqrt{A}} \ln\left(\frac{\sqrt{A/B} + u}{\sqrt{A/B} - u}\right)\Bigg|_0^u = Bt \Big|_0^t$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

Integration: (1)

$\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$\frac{\sqrt{B}}{2\sqrt{A}}\left[\ln\left(\frac{\sqrt{A/B} + u}{\sqrt{A/B} - u}\right) - \ln(1)\right] = Bt$

$\left(\frac{1}{2}\right)$

$\ln\left(\frac{\sqrt{A/B} + u}{\sqrt{A/B} - u}\right) = 2\sqrt{AB}\,t \quad | e$

$\frac{\sqrt{A/B} + u}{\sqrt{A/B} - u} = e^{2\sqrt{AB}\,t}$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$\sqrt{A/B} + u = e^{2\sqrt{AB}\,t} \cdot \left(\sqrt{A/B} - u\right)$

$u\left(1 + e^{2\sqrt{AB}\,t}\right) = \left(e^{2\sqrt{AB}\,t} - 1\right)\sqrt{A/B}$

$u = \sqrt{\frac{A}{B}}\left(\frac{e^{2\sqrt{AB}\,t} - 1}{e^{2\sqrt{AB}\,t} + 1}\right)$ (1)

c) ges.: u an Oberfläche

$\Sigma 2$

$u = \sqrt{\frac{A}{B}}\left(\frac{e^{2\sqrt{AB}\,t} - 1}{e^{2\sqrt{AB}\,t} + 1}\right)\frac{e^{-\sqrt{AB}\,t}}{e^{-\sqrt{AB}\,t}}$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$u = \sqrt{\frac{A}{B}}\left(\frac{e^{\sqrt{AB}\,t} - e^{-\sqrt{AB}\,t}}{e^{\sqrt{AB}\,t} + e^{-\sqrt{AB}\,t}}\right)$

für sehr großes t: $e^{-\sqrt{AB}\,t} \to 0$ (1)

$\Rightarrow u = \sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{10{,}96\,m/s^2}{1{,}15\,1/m}} = 3{,}09\,m/s$ $\left(\frac{1}{2}\right)$