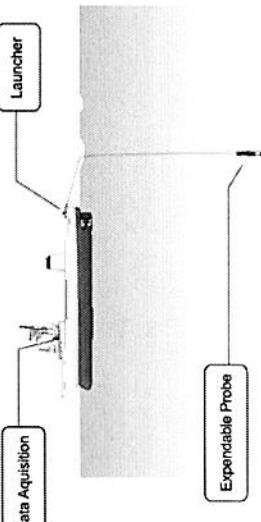


Aufgabe	Punkte				
1	2				
3					
4					
					$\Sigma$

KLAUSUR STRÖMUNGSSLEHRE

Aufgabe 1 (20P)



• 11

Bathythermographen (XBT) werden seit Jahrzehnten zur Messung der Ozeantemperaturen genutzt, die von großer Bedeutung auch für die Untersuchung des Klimawandels sind. Die Genauigkeit dieser Messungen muss deswegen immer wieder überprüft und untersucht werden, wie kürzlich geschehen (Abraham *et al.*, Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 2016). Wir wollen das hier nachstellen und betrachten folgendes Szenario. Die zylinderförmigen XBTs werden aus einer Höhe  $H$  über dem Wasserspiegel fallengelassen und prallen auf den Ozean auf, in den sie anschließend eindringen und absinken, mit einer Geschwindigkeit  $u = u(z)$ , wobei  $z$  die Distanz von der Wasseroberfläche zur Position des XBT darstellt und eine Funktion der Zeit ist,  $z = z(t)$ . Die Daten werden über ein Kabel zum Schiff übertragen, welches sich mit dem Absinken abrollt und zu einer Verringerung der Masse  $m_p(z)$  des XBT führen, mit der Rate  $dm_p/dz = 0.01 \text{ kg/m}$ . Vernachlässigen Sie Effekte beim Aufprall, das Eindringen in den Ozean erfolge problemlos

Geg.:  $H = 3m$ , Länge  $L = 30cm$ ,  $D = 6cm$ ,  $C_W = 0.8$ ,  $\rho_{H2O} = 1000kg/m^3$ ,  $m_p = 10kg$ ,  $g = 9.81 m/s^2$

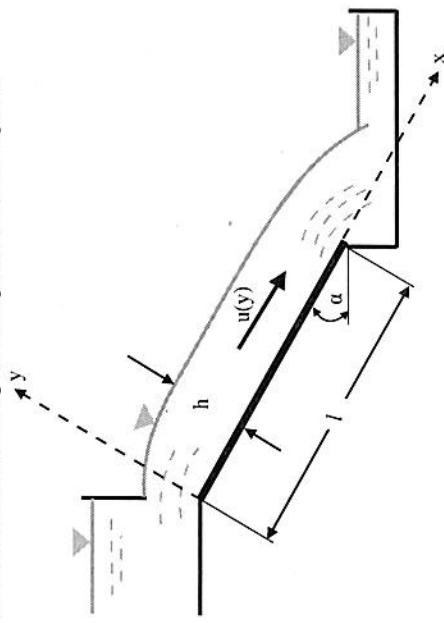
- a) Geben Sie die involvierten Kräfte an und stellen Sie die Kräftebilanz auf. Dies sollte eine Differentialgleichung für die Absinkgeschwindigkeit als Funktion der Wassertiefe liefern. Geben Sie die Anfangsbedingung an (Tip: Produktregel + Kettenregel nutzen, nicht lösen).

b) Lösen Sie die Differentialgleichung um die Geschwindigkeit als Funktion der Tiefe  $z$  zu erhalten, nehmen nun an, dass die Rate  $dm_p/dz$  vernachlässigbar, die Masse  $m_p$  deshalb konstant sei. Welche Geschwindigkeit wird sich am Ende im Gleichgewicht ergeben? Ab welcher Tiefe wird 99% dieser Geschwindigkeit erreicht? (Falls Sie a) nicht gelöst haben, rechnen Sie mit  $ur\dot{d}h/dz = a - b \cdot u^2$ , mit  $a = 8.99 \text{ m/s}^2$ ,  $b = 0.112 \text{ m}^{-1}$  weiter)

c) Nennen und begründen Sie zwei Vereinfachungen, die in der Realität einen starken Einfluss auf die Messungen haben können.

### Aufgabe 3 (20P)

Sie untersuchen ein Gerät zur Bestimmung der Zähigkeit einer Flüssigkeit:



Die Flüssigkeit fließt aus einem Behälter über eine geneigte Platte (Winkel  $\alpha$ ), auf der sie eine Schicht mit konstanter Dicke  $h$  bildet, langsam in einen Behälter. Hier kann der Volumenstrom pro Einheitsbreite  $Q/b$  gemessen werden, das Problem ist als *ebenes* Problem behandelbar. Die Geschwindigkeit  $\mathbf{u}$  ist nur von  $y$  abhängig, der Druck sei der Einfachheit halber konstant in  $x$ -Richtung, die Strömung laminar und stationär. Die Newton'sche Schubspannung an der Oberfläche bei  $y=h$  sei  $\tau = 0$ .

Gegeben:  $\alpha, h, \rho, g, L, b$

a) Geben Sie die Randbedingungen für  $u(x,y)$  an der Wand und bei  $y=h$  an und vereinfachen Sie die  $x$ -Komponente folgender Gleichung um auf die typische Bewegungsgleichung für dergartige Strömungen im Schwerefeld zu kommen, unter Berücksichtigung obiger Angaben:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{g}$$

Im folgenden bilde sich, abweichend von den Idealbedingungen, ein senkrechter Verdichtungsstoß innerhalb der Düse aus. Die Geschwindigkeit vor dem Stoß sei  $w_I = 300 \text{ m/s}$ .  
 b) Wie groß ist  $w_2$  nach dem Stoß, sowie  $p_2/p_1$ ?

c) Wie groß sind  $Q/b$ , sowie die maximale und mittlere Geschwindigkeit?

d) Wie groß ist die Reibungskraft pro Einheitsbreite auf die Wand?

e) **Bonusaufgabe (nicht verlangt):** Erstellen Sie ein Diagramm für  $Q/b = f(h)$  mit der kinematischen Zähigkeit als Parameter, mit  $\alpha = 60^\circ, 4 \leq h \leq 6 \text{ mm}, \nu = 2.5 \cdot 10^{-5}, 3 \cdot 10^{-5}, 4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ . Die kritische Reynoldszahl (ab der die Strömung turbulent wird) der Strömung (bezogen auf die mittlere Geschwindigkeit) beträgt  $Re_{\text{krit}} = 350$ . Tragen Sie in das Diagramm bei d) den kritischen Volumenstrom  $Q/b$  ein und kennzeichnen Sie den Bereich, in dem man nicht messen darf.

### Aufgabe 4 (20P)

Bei einem zur Brandbekämpfung eingesetzten  $\text{CO}_2$  Feuerlöscher soll eine angepasste Laval-Düse erprobt werden ( $p_a = p_\infty$ ). Die Strömung verlaufe reibungsfrei und isentrop. Die Kondensationstemperatur von  $\text{CO}_2$  ist vom Druck abhängig. Bei einem Bezugdruck von  $p_B = 1 \text{ bar}$  findet Kondensation bei der Bezugstemperatur  $T_B = -78^\circ\text{C}$  statt. Das  $\text{CO}_2$  und der  $\text{CO}_2$ -Schnee sollen sich wie ein ideales Gas verhalten, auch entlang der Phasengrenze. Der Index  $B$  kennzeichnet die Bezugswerte,  $K$  die Kondensation,  $e$  den Düseneneintritt und  $a$  den Austritt.

Bedingungen:  $T_0 = 20^\circ\text{C}, p_e = 6.75 \text{ bar}, T_e = 283 \text{ K}, p_\infty = 0.915 \text{ bar}, \text{CO}_2$  und Schnee:  $\gamma = 1.3, c_p = 819 \text{ J/KgK}, T_B = -78^\circ\text{C}$ .

- Die Flüssigkeit fließt aus einem Behälter über eine geneigte Platte (Winkel  $\alpha$ ), auf der sie eine Schicht mit konstanter Dicke  $h$  bildet, langsam in einen Behälter. Hier kann der Volumenstrom pro Einheitsbreite  $Q/b$  gemessen werden, das Problem ist als *ebenes* Problem behandelbar. Die Geschwindigkeit  $\mathbf{u}$  ist nur von  $y$  abhängig, der Druck sei der Einfachheit halber konstant in  $x$ -Richtung, die Strömung laminar und stationär. Die Newton'sche Schubspannung an der Oberfläche bei  $y=h$  sei  $\tau = 0$ .
- a) Berechnen Sie die spezifische Gaskonstante  $R$ ,  $\rho_0$  und  $\rho_\infty$  in der Flasche beim Betrieb, sowie die Düseneneintrittsgeschwindigkeit  $w_e$  und Machzahl  $M_a$ .
- b) Ermitteln Sie die Zustandsgrößen  $\rho^*, T^*$  und  $w^*$ , sowie  $T_a$  und  $M_a$  am Austritt.
- c) Zum Löschen ist entscheidend, dass das gasförmige  $\text{CO}_2$  zu Schnee kondensiert. Findet ein solcher Umwandlungsprozess statt? Falls ja, wie groß ist das Flächenverhältnis  $A^*/A_K$  an diesem Ort (Anmerkung:  $\rho_K/\rho_B = 1$ , hier).
- d) Der Löschaustritt soll  $6 \text{ kg/s}$  betragen. Wie groß muss die Austrittsfläche sein, wie groß ist  $A^*$ ?

Im folgenden bilde sich, abweichend von den Idealbedingungen, ein senkrechter Verdichtungsstoß innerhalb der Düse aus. Die Geschwindigkeit vor dem Stoß sei  $w_I = 300 \text{ m/s}$ .

e) Wie groß ist  $w_2$  nach dem Stoß, sowie  $p_2/p_1$ ?

**Die Klausur besitzt Überhang, viel Erfolg!**