

Skript zur Vorlesung

Verformungsverhalten technischer Werkstoffe

Prof. Dr.-Ing. H.-J. Christ

Fakultät IV, Department Maschinenbau

Institut für Werkstofftechnik
Lehrstuhl für Materialkunde und
Werkstoffprüfung

Universität Siegen

INHALT

1	LITERATUR.....	1
2	VORBEMERKUNGEN, WIEDERHOLUNG VON GRUNDBEGRIFFEN.....	2
	Werkstoffe	2
	Einheiten der Energie.....	7
	Kenngrößen der Spannungs-Dehnungs-Kurve	8
	Einfluss von Werkstoff und Versuchsbedingungen auf das Spannungs-Dehnungs-Verhalten im Zugversuch.....	9
	Spannungs-Dehnungskurve–Kurve: Normalisierter Stahl/ Baustahl	10
3	ELASTISCHE EIGENSCHAFTEN KRISTALLINER STOFFE.....	11
3.1	Elastische Konstanten	11
3.2	Elastische Verzerrungsenergie	14
3.3	Physikalische Deutung des Elastizitätsmodul	15
3.4	Allgemeine Formulierung des Hookeschen Gesetzes	18
3.5	Elastische Verzerrungsenergie	22
3.6	Ebener Spannungszustand, ebener Dehnungszustand.....	24
4	PLASTISCHE VERFORMUNG IN KRISTALLINEN WERKSTOFFEN	25
4.1	Makroskopisches Verformungsverhalten	25
4.1.1	Fließkriterien	25
4.1.2	Wahre Dehnung und wahre Spannung	27
4.1.3	Geometrie und Kristallographie der plastischen Verformung kristalliner Stoffe	30
4.1.4	Die theoretische Schubfestigkeit (starre Scherung)	41
4.2	Versetzungen – Träger der plastischen Verformung	44
4.2.1	Einführung, Definition und Geometrie der Versetzung	44
4.2.2	Kinematik der Versetzungen.....	54
4.2.3	Experimentelle Beobachtung von Versetzungen.....	57
4.2.4	Weitere Charakteristiken von Versetzungen	63
4.3	Verfestigung/Härtung.....	68
4.3.1	Feinkornhärtung.....	68
4.3.2	Kaltverfestigung/Verformungsverfestigung.....	68
4.3.3	Mischkristallhärtung	69
4.3.4	Teilchenhärtung	70
5	VERFORMUNGSMECHANISMENKARTE.....	72
6	ZUSATZKAPITEL: KINKEN UND SPRÜNGE	74

1 Literatur

Die Literatur kann ergänzend zur Prüfungsvorbereitung genutzt werden.

- W. F. Hosford, *Mechanical Behaviors of Materials*, Cambridge University Press, **2005**
- D. Hull, D. J. Bacon, *Introduction to Dislocations*, Pergamon Press, **1984**
- F. Vollertsen, S. Vogler, *Werkstoffeigenschaften und Mikrostruktur*, Hanser Fachbuchverlag, **1989**
- J. Rösler, H. Harders, M. Bäker, *Mechanisches Verhalten der Werkstoffe*, Springer Vieweg, **2012**

Bildquellen

Einige Abbildungen wurden aus sekundären Quellen entnommen.

[Rösler] J. Rösler, H. Harders, M. Bäker, *Mechanisches Verhalten der Werkstoffe*, Springer Vieweg, **2012**

[Gottstein] G. Gottstein, *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik: Physikalische Grundlagen*, Springer Vieweg, **2014**

[Uni Augsburg] <http://www.physik.uni-augsburg.de/~ferdi/skript/teil2/node4.html> (letzter Aufruf **22.02.15**)

[Courtney] T. H. Courtney, *Mechanical behavior of materials*, McGraw-Hill Publishing Company, **1990**

Weitere:

- P. Haasen, *Physikalische Metallkunde*, Springer Vieweg, **1984**
- F. L. Vogel, *Dislocations in low-angle boundaries in germanium*, Acta Metall, 3, 245, **1955**

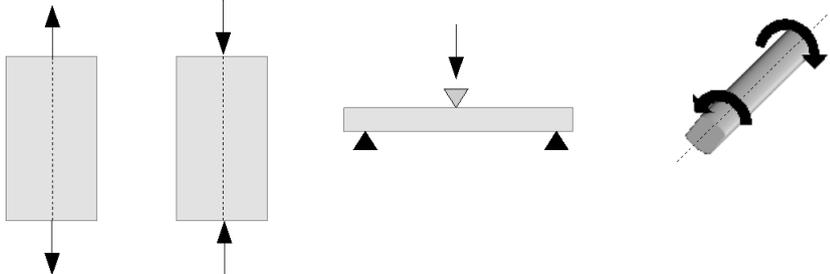
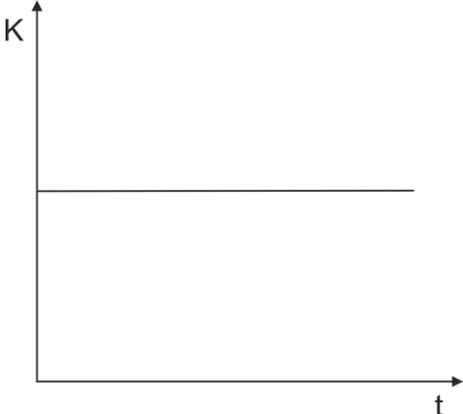
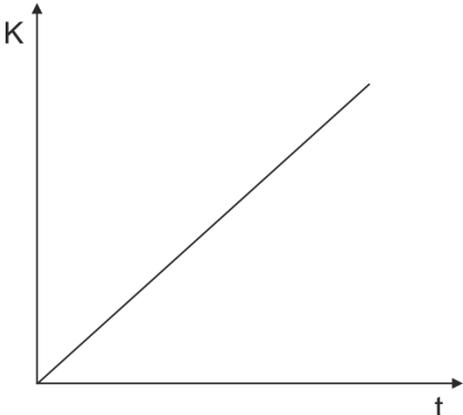
2 Vorbemerkungen, Wiederholung von Grundbegriffen

Werkstoffe

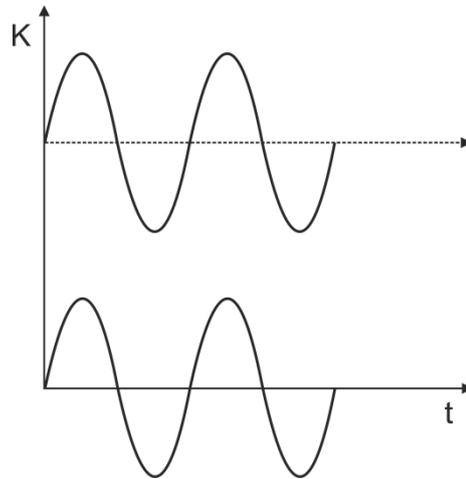
Natürlich oder künstlich hergestellter fester Stoff, der Verwendung findet im Bauteil bei technischer Konstruktion (Metalle, Glas & Keramik, Kunststoffe)

Hier: Die Reaktion des Werkstoffes auf die mechanische Belastung

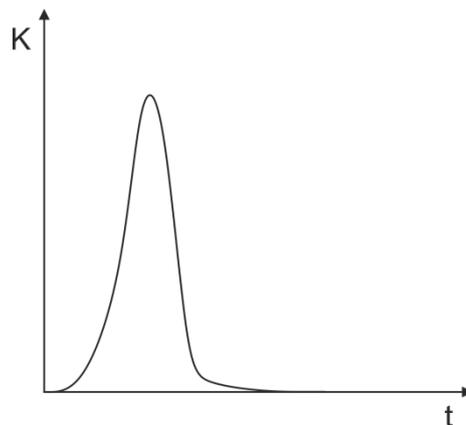
Tabelle 1: **Mögliche Belastungen**

Mögliche Belastung:	 <p style="text-align: center;">Zug Druck Biegung Torsion</p>
Zeitlich konstant:	
Zeitlich ansteigend:	

Wechselnd
(schwellend):



Schlagartig:



$K = \text{Kraft}$, $t = \text{Zeit}$

Jetzt: Zeitlich ansteigende Belastung:

- qualitativ 2 Fälle der Werkstoffantwort
 - a) elastische Dehnung
 - b) elastische + plastische Dehnung → Bruch
 - 1) Duktiler Bruch (nach plastischer Verformung)
 - 2) Spröder Bruch (quasi ohne plastische Verformung)

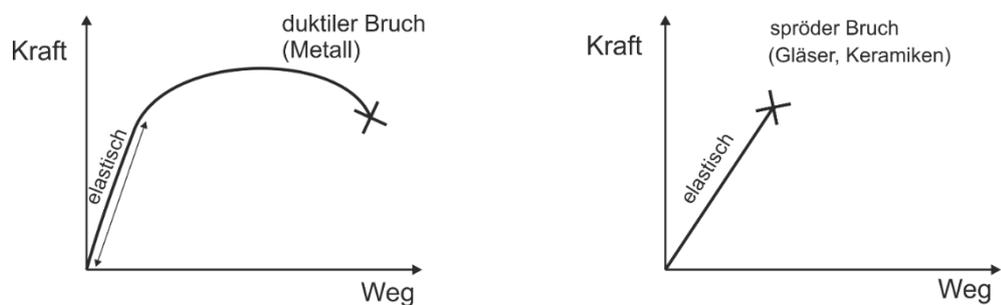


Abbildung 1: Kraft-Weg-Kurve bei einem duktilen und spröden Material

Vorlesung:

Theoretische Grundlagen der elastischen und der plastischen Verformung bis zum Bruch von kristallinen Werkstoffen (z.B. Metalle)

Ziel:

Mikroskopische Ursachen und Mechanismen der Verformung verstehen! Anders als in der Werkstoffprüfung nicht nur die Kenndaten quantitativ erfassen, sondern deren Ursprung verstehen und damit Werkstoffe in gezielter Weise in den mechanischen Eigenschaften verbessern können.

Inhalt der Vorlesung:

Im Rahmen unserer Betrachtungsweise sind die Vorgänge in Kap.2 zeitunabhängig, d.h. die Dehnung folgt der Kraft instantan.

Es gibt jedoch auch Werkstoffe, bei der die Dehnung der Kraft mit einer zeitlichen Verzögerung folgt.

Dies ist der Fall beim viskoelastischen (bzw. viskoplastischen) Verhalten:

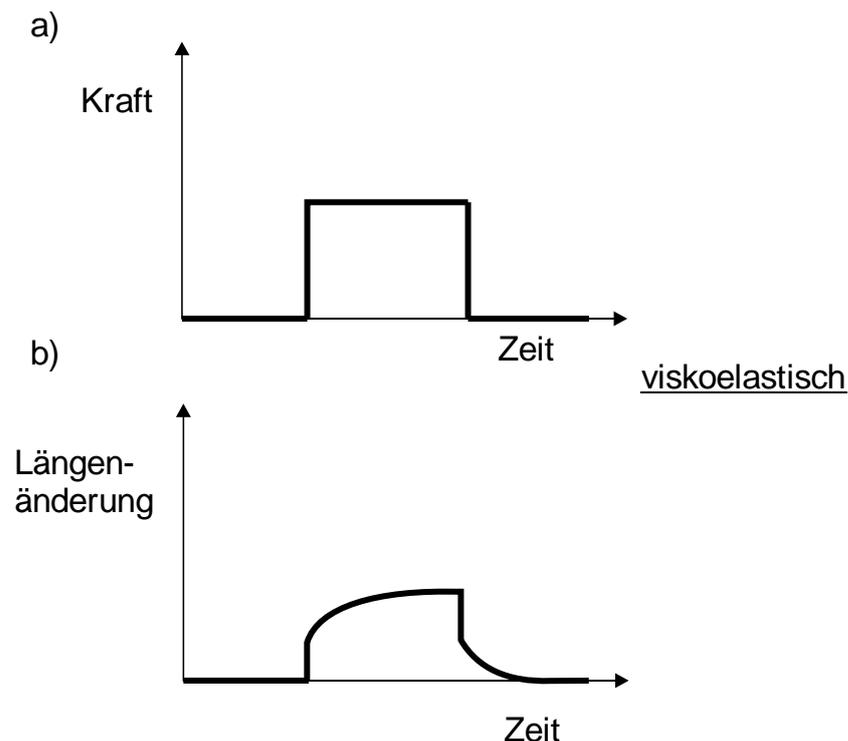


Abbildung 2: Viskoelastisches Verhalten

Dieses Verhalten findet man bei Kunststoffen und Gläsern; wird nicht in dieser Vorlesung behandelt!

Hinweis: Zeitabhängige plastische Verformung wird eventuel behandelt

Wiederholung einiger Grundbegriffe

Beispiel: Zugversuch

- Große Probe: Große Kraft, große Verlängerungen
 - Kleine Proben: Kleine Kräfte, kleine Verlängerungen
- Mechanische Kenngrößen sollten geometrieunabhängig sein!!

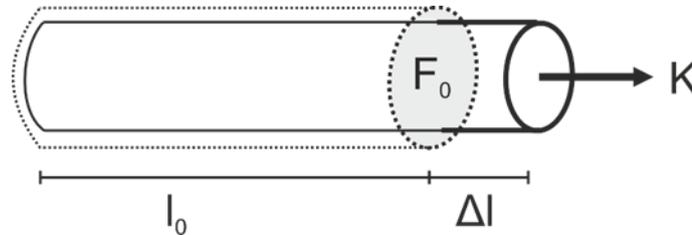


Abbildung 3: Schematische Darstellung des Querschnitts und Längenänderung durch Zug

- 1) Kraft K bezogen auf Querschnitt F_0 :

$$\text{Spannung: } \sigma = \frac{K}{F_0}$$

- 2) Längenänderung Δl bezogen auf die Anfangslänge l_0

$$\text{Dehnung: } \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

→ Zusammenhang σ - ε ist weitgehend unabhängig von der Probengeometrie

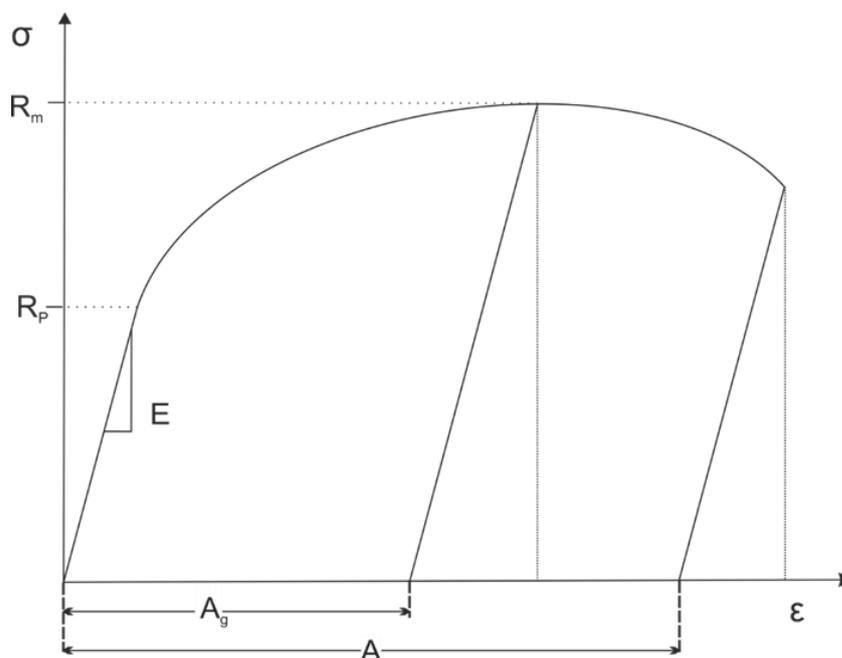


Abbildung 4: Prinzipielle Spannungs-Dehnungskurve für ein duktiles Metall ohne ausgeprägte Streckgrenze

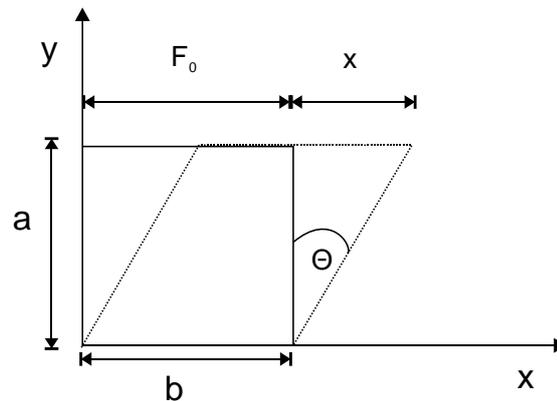
Scherversuch:Maß für die Verformung:

Abbildung 5: Scherversuch

$$\text{Scherung: } \gamma = \frac{\Delta x}{h} = \tan \theta$$

$$\text{Schubspannung: } \tau = \frac{K}{F_0}$$

Die Fläche F_0 bleibt konstant. Es gibt kein Unterschied zwischen technischer und wahrer Spannung (vgl. einachsiger Zugversuch)

- Dehnung und Scherung sind dimensionslos!
- Spannung $\sigma, \tau = \text{SI: } \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} = \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \text{MPa}$

$$\text{früher: } \frac{\text{kp}}{\text{mm}^2} = \frac{9,81 \text{ N}}{\text{mm}^2}; \text{ psi: } \frac{\text{pounds}}{\text{square inch}} = \frac{0,454 \text{ kp}}{(2,54 \text{ cm})^2}$$

Umrechnungsfaktoren:

Tabelle 2: Nützliche Umrechnungsfaktoren

	$\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$	$\frac{\text{kp}}{\text{mm}^2}$	psi	bar
$\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$	1	0,102	$1,45 \times 10^2$	10
$\frac{\text{kp}}{\text{mm}^2}$	9,807	1	$1,42 \times 10^3$	98,1
psi	$6,895 \times 10^{-3}$	$7,03 \times 10^{-4}$	1	$6,89 \times 10^{-2}$
bar	0,1	$1,02 \times 10^{-2}$	14,48	1

Weitere interessante Größen:

- Verformungsgeschwindigkeit: $\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}$ [s^{-1}]

- Verformungsarbeit $dW = K \cdot dl$

$$\rightarrow W = \int_{l_0}^l K \cdot dl'$$

$$= F_0 l_0 \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon'$$

(meist $F_0 \cdot l_0 = F \cdot l$)

- w (Energiedichte) = $\int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon'$

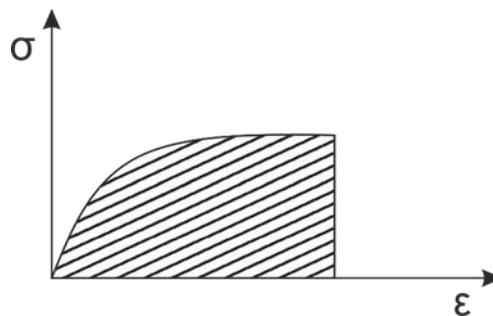


Abbildung 6: Die Fläche unter der Spannungs-Dehnungs-Kurve bildet die Verformungsarbeit

Einheiten der Energie

Tabelle 3: Einheiten der Energie

	kcal	kJ	eV
kcal	1	4,187	$2,61 \times 10^{22}$
kJ	0,2388	1	$6,24 \times 10^{21}$
eV	$3,83 \times 10^{-23}$	$1,6 \times 10^{-22}$	1

Hilfsregel : $1 \frac{\text{eV}}{\text{Atom}} \approx 100 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$

Kenngrößen der Spannungs-Dehnungs-Kurve

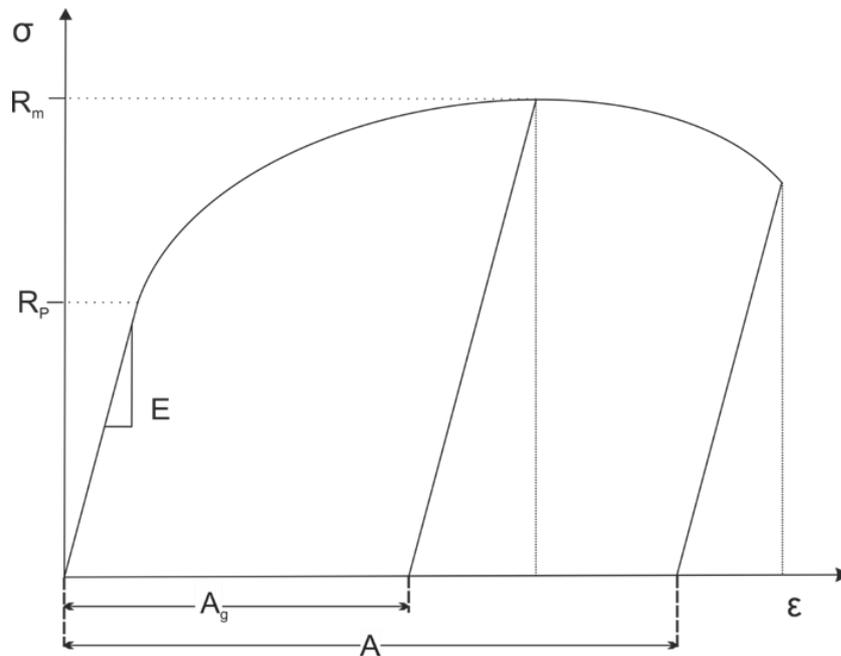


Abbildung 7: Schematisches Spannungs-Dehnungs-Diagramm mit den wichtigsten Kenngrößen der Werkstoffprüfung

Elastische Verformung

$$\varepsilon_{pl} = 0$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{pl} + \varepsilon_{el} = \varepsilon_{el}$$

$$\text{Hooke'sches Gesetz: } \sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$\bullet \quad w = \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon' = \int_0^\varepsilon E \cdot \varepsilon d\varepsilon' = \frac{E\varepsilon^2}{2} = \frac{\sigma^2}{2E}$$

Plastische Verformung:

- Elastizitätsgrenze R_e (elastic limit)
- Technische Elastizitätsgrenze

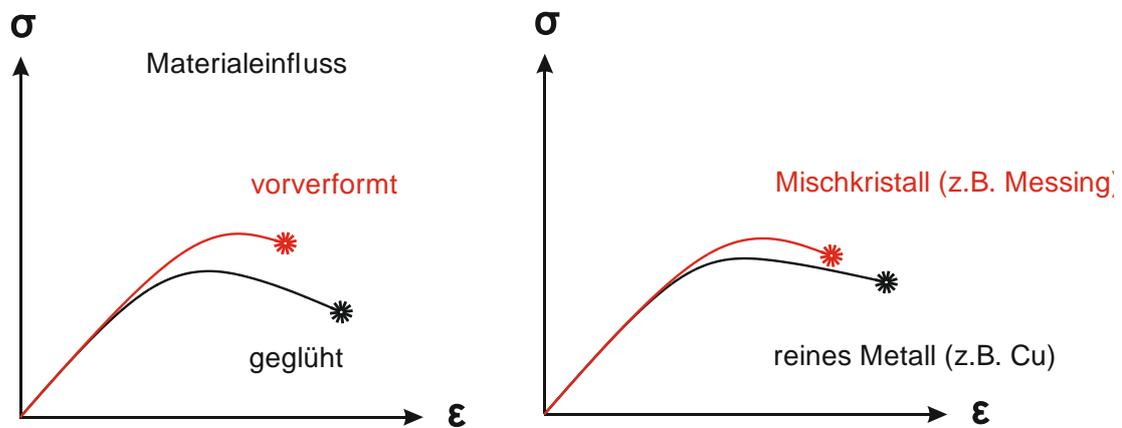
0,01%–Dehngrenze $R_{p0,01}$ (0.01% offset strength, 0.01% yield strength)

0,2%–Dehngrenze $R_{p0,2}$ (0.2% offset strength, 0.2% yield strength)

- Zugfestigkeit: $\frac{K_{max}}{F_0} = R_m$ (ultimate tensile strength (UTS))
- Reißfestigkeit: $\frac{K}{F}$ beim Bruch R_R (true fracture stress)
- Bruchdehnung: $A = A_g + A_{\text{Einschnürdehnung}}$
 (fracture strain) (uniform strain) (necking strain)
- ($A_g = \text{Gleichmaßdehnung}$)
- Verfestigung: $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$

Einfluss von Werkstoff und Versuchsbedingungen auf das Spannungs-Dehnungs-Verhalten im Zugversuch

(a) Materialeinfluss



(b) Versuchsführung

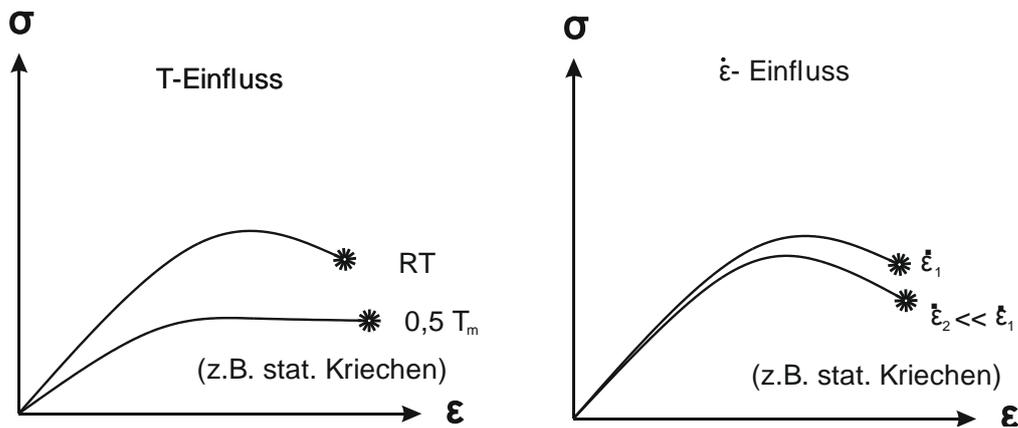


Abbildung 8: Einfluss von Werkstoff und Versuchsbedingungen auf das Spannungs-Dehnungs-Verhalten im Zugversuch

Qualitativ gilt: Effekt durch Temperaturerhöhung entspricht dem Einfluss einer Reduzierung in der Dehngeschwindigkeit bei plastischer Verformung.

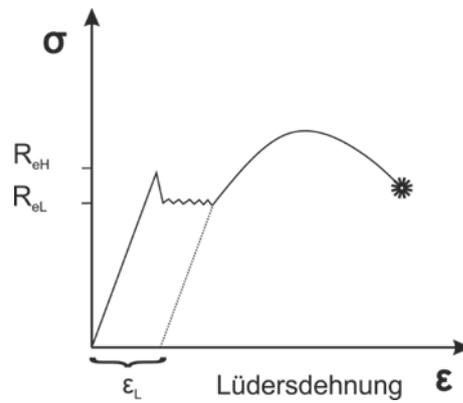
Spannungs-Dehnungskurve–Kurve: Normalisierter Stahl/ Baustahl

Abbildung 9: Spannungs-Dehnungs–Kurve mit Lüdersdehnung für Stahl/ Baustahl

R_{eH} = Obere Streckgrenze (upper yield point)

R_{eL} = Untere Streckgrenze (lower yield point)

3 Elastische Eigenschaften kristalliner Stoffe

3.1 Elastische Konstanten

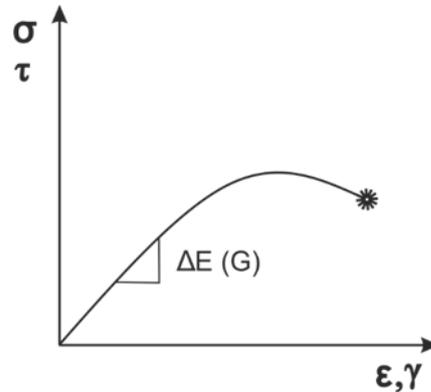


Abbildung 10: Linearer Zusammenhang elastischer Konstanten

Linearer Zusammenhang von σ - ϵ und τ - γ ist ein phänomenologisches Gesetz:

$$\sigma = E \cdot \epsilon \text{ (Hookesches Gesetz)}$$

E: Elastizitätsmodul (elastic oder Young's modulus) Dimension: $\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ oder $\frac{\text{MN}}{\text{mm}^2}$

Analog : $\tau = G \cdot \gamma$ (G = Scher- oder Schubmodul ; shear modulus)

Querdehnung:

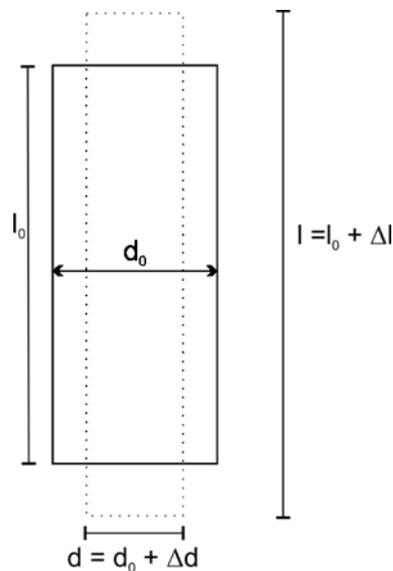


Abbildung 11: Dehnung bei einachsiger Zugbelastung einer Probe

Querkontraktionszahl (poisson's number)

$$\nu = - \frac{\epsilon_{\text{quer}}}{\epsilon_{\text{längs}}} = - \frac{\Delta d / d_0}{\Delta l / l_0}$$

Volumenänderung:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{l \cdot d^2 - l_0 \cdot d_0^2}{l_0 \cdot d_0^2} = \frac{(l_0 + \Delta l) \cdot (d_0 + \Delta d)^2 - l_0 \cdot d_0^2}{l_0 \cdot d_0^2}$$

Für $(d_0 + \Delta d)^2 = d_0^2 + 2d_0\Delta d + \Delta d^2$

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{\Delta V}{V_0} &= \frac{2l_0d_0\Delta d + \Delta l d_0^2}{l_0d_0^2} \\ &= \frac{2\Delta d}{d_0} + \frac{\Delta l}{l_0} = -2\nu \cdot \epsilon_{\text{längs}} + \epsilon_{\text{längs}} \\ \rightarrow \frac{\Delta V}{V} &= (1 - 2\nu)\epsilon_{\text{längs}} \end{aligned}$$

$\frac{\Delta V}{V_0} = 0$ wenn $\nu = 0,5 \rightarrow$ inkompressibles Medium

Dagegen tritt bei reiner Scherung keine Volumenänderung auf: $\Delta V = 0$

Faustregel: $\nu = 0,3 ; G = \frac{3}{8} E$

Tabelle 4: Elastische Eigenschaften einiger Werkstoffe

Material at 20°C	E (GPa)	G (GPa)	ν
<i>Metals</i>			
Aluminum	70.3	26.1	0.345
Cadmium	49.9	19.2	0.300
Chromium	279.1	115.4	0.210
Copper	129.8	48.3	0.343
Gold	78.0	27.0	0.44
Iron	211.4	81.6	0.293
Magnesium	44.7	17.3	0.291
Nickel	199.5	76.0	0.312
Niobium	104.9	37.5	0.397
Silver	82.7	30.3	0.367
Tantalum	185.7	69.2	0.342
Titanium	115.7	43.8	0.321
Tungsten	411.0	160.6	0.280
Vanadium	127.6	46.7	0.365
<i>Other Materials</i>			
Aluminum oxide (fully dense)	~415	—	—
Diamond	~965	—	—
Glass (heavy flint)	80.1	31.5	0.27
Nylon 66	1.2-2.9	—	—
Polycarbonate	2.4	—	—
Polyethylene (high density)	0.4-1.3	—	—
Poly(methyl methacrylate)	2.4-3.4	—	—
Polypropylene	1.1-1.6	—	—
Polystyrene	2.7-4.2	—	—
Quartz (fused)	73.1	31.2	0.170
Silicon carbide	~470	—	—
Tungsten carbide	534.4	219.0	0.22

*G. W. C. Kaye and T. H. Laby, *Tables of Physical and Chemical Constants*, 14th Ed., Longman Group Limited, London, 1973, p. 31.

	E GPa	G GPa	ν
Stahl	205	80	0,23
Kupfer	122	45	0,35
Aluminium	70	25	0,34
Wolfram	355	131	0,35
Grauguss mit lamellarem Graphit	98...167	40...30	0,23...0,26
Messing	98	33	0,35
Gips	35	12	0,34
Marmor	72	27	0,30
Porzellan	6	2	0,21
Polystyrol	4	1	0,32
Epoxidharz	3,5	1,2	0,36
Butadienkautschuk	$30 \cdot 10^{-3} \dots 50 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3} \dots 12 \cdot 10^{-3}$	0,47...0,50

Tabelle 5: E-Module einiger Werkstoffe

Werkstoff	E/GPa
Keramiken	$\approx 40 \dots 1000$
Diamant	1000
Wolframkarbid, WC	450 ... 650
Siliziumkarbid, SiC	450
Aluminiumoxid, Al ₂ O ₃	390
Titankarbid, TiC	379
Magnesiumoxid, MgO	250
Zirkonoxid, ZrO	160 ... 241
Zirkondioxid, ZrO ₂	145
Beton	45 ... 50
Silizium	107
Quarzglas, SiO ₂	94
Fensterglas	69
Metalle	$\approx 15 \dots 500$
Wolfram	411
Nickellegierungen	180 ... 234
ferritische Stähle	200 ... 207
austenitische Stähle	190 ... 200
Gusseisen	170 ... 190
Kupferlegierungen	120 ... 150
Titanlegierungen	80 ... 130
Messing und Bronze	103 ... 124
Aluminiumlegierungen	69 ... 79
Magnesiumlegierungen	41 ... 45
Polymere	$\approx 0,1 \dots 5,0$
Polyester	1,0 ... 5,0
Nylon	2,0 ... 4,0
Polymethylmethacrylat	3,0 ... 3,4
Epoxydharze	3,0
Polypropylen	0,9
Polyethylen	0,2 ... 0,7
Verbundwerkstoffe	
kohlefaserverstärkter Kunststoff	70 ... 200
glasfaserverstärkter Kunststoff	7 ... 45
Holz, zur Faser	9 ... 16
Holz, ⊥ zur Faser	0,6 ... 1

Zahlenbeispiel:

Normalisierter Stahl: $R_{p0,2} \approx 300 \text{ MPa}$, $E = 200 \text{ GPa}$

$$\rightarrow \varepsilon_{el} = \frac{\sigma}{E} = \frac{300 \cdot 10^6 \text{ Pa}}{200 \cdot 10^9 \text{ Pa}} = 1,5 \cdot 10^{-3} = 0,15 \%$$

$\varepsilon_{el} \ll 1\%$ für Metalle

Polymer:

$$\left. \begin{array}{l} E \approx 1 \text{ GPa} \\ \sigma \approx 50 \text{ MPa} \end{array} \right\} \varepsilon_{el} \approx 5\%$$

Kompressionsmodul

Gilt für allseitigen hydrostatischen Druck

$$\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V_0}$$

$K = \text{Kompressionsmodul} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$

$\frac{1}{K} = \chi \text{ (Kompressibilität)} \left[\frac{\text{mm}^2}{\text{N}} \right]$

- Insgesamt 4 elastische Konstanten: E , G , K , ν
- Für die Fälle, dass isotropes elastisches Verhalten vorliegt, reichen 2 elastische Konstanten aus; die anderen beiden sind eindeutig berechenbar.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}; K = \frac{E}{3(1-2\nu)}; \frac{E}{G} = \frac{9}{3+\frac{G}{K}}$$

3.2 Elastische Verzerrungsenergie

Zur Erinnerung :

$$W_{el} = V \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon' = V \frac{E\varepsilon^2}{2} = V \frac{\sigma^2}{2E}$$

Bei Entlastung wird diese elastische Energie wieder frei:

→ W_{el} ist reversible gespeicherte Energie

Ganz analog:

- Reine Scherung: $w_{el} = V \frac{G\gamma^2}{2} = V \frac{\tau^2}{2G}$
- Hydrostatischer Druck: $w_{el} = V \frac{(\Delta p)^2}{2K}$

3.3 Physikalische Deutung des Elastizitätsmodul

- Festkörper wird betrachtet, normalerweise geringe Kompressibilität (im Vergleich zum Gas).
- Festkörper: Hohe Packungsdichte, hohe Bindungskräfte, hohe Abstoßungskräfte

Bindungen zwischen Atomen

$$U = -\frac{a}{r^m} + \frac{b}{r^n}$$

a, b, m, n hängen vom Bindungstyp ab. Wobei $n \gg m$.

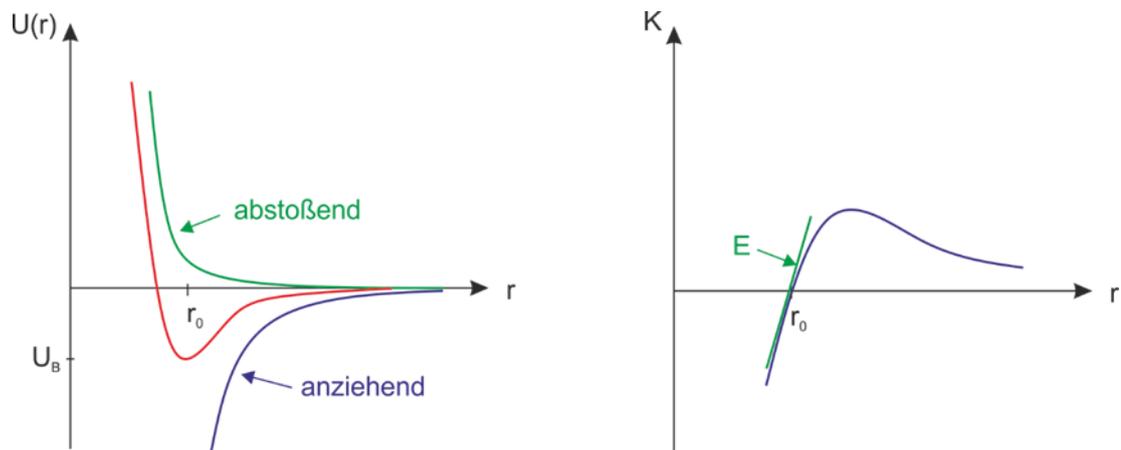


Abbildung 12: Zusammenhang von E-Modul und der Bindungsenergie

U_B : Bindungsenergie

r_0 : Gleichgewichtslage (Gitterkonstante)

Zusammenhang von $U(r)$ -Verlauf und E

$$U(r) = U(r_0) + 1! \left(\frac{dU}{dr} \right)_{r=r_0} \cdot (r - r_0) + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2U}{dr^2} \right)_{r=r_0} \cdot (r - r_0)^2 \dots$$

$$U(r) = U_B + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2U}{dr^2} \right)_{r=r_0} \cdot (r - r_0)^2$$

δ (Auslenkung) = $r - r_0$

($d\delta = dr$)

$$\Delta U(\delta) = U(r) - U(r_0) = \frac{1}{2} \left(\frac{d^2U}{dr^2} \right)_{r=r_0} \cdot \delta^2$$

$$K = \frac{dU(\delta)}{d\delta} = \left(\frac{d^2U}{dr^2} \right)_{r=r_0} \cdot \delta = S_0 \cdot \delta s \quad \leftarrow \text{Federkonstante}$$

$$\rightarrow \frac{K}{r_0^2} = \sigma = \frac{S_0}{r_0} \cdot \frac{\delta}{r_0} = \frac{S_0}{r_0} \cdot \varepsilon = E \cdot \varepsilon$$

$$\rightarrow E = \frac{S_0}{r_0} \propto \left(\frac{d^2U}{dr^2} \right)_{r=r_0}$$

Die Rolle der Bindungsenergie

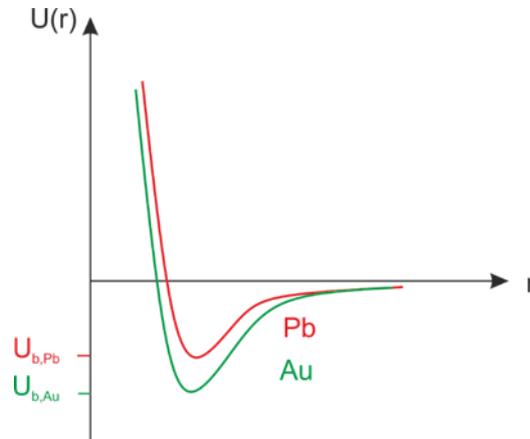


Abbildung 13: Vergleich der Bindungsenergien von Pb und Au

Bei Au liegt eine (betragsmäßig) größere Bindungsenergie vor.

→ Höherer Schmelzpunkt (in Bezug auf Blei)

Damit ist auch die Krümmung der $U(r)$ -Kurve größer, sodass der E-Modul auch größer ist (d.h. steiferes Gitter).

Veränderung von E mit der Temperatur

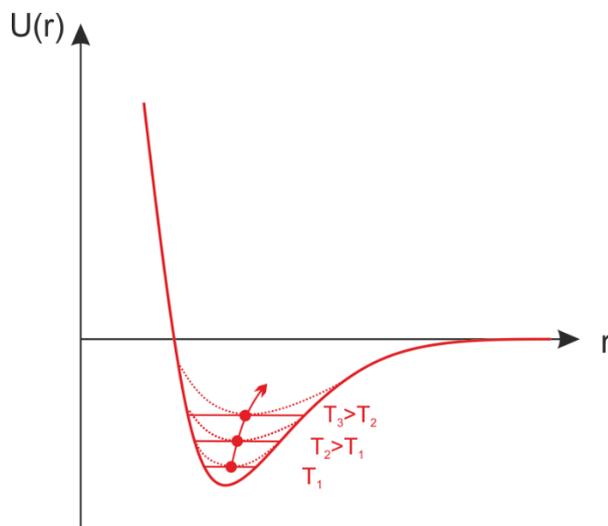


Abbildung 14: Veränderung der Krümmung der Potentialkurve mit zunehmender Temperatur

E nimmt mit steigender Temperatur ab, da die thermische Energie der Atomschwingungen die effektive Krümmung reduziert.

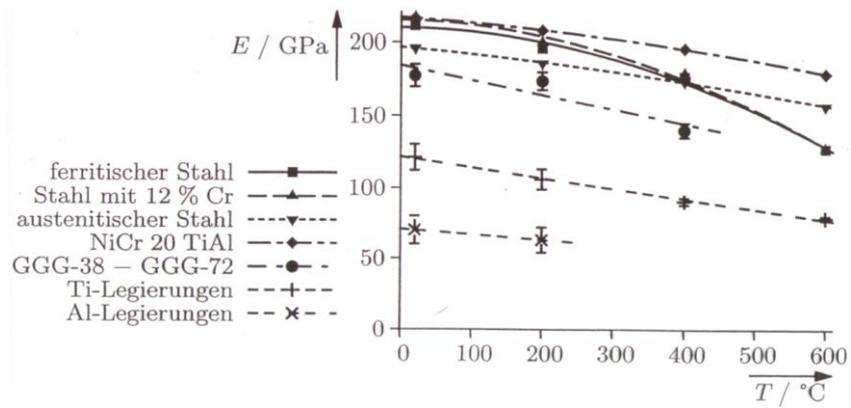


Abbildung 15: Änderung des E-Moduls einiger Werkstoffe mit zunehmender Temperatur

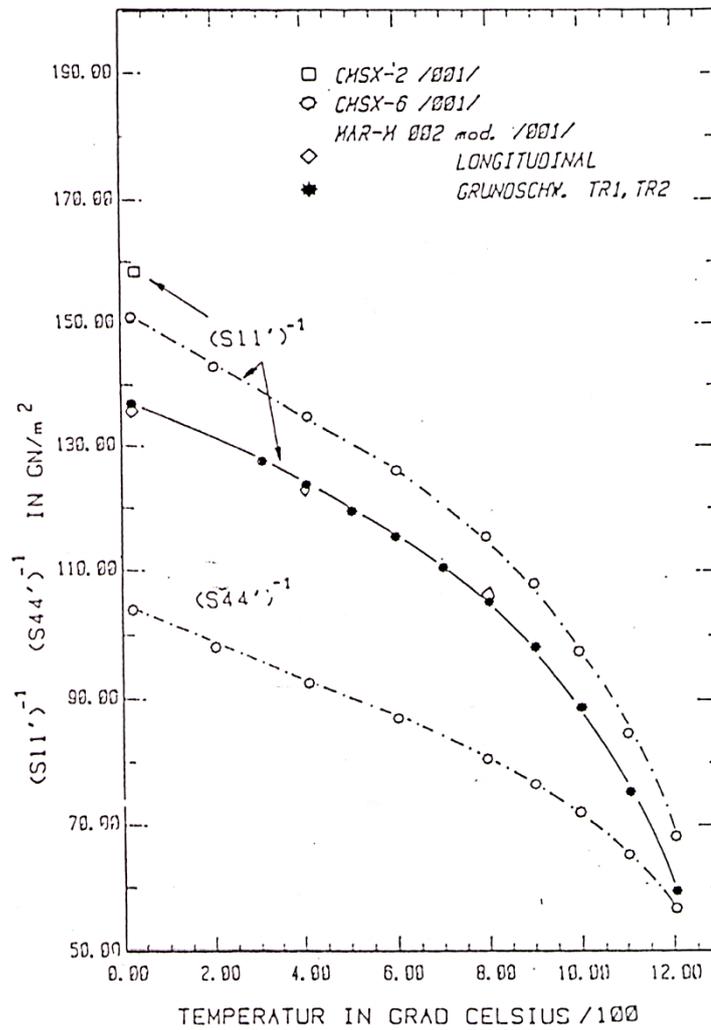


Abbildung 16: Elastizitätskonstanten von in [001]-orientierten Einkristall-Gasturbinenschaufeln

3.4 Allgemeine Formulierung des Hookeschen Gesetzes

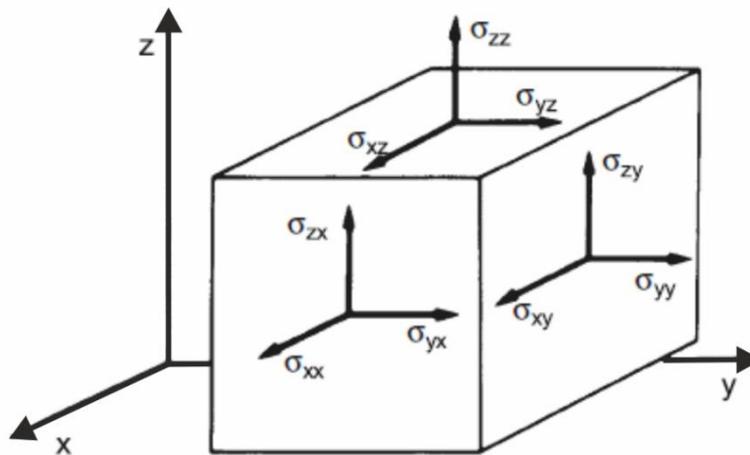


Abbildung 17: Komponenten des räumlichen Spannungstensors

σ_{ik} : i = Richtung der Flächennormalen, k = Richtung der Spannungsachse.

Konvention:

$$\sigma_{ik} \rightarrow \tau_{ik} \text{ für } i \neq k$$

$$\sigma_{ii} = \sigma_i$$

Pro Fläche 3 Spannungen, d.h. insgesamt 18 Spannungen. Aus den Gleichgewichtsbedingungen folgt:

- Vol.-Element darf nicht rutschen:

$$\sigma_{ii} = \sigma_{-i,-i}$$



Abbildung 18: Schema der Normalspannungen

- Vol.-Element darf nicht rotieren:

$$\tau_{ij} = \tau_{ji}$$

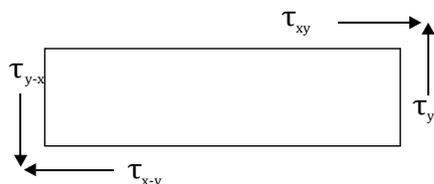


Abbildung 19: Schema der Schubspannungen

Insgesamt bleiben 6 unabhängige Spannungskomponenten übrig:

- 3 Normalspannungen: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$
- 3 Schubspannungen: $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$

Spannungstensor 2. Stufe

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

Anwendung:

Berechnung eines Spannungsvektors auf eine schräge Fläche mit der Normalen \vec{n}

$$\vec{p} = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n}$$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{pmatrix} \text{ mit } \alpha, \beta, \gamma \text{ Winkel zur } x, y, z \text{ Achse}$$

Dehnung:

6 Komponenten:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ik} &\rightarrow \varepsilon_i && \text{für } i = k \\ \varepsilon_{ik} &\rightarrow \frac{1}{2} \gamma_{ik} && \text{für } i \neq k \end{aligned}$$

Allgemein: Wenn eine lineare Beziehung zwischen Spannung und Dehnung besteht, gilt das Hookesche Gesetz auf der Grundlage eines Tensors 4. Stufe.

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}}$$

Analog:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{S}} \cdot \underline{\underline{\sigma}}$$

Mit $\underline{\underline{C}}$ = elastische Moduln (elastic moduli) ($9 \times 9 = 81$), $\underline{\underline{S}}$ = Nachgiebigkeiten (compliances).

Vereinfachung:

$$C_{ik,mn} = C_{ki,mn} = C_{ik,nm} = C_{nm,ik} = \dots$$

 $C_{ik,mn}$ sind invariant gegen

- Vertauschen der vorderen und hinteren Indizes untereinander
- Vertauschen der beiden Paare.

Voigt: Definition neuer Indizes für ε_{ik} bzw. σ_{ik}

xx	yy	zz	yz	xz	xy
1	2	3	4	5	6

$$\sigma_\alpha = \sum_\beta C_{\alpha,\beta} \varepsilon_\beta \text{ bzw. } \varepsilon_\beta = \sum_\alpha S_{\alpha,\beta} \cdot \sigma_\alpha$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix}$$

- Im 1. Schritt durch Voigt: Von 81 auf 36 Komponenten reduziert.
- 2. Schritt: Symmetriebedingung $C_{ik} = C_{ki}$ für $i \neq k$; Reduktion auf 21 Komponenten

$$\varepsilon_{xx} = \underbrace{S_{11}\sigma_{xx} + S_{12}\sigma_{yy} + S_{13}\sigma_{zz}}_{\substack{\text{Einachsiges Hooke'sches} \\ \text{Gesetz}}} + \underbrace{S_{14}\tau_{yx} + \dots \tau_{xy}}_{\substack{\text{Beitrag der} \\ \text{Scherspannung}}}$$

Beitrag der Normalspannung

Zusätzliche Symmetrie durch das Kristallsystem

a) Hexagonale Symmetrie

- 5 unabhängige Komponenten

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & - & - & - \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & - & - & - \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & - & - & - \\ - & - & - & C_{44} & - & - \\ - & - & - & - & C_{44} & - \\ - & - & - & - & - & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \end{pmatrix}$$

b) Kubische Kristallsysteme

- 3 Konstanten: C_{11} , C_{12} , C_{44} bzw. S_{11} , S_{12} , S_{44}

$$\varepsilon_x = S_{11}\sigma_x + S_{12}\sigma_y + S_{12}\sigma_z$$

$$\varepsilon_y = S_{12}\sigma_x + S_{11}\sigma_y + S_{12}\sigma_z$$

$$\varepsilon_z = S_{12}\sigma_x + S_{12}\sigma_y + S_{11}\sigma_z$$

$$\gamma_{yz} = S_{44}\tau_{yz}$$

$$\gamma_{xz} = S_{44}\tau_{xz}$$

$$\gamma_{xy} = S_{44}\tau_{xy}$$

Betrachtet man den einachsigen Spannungszustand ($\sigma_x \neq 0, \sigma_y = \sigma_z = \tau_{ik} = 0$), dann gibt der Vergleich mit den obigen Gleichungen:

$$S_{11} = \frac{1}{E}, S_{12} = -\frac{\nu}{E}$$

Außerdem muss für reine Scherung gelten:

$$S_{44} = \frac{1}{G} = \frac{1}{C_{44}}$$

- Insgesamt folgt somit

$$\varepsilon_x = S_{11}\sigma_x + S_{12}\sigma_y + S_{12}\sigma_z = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z)$$

$$\varepsilon_y = S_{12}\sigma_x + S_{11}\sigma_y + S_{12}\sigma_z = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_z)$$

$$\varepsilon_z = S_{12}\sigma_x + S_{12}\sigma_y + S_{11}\sigma_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\gamma_{yz} = S_{44}\tau_{yz} = \frac{1}{G}\tau_{yz}$$

$$\gamma_{xz} = S_{44}\tau_{xz} = \frac{1}{G}\tau_{xz}$$

$$\gamma_{xy} = S_{44}\tau_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy}$$

Relative Volumenänderung

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V}{V_0} &= \frac{l_0(1 + \varepsilon_x) l_0(1 + \varepsilon_y) l_0(1 + \varepsilon_z) - l_0^3}{l_0^3} \\ &\approx \frac{l_0^3(1 + \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) - l_0^3}{l_0^3} \\ &\approx \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)(1 - 2\nu)}{E} \end{aligned}$$

Hydrostatischer Druck:

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{3p(1 - 2\nu)}{E}$$

Kubische Kristalle weisen in Richtung der 3 Hauptachsen gleiche elastische Eigenschaften auf, sind aber in der Regel elastisch anisotrop (richtungsabhängig)

Anisotropiefaktor:

$$A = \frac{2(S_{11} - S_{12})}{S_{44}} = \frac{2C_{44}}{C_{11} - C_{12}}$$

Sonderfall: $A=1 \rightarrow$ Isotropie

Nützliche Formel: Beliebige Richtung, die die Winkel α, β, γ zu den Hauptachsen x, y, z einnimmt:

$$\frac{1}{E} = S_{11} - 2 \left[(S_{11} - S_{12}) - \frac{1}{2} S_{44} \right] (l_1^2 l_2^2 + l_2^2 l_3^2 + l_1^2 l_3^2)$$

Mit: $l_1 = \cos \alpha, l_2 = \cos \beta, l_3 = \cos \gamma$

- Meist erfolgt die Darstellung in Form sogenannter E-Modul-Körper

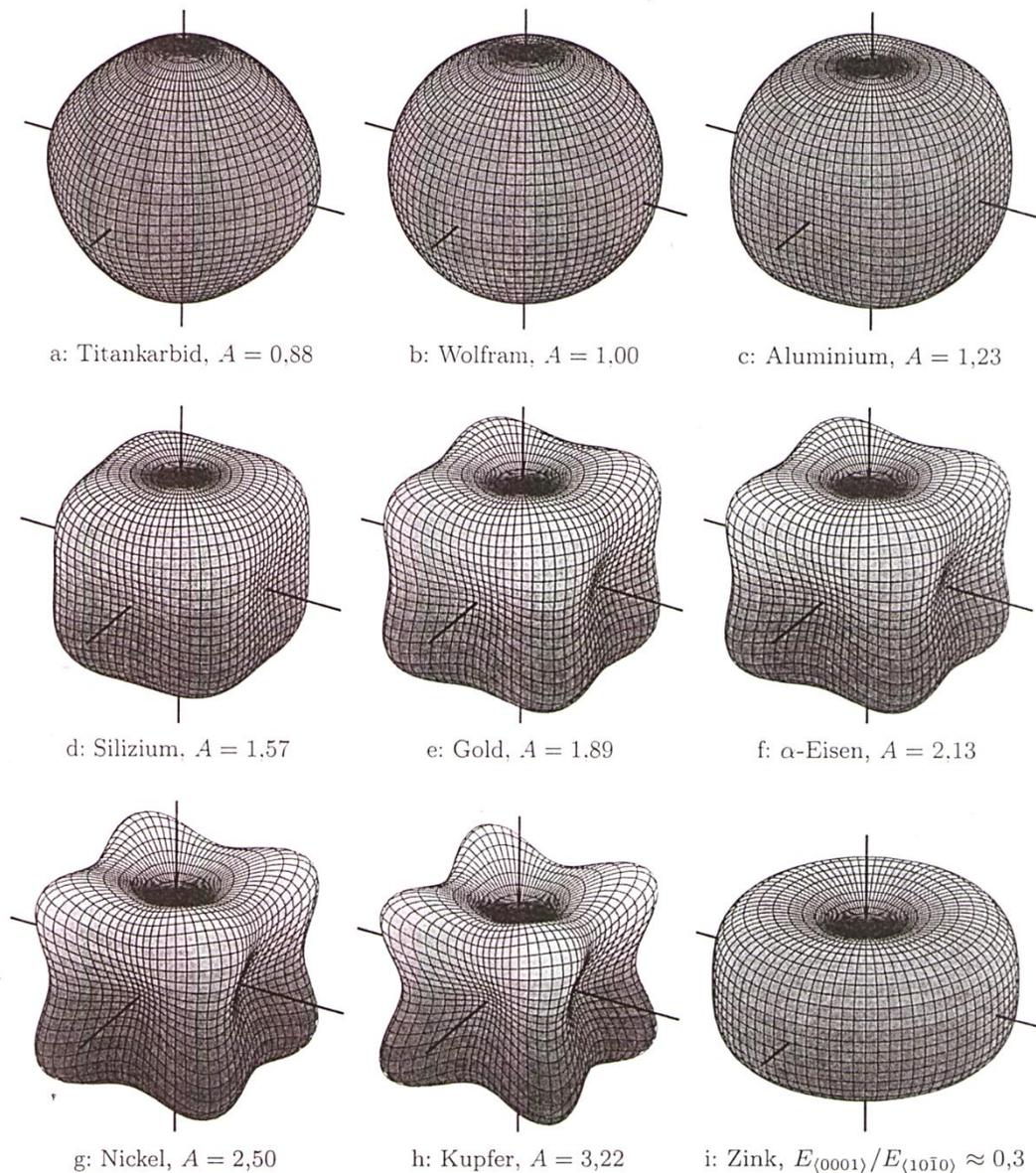


Abbildung 20: Richtungsabhängigkeit der Elastizitätsmoduln einiger Werkstoffe. In jede Raumrichtung gibt der Abstand der Oberfläche vom Koordinatenursprung die Größe des Elastizitätsmoduls an

Vielkristalle?

Falls keine Textur (Vorzugsorientierung der Körner) vorliegt, gilt in guter Näherung isotropes elastisches Verhalten, weil sich mittlere Werte der elastischen Konstanten bilden. Falls Textur vorliegt: Anisotropie!

3.5 Elastische Verzerrungsenergie

$W_{el} = \text{Volumen} \times \text{Verzerrungsenergiedichte (U)}$

$$U = \int_0^\varepsilon \sigma \, d\varepsilon' = \frac{E\varepsilon^2}{2} = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon$$

$$U = \frac{1}{2} \sum_{ij} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\sigma_{11}\varepsilon_{11} + \sigma_{12}\varepsilon_{12} + \sigma_{13}\varepsilon_{13} + \sigma_{21}\varepsilon_{21} + \sigma_{22}\varepsilon_{22} + \sigma_{23}\varepsilon_{23} + \sigma_{31}\varepsilon_{31} + \sigma_{32}\varepsilon_{32} + \sigma_{33}\varepsilon_{33})$$

mit $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$; $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ und $2\varepsilon_{ij} = \gamma_{ij}$ für $i \neq j$

Es folgt hieraus:

$$U = \frac{1}{2} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{xz} \gamma_{xz} + \tau_{yz} \gamma_{yz})$$

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ gemäß der Umstellung des verallgemeinerten Hooke'schen Gesetzes eingesetzt.

$$U = \frac{1}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - 2\nu(\sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x + \sigma_x \sigma_y)) + \frac{1}{2G} (\tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{xy}^2)$$

Hauptspannungen (principle stresses) \rightarrow „gemischte“ Glieder entfallen!

$$U = \frac{1}{2E} (\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 + \sigma_{III}^2 - 2\nu(\sigma_{II}\sigma_{III} + \sigma_{III}\sigma_I + \sigma_I\sigma_{II}))$$

U kann in 2 Anteile zerlegt werden:

$$U = U_G + U_V$$

U_G : Gestaltsänderungsenergie

U_V : Volumenänderungsenergie

Vorgehensweise: Man zerlegt $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$ in den hydrostatischen Druck p und Restspannungen in $\sigma'_I, \sigma'_{II}, \sigma'_{III}$. p wird so gewählt, dass die Restspannungen keine Volumenänderung erzeugen. Diese wird durch p hervorgerufen.

Es ergibt sich:

$$U_V = \frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III})^2$$

Die Gestaltänderungsenergie ergibt sich, wenn von der Gesamtenergie der hydrostatische Anteil abgezogen wird. Daraus folgt die Gleichung:

$$U_G = \frac{1+\nu}{6E} \{(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2\}$$

Diese Gleichung wird später verwendet werden, um die von-Mises-Vergleichsspannungshypothese abzuleiten.

3.6 Ebener Spannungszustand, ebener Dehnungszustand

Wichtige Extremzustände, die die Realität einschließen und zur Deutung von Bruchphänomenen im Rahmen der kontinuumsmechanischen Bruchmechanik oft benutzt werden:

a) Ebener Spannungszustand

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

Spannungstensor:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Tritt bei einem dünnwandigen Bauteil auf

→Keine Spannung senkrecht zur Oberfläche

→Oberfläche dominiert

- Dehnungen:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}(-\nu(\sigma_x + \sigma_y))$$

- Spannungen:

$$\sigma_z = 0$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x)$$

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy}$$

b) Ebener Dehnungszustand

$$\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

Tritt auf im Inneren dickwandiger Bauteile, insbesondere an der Symmetrieebene.

- Meist kritischer Fall, da geringer Spannungsabbau durch plastische Verformung.

4 Plastische Verformung in kristallinen Werkstoffen

4.1 Makroskopisches Verformungsverhalten

4.1.1 Fließkriterien

- Einachsige Belastung:

Zugversuch liefert den kritischen Wert der Zugspannung, bei dem das plastische Fließen beginnt (z.B. K_f -Formänderungsfestigkeit, R_e -Elastizitätsgrenze, techn.: $RP_{0,2}$, allgemein Fließspannung σ_f)

- Mehrachsige Belastung:

Umrechnung der Belastung in eine Vergleichsspannung σ_v zum Vergleich mit σ_f auf der Grundlage von Vergleichsspannungshypothese (für $\sigma_v > \sigma_f \rightarrow$ fließen)

- a) Hypothese der maximalen Schubspannung (Tresca Fließbedingung) für Hauptspannungen $\sigma_I > \sigma_{II} > \sigma_{III}$ (d.h. Hauptspannungen sind nach Größe sortiert) gilt:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2}$$

Für einachsige Belastung gilt: $\tau_{\max} = \frac{\sigma}{2}$, plast. Verformung beginnt wenn:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_f}{2}$$

$$\sigma_v = \sigma_I - \sigma_{III} \geq \sigma_f$$

Fließortfläche (yield surface): Geometrischer Ort aller Fließspannungen z.B. für ebenen Spannungszustand \rightarrow Fließortkurve

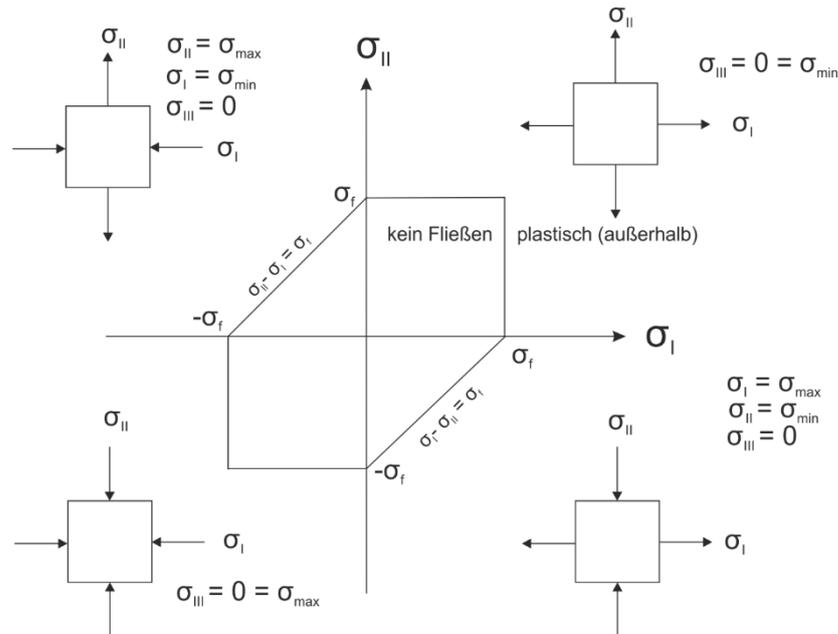


Abbildung 21: Grenzkurve für das Versagen duktiler Werkstoffe unter Zugrundelegung der Schubspannungshypothese bei zweiachsigem Spannungszustand (Tresca-Sechseck)

Tresca → Sechseck; innerhalb des Sechsecks: Elastische Verformung
außerhalb des Sechsecks plastische Verformung

b) Fließbedingungen nach von Mises (Gestaltsänderungsenergiehypothese)

Fließen tritt ein, wenn spez. elast. Formänderungsenergie U_G einen kritischen Wert überschreitet,

$$U_G = \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2]$$

Für einachsige Belastung: $\sigma_{III} = 0, \sigma_{II} = 0$

$$U_G = \frac{1+\nu}{6E} \cdot 2 \cdot \sigma_f^2; \text{ Fließen beginnt, wenn } U_G = \frac{1+\nu}{6E} \cdot 2 \cdot \sigma_f^2 = U_{G,\text{krit}}$$

$$\frac{1+\nu}{6E} \cdot 2 \cdot \sigma_v^2 = \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2]$$

$$\rightarrow \sigma_v = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2]} \geq \sigma_f$$

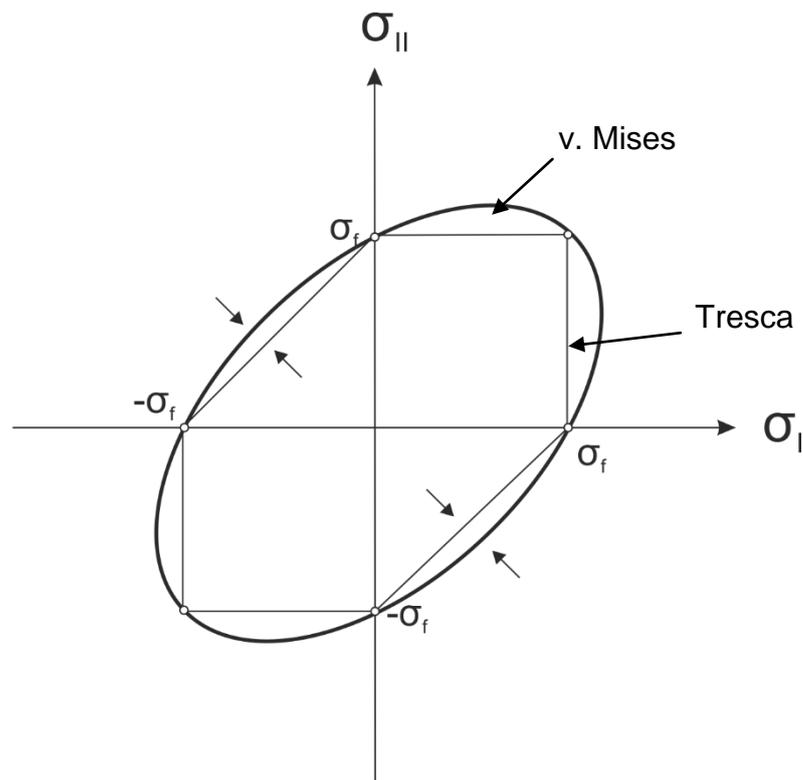


Abbildung 22: Grenzkurve für das Versagen duktiler Werkstoffe unter Zugrundelegung der Gestaltsänderungshypothese bei zweiachsigem Spannungszustand (nicht konservativer)

maximale Abweichung: $\sigma_I = -\sigma_{II}$

Tresca: $\sigma_v = 2\sigma_I$; $\sigma_I = \frac{\sigma_f}{2}$

Von Mises: $\sigma_v = \sqrt{\frac{6}{2} \cdot \sigma_I^2}$; $\sigma_I = \frac{\sigma_f}{\sqrt{3}}$

Der Unterschied zwischen den Vergleichsspannungen nach Mises und Tresca beträgt ca. 15%. Überschreitung der Fließartkurve führt zu plastischer Verformung, die wiederum ihrerseits zur Verfestigung führt. Die Ellipse vergrößert sich!

4.1.2 Wahre Dehnung und wahre Spannung

Plastische Verformung \rightarrow irreversible Formänderung

- irreversible Änderungen im inneren Zustand
- wesentlich größere plastische Dehnung im Vergleich zur elastischen Dehnung.

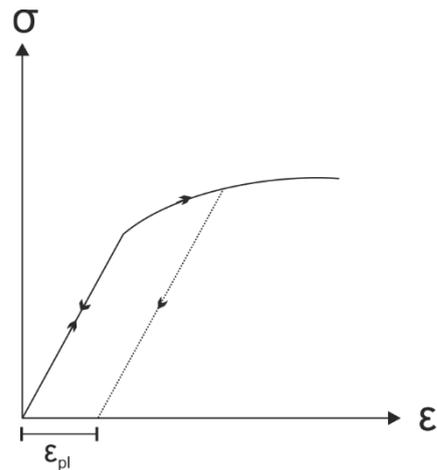


Abbildung 23: Spannungs-Dehnungs-Verhalten ohne ausgeprägter Streckgrenze

Bisher für die technische Dehnung: $\epsilon_0 = \frac{\Delta l}{l_0}$ (Bezug: Ausgangslänge!)

Aber: Beispiel: 2-stufige Stauchung

$$\begin{aligned} l_0 = 100 \text{ mm} &\rightarrow 10 \text{ mm} & \epsilon_0 &= -90\% \\ 10 \text{ mm} &\rightarrow 1 \text{ mm} & \epsilon_0 &= -90\% \end{aligned}$$

→ technische Dehnungen dürfen nicht addiert werden!

Wahre Dehnung:

$$\begin{aligned} d\epsilon_w &= \frac{dl}{l} \rightarrow \int_0^\epsilon d\epsilon_w = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} \\ &= \epsilon = \ln(l) - \ln(l_0) \\ \epsilon &= \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) = \ln\frac{l_0 + \Delta l}{l_0} = \ln(1 + \epsilon_0) \\ &\approx \epsilon_0 - \frac{\epsilon_0^2}{2} + \frac{\epsilon_0^3}{3!} (\dots) \end{aligned}$$

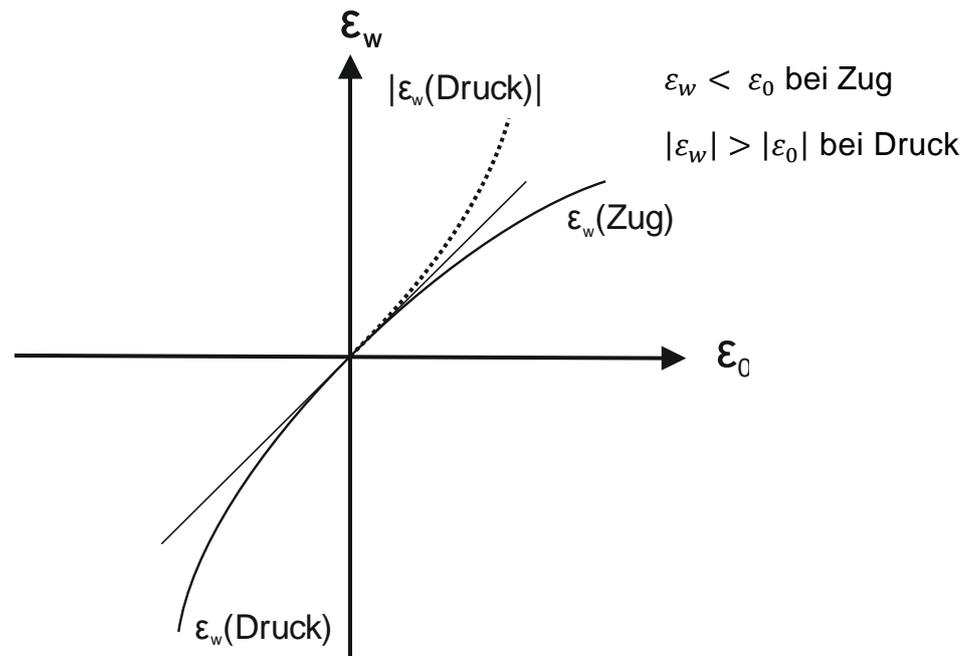


Abbildung 24: Vergleich der technischen (gestrichelt) und der wahren Dehnung (durchgezogen)

Analog wird die wahre Spannung σ_w (true stress) definiert als Kraft bezogen auf die wahre Querschnittsfläche: $\sigma_w = \frac{K}{A}$

Annahme:

$$\begin{aligned}
 V &= \text{konst} \rightarrow A \cdot l = A_0 \cdot l_0 \\
 &= A = \frac{A_0 \cdot l_0}{l} \\
 &= \sigma_0 \cdot \frac{l}{l_0} \\
 &= \sigma_0 \cdot \frac{l_0 - \Delta l}{l_0} = \sigma_0(1 + \epsilon_0)
 \end{aligned}$$

Die technische Spannungs-Dehnungs-Kurve kann punktweise in eine wahre Spannungs-Dehnungs-Kurve umgewandelt werden. Dies gilt allerdings nur bis zum Beginn der Einschnürung (Maximum im technischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm)

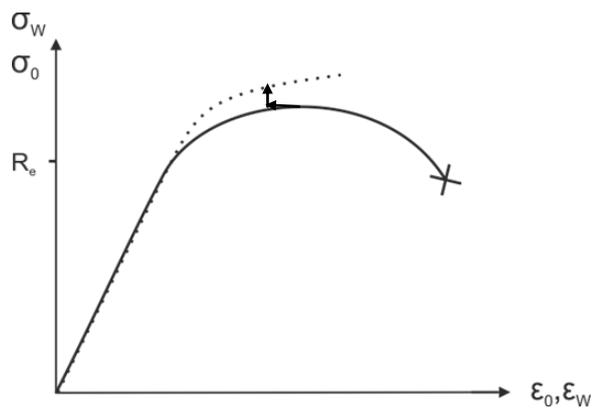


Abbildung 25: Schematisches Spannungs-Dehnungs-Diagramm: Technische und wahre Größen

Oft interessiert nur die plastische Verformung und die elastische Verformung ist von untergeordneter Bedeutung. Dann ist es sinnvoll als Abszisse die plastische Dehnung aufzutragen. Dazu wird ϵ_{pl} aus der Differenz von Gesamtdehnung und elastischer Dehnung berechnet:

$$\epsilon_{pl} = \epsilon_{ges} - \frac{\sigma}{E}$$

Die elastische Linie wird vertikal!

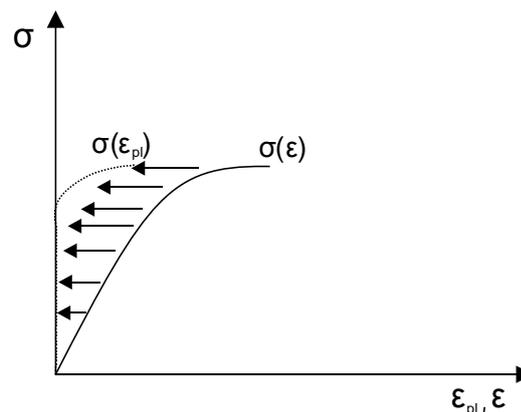


Abbildung 26: Differenzierung von plastischer Dehnung aus der Gesamtdehnung

4.1.3 Geometrie und Kristallographie der plastischen Verformung kristalliner Stoffe

- Experimentelle Befunde
- Methoden: Röntgenographische Methoden
- Oberflächenbeobachtung
- Mechanische Messungen

1.) Kristallinität bleibt erhalten; Röntgenbeugungsreflexe verbreitern leicht

2.) Die Verformung erfolgt als Abscherung auf dichtest gepackten Ebenen in dichtest gepackte Richtungen.

- Gleitebenen $\{hkl\}$
- Gleitrichtungen $\langle uvw \rangle$
 - $\{\dots\}$ Typ einer Ebene
 - (\dots) Spezielle Ebene
 - $\langle \dots \rangle$ Typ einer Richtung
 - $[\dots]$ Spezielle Richtung

3.) Plastische Verformung setzt ein, wenn die Schubspannung in der Gleitrichtung in der Gleitebene einen kritischen Wert τ_{krit} überschreitet.

Exkurs:

Millersche Indizes

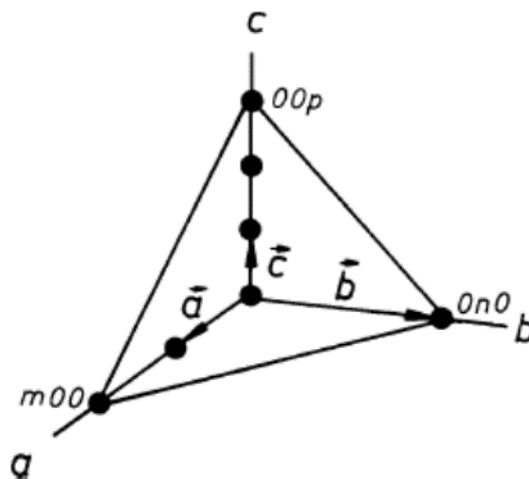


Abbildung 27: Die Achsenabschnitte einer Netzebene mit den Millerschen Indizes (362)

Ebenen: Die Gitterebene schneidet die Achsen a , b , c in Punkten mit den Koordinaten der

- a -Achse: $m00$
- b -Achse: $0n0$
- c -Achse: $00p$

Durch die Koordinaten dieser 3 Punkte ist die Lage der Netzebene eindeutig festgelegt. Man benutzt statt den Achsenabschnitten die reziproken Werte:

- a -Achse: $h \sim 1/m$
- b -Achse: $k \sim 1/n$
- c -Achse: $l \sim 1/p$

Man fasst diese reziproken Achsenabschnitte, nachdem man für h , k und l die kleinsten Zahlen gewählt hat, in einem Tripel zusammen und setzt es in runde Klammern (hkl).

Richtungen:

Richtungsvektor wird in den Ursprung verschoben. Aus den Achsenabschnitten des Vektorendes bildet man das kleinste ganzzahlige Zahlentripel $[uvw]$.

Gleitsystem: $(hkl) [uvw]$

Kubisch flächenzentrierter Kristall

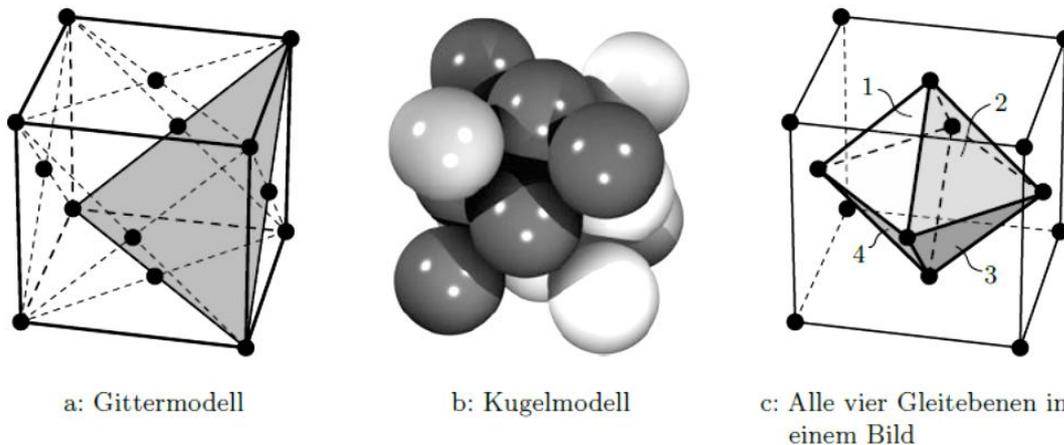
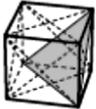
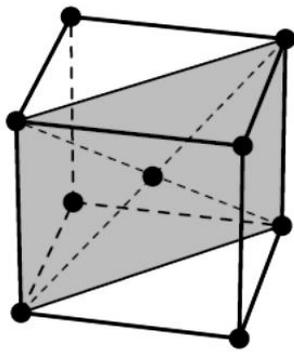


Abbildung 28: Die Gleitsysteme in kubisch flächenzentrierten Metallen. Die Gleitebenen entsprechen den Raumdiagonalen, die Gleitrichtungen liegen auf den Flächendiagonalen bzw. in Bild c auf den Oktaeder Kanten [Rösler]

Tabelle 6: Die Gleitsysteme in kubisch flächenzentrierten Metallen [Rösler]

Gleitebene	Gleitrichtung	Anzahl Ebenen	Richtungen pro Ebene	Anzahl (gesamt)
$\{111\}$ 	$\langle\bar{1}\bar{1}0\rangle$	4	3	12

Kubisch raumzentrierter Kristall



a: Darstellung einer Gleitebene in der Elementarzelle. Die beiden Gleitrichtungen sind gestrichelt eingezeichnet.



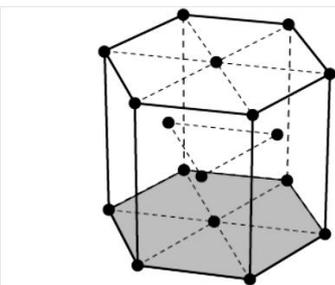
b: Kugelmodell. Die Schichtung des in a dargestellten Gleitebenentyps ist farblich gekennzeichnet.

Abbildung 29: Die Gleitsysteme in kubisch raumzentrierten Metallen [Rösler]

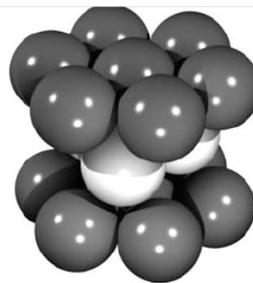
Tabelle 7: Die Gleitsysteme in kubisch raumzentrierten Metallen

Gleitebene	Gleitrichtung	Anzahl Ebenen	Richtungen pro Ebene	Anzahl (gesamt)
{110} 	$\langle \bar{1}11 \rangle$	6	2	12
{112} 	$\langle 11\bar{1} \rangle$	12	1	12
{123} 	$\langle 11\bar{1} \rangle$	24	1	24

Hexagonal dichtest gepackter Kristall



a: Darstellung einer Gleitebene in der Elementarzelle. Die drei Gleitrichtungen sind die gestrichelten Diagonalen.



b: Darstellung als Kugelmodell. Die Schichtung dichtest gepackter Gleitebenen ist farblich gekennzeichnet.

Abbildung 30: Basis-Gleitsysteme in hexagonalen Metallen [Rösler]

Tabelle 8: Die Gleitsysteme in hexagonalen Metallen

Gleitebene Anzahl	Gleitrichtung Zahl/Ebene	Zahl (ges.)	Beispiele
Burgersvektor in der Basisebene			
{0001} 1	 $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ 3	3	Cd, Zn, Mg, Ti, Zr
{01 $\bar{1}$ 0} 3	 $\langle \bar{2}110 \rangle$ 1	3	Ti, Zr
{01 $\bar{1}$ 1} 6	 $\langle \bar{2}110 \rangle$ 1	6	Ti, Mg, Zr
{01 $\bar{1}$ 2} 6	 $\langle \bar{2}110 \rangle$ 1	6	Zn
{11 $\bar{2}$ 2} 6	 $\langle \bar{1}\bar{1}00 \rangle$ 1	6	Ti
Burgersvektor nicht in der Basisebene			
{01 $\bar{1}$ 0} 3	 $\langle \bar{2}113 \rangle$ 2	6	Zn
{01 $\bar{1}$ 1} 6	 $\langle \bar{2}113 \rangle$ 2	12	Zr
{11 $\bar{2}$ 1} 6	 $\langle \bar{2}113 \rangle$ 2	12	Zn, Zr
{11 $\bar{2}$ 2} 6	 $\langle \bar{2}113 \rangle$ 2	12	Zn

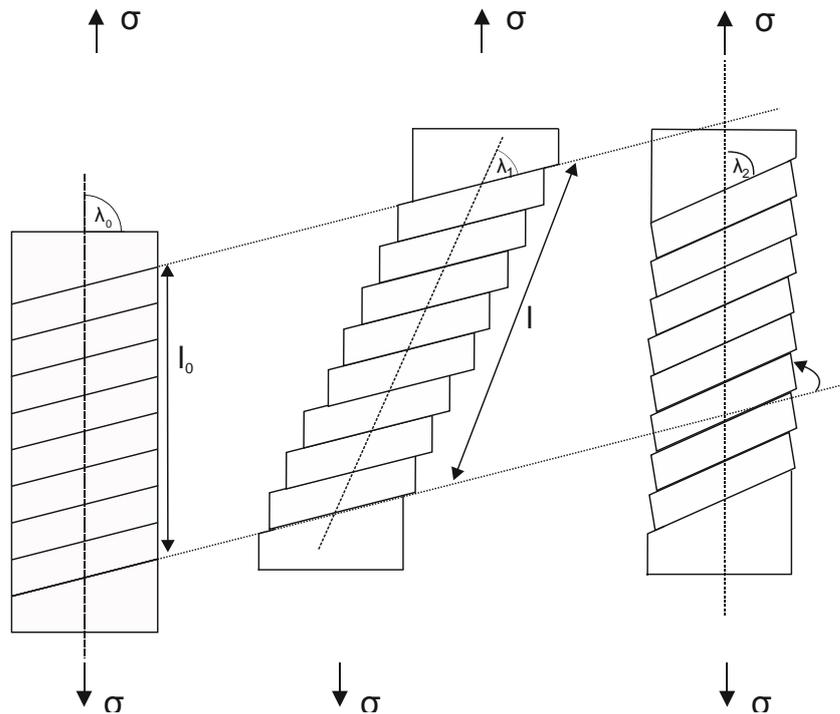


Abbildung 31: Verschiebung der Gleitebenen zueinander bei Verformung. Gleitebenen wandern auf die Probenachse zu.

Die Gleitebene wandert auf die Probenachse zu (Normalenvektor wandert weg).

→ Die Gleitrichtung wandert auf die Probenachse zu!

Δl kann aus Δa (Ableitung) berechnet werden; Bei kleinen Abgleitungen und einem Gleitsystem gilt: $\Delta a \approx l_{\epsilon}$.

Gleitlinien an der Oberfläche:

a) Einkristall

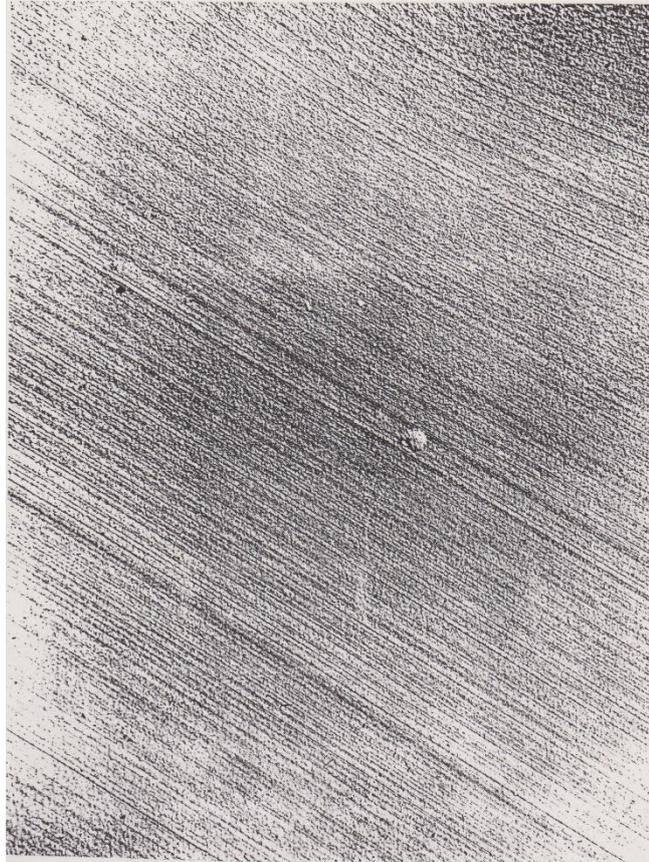


Abbildung 32: Gleitlinien an der Oberfläche bei einem Einkristall

b) Vielkristall

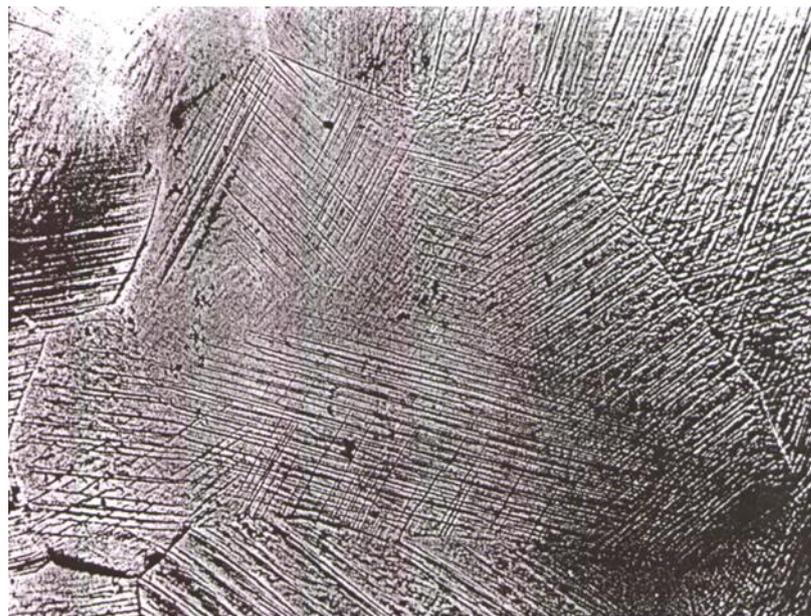


Abbildung 33: Mehrfachgleitung in Al-Vielkristall

b.) Das Schmid'sche Schubspannungsgesetz:

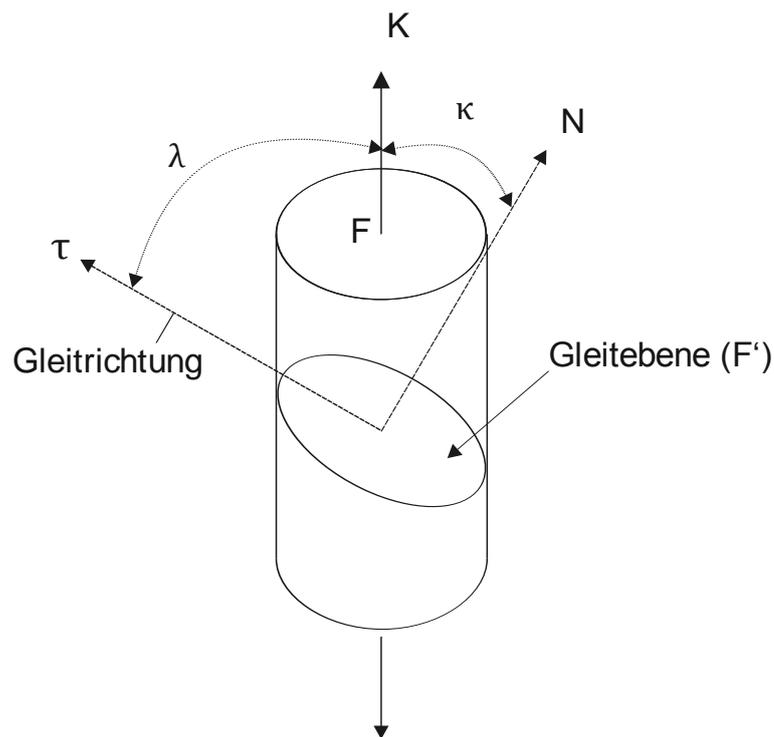


Abbildung 34: Zur Bestimmung des Schmid-Faktors

- Allgemein: $\kappa + \lambda \geq 90^\circ$
- Spezialfall: $\kappa + \lambda = 90^\circ$ (koplanar)

$$\tau = \frac{K}{F'} \cos \lambda$$

$$= \frac{K}{F} \cos \lambda \cdot \cos \kappa ; \left(F' = \frac{F}{\cos \kappa} \right)$$

Sonderfall:

$$\lambda = 90^\circ, \cos \lambda = 0 ; \text{GR} \perp \sigma\text{-Achse} \rightarrow \tau = 0$$

$$\kappa = 90^\circ, \cos \kappa = 0 ; \text{GE} \parallel \sigma\text{-Achse} \rightarrow \tau = 0$$

$$\tau = \sigma \cdot \cos(\lambda) \cdot \cos(90^\circ - \lambda)$$

$$\text{Für } \kappa + \lambda = 90^\circ \rightarrow \tau = \sigma \cdot \cos \lambda \cdot \sin \lambda$$

$$\frac{d\tau}{d\lambda} = 0$$

$$\rightarrow \sigma(-\sin^2 \lambda + \cos^2 \lambda) = 0$$

$$= \sin^2 \lambda = \cos^2 \lambda$$

$$\rightarrow \lambda = 45^\circ \rightarrow S_{\max} = 0,5$$

c) Einfachgleitung/Vielfachgleitung, Orientierungsfaktor bei Vielkristallen

α) Einkristalle

Erfolgt die Verformung nur in einem Gleitsystem, so spricht man von Einfachgleitung

Exkurs: Stereographische Projektion:

- Kristall im Koordinatensprung
- Kugel umgibt Kristall
- Stereographische Projektion durch Verbinden des Kugeldurchstoßpunktes eines Richtungsvektors mit dem gegenüberliegenden Pol
- Durchstoßpunkt durch Äquatorebene charakterisiert die Richtung
- Standardprojektion: Kristall ist so orientiert, dass die x- und y-Achsen in der Äquatorebene liegen, sowie die z-Achse zum Nordpol zeigt.

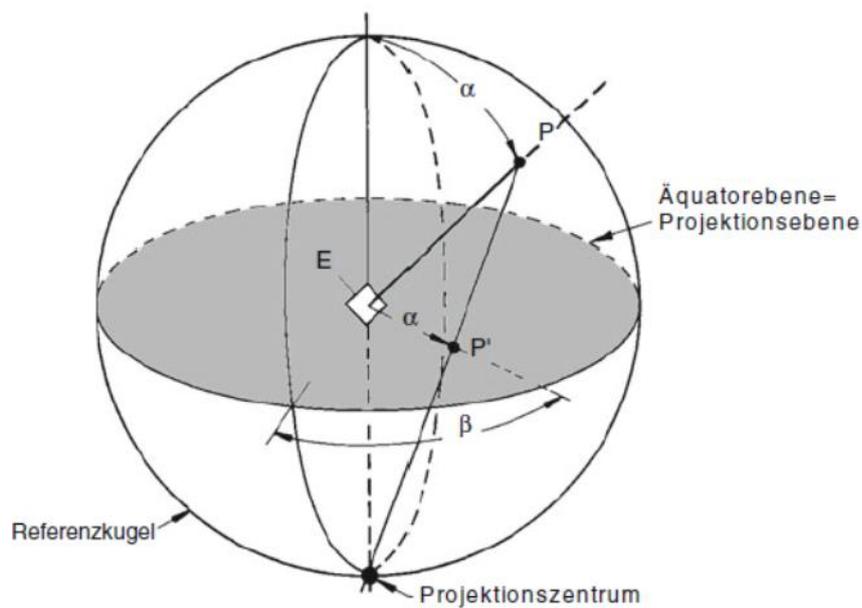


Abbildung 35: Prinzip der Stereographischen Projektion. E bezeichnet die kristallographische Ebene, P' den Pol von E [Gottstein]

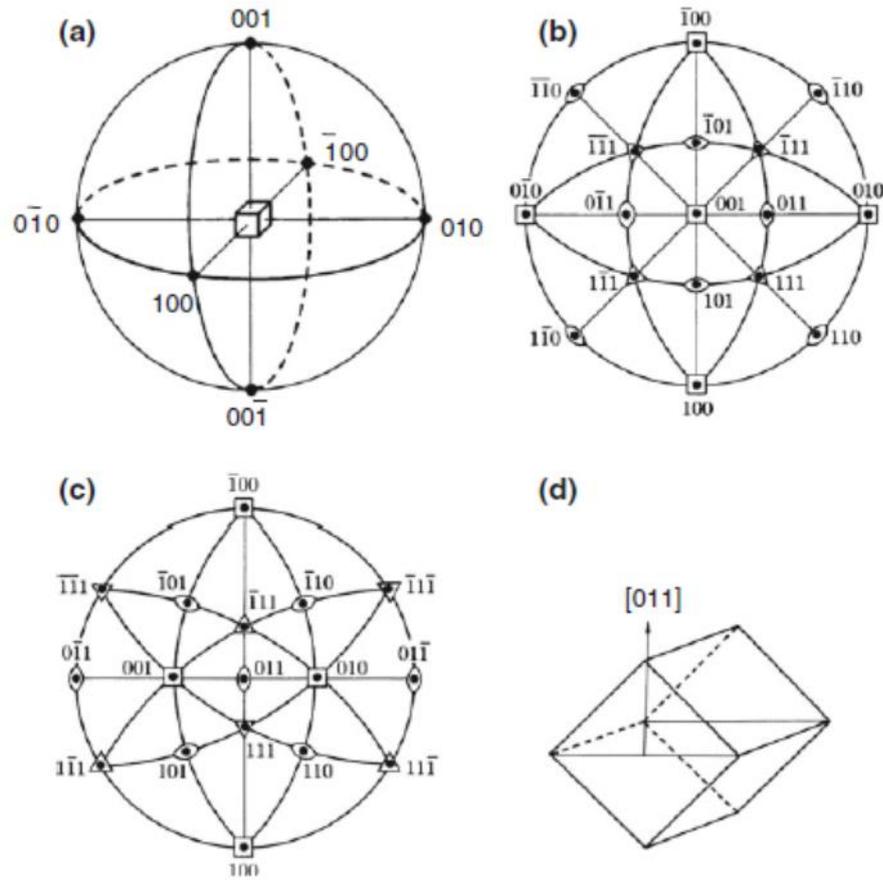
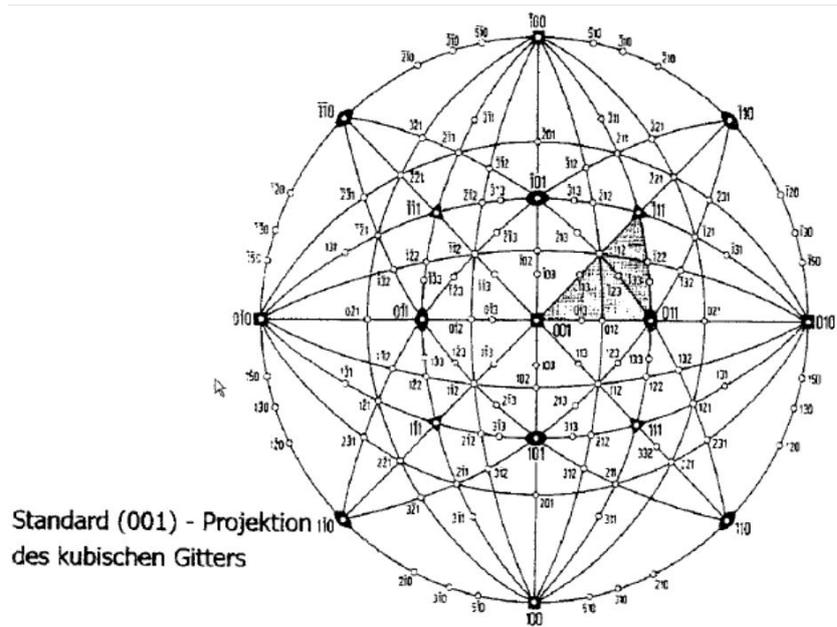


Abbildung 36: a) Räumliche Lage der {100}-Ebenen bei (001)-Projektion; b) Standard-Projektion eines kubischen Kristalls in (001) und c) (011)-Lage der (011)-Ebene bei (011)-Projektion d)



Standard (001) - Projektion des kubischen Gitters

Abbildung 37: Standard (001)- Projektion des kubischen Gitters

Ableitung:

- Einfachgleitung im Gleitsystem $(111) [\bar{1}01]$
- Bei Erreichen der Symmetralen wird ein zweites Gleitsystem gleichwertig, dadurch ergibt sich eine Doppelgleitung mit dem 2. Gleitsystem $(\bar{1}\bar{1}1)[011]$
→ Übergang von Einfachgleitung zur Mehrfachgleitung

Ausnahme: Bereits zu Beginn der Verformung existieren gleichbedeutende Gleitsysteme.

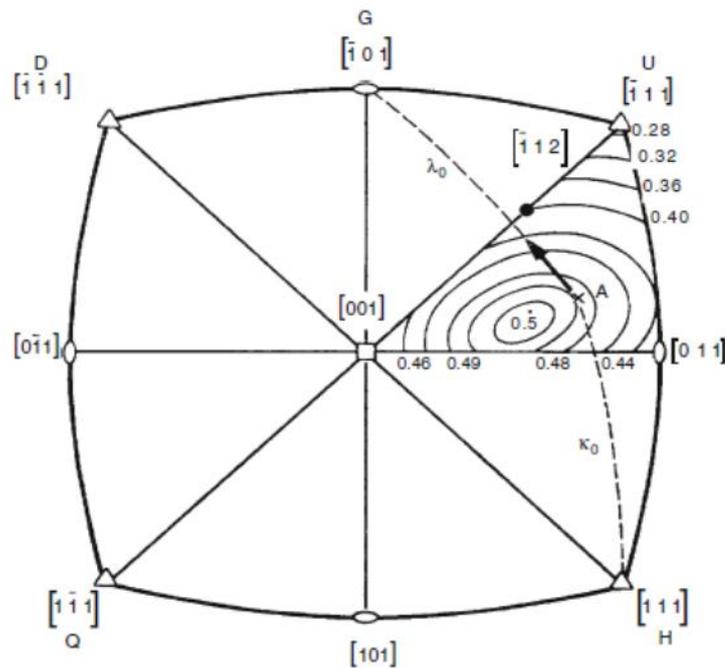


Abbildung 38: Stereographische Projektion mit Höhenlinien gleichen Schmid-Faktors für Zugverformung bei $\{111\}\langle 110\rangle$ Gleitung. H bezeichnet die Hauptgleitebene; G die Gleitrichtung; D die konjugierte Gleitebene; Q die Quergleitebene und U eine unerwartete Gleitebene [Gottstein]

β) Vielkristall:

- Zunächst verhält sich jedes Korn wie ein Einkristall → Einfachgleitung für das einzelne Korn
- Bei größeren Verformungsgraden ergeben sich Kompatibilitätsspannungen (Verformung der Körner so, dass der Kornverband erhalten bleibt) → Übergang zur Mehrfachgleitung
- Zahl der Gleitsysteme für beliebige Gestaltsänderung: Unabhängige Gleitsysteme (Nicht als Linearkombination anderer Gleitsysteme darstellbar) : 5 [Taylor-Kriterium]

krz: 12 GS ; 5 unabhängige GS

kfz: 12 GS ; 5 unabhängige GS

Für Vielkristalle wird durch Verwendung eines Orientierungsfaktors M die Verformung des Einkristalls abgebildet.

$$\tau = \frac{\sigma}{M}$$

$$a = M \cdot \varepsilon \quad (a = \text{Ableitung})$$

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = M \cdot \frac{d\tau}{d\varepsilon}$$

2 Grenzwerte:

Einfachgleitung in praktisch allen Körnern ($\varepsilon \leq 10^{-2}$)

$$M = 2,24$$

$$\text{Sachs-Faktor} \triangleq \bar{S} = 0,446$$

Mehrfachgleitung
(hohe Verformung)

$$M = 3,06 \text{ (Taylor-Faktor)}$$

$$\text{Sachs-Faktor} \triangleq \bar{S} = 0,327$$

Zusammenfassung:

Notwendige Voraussetzung für plastische Verformung

- 1) Für mindestens 1 Gleitsystem muss der Schmid-Faktor größer 0 sein.
- 2) τ in Gleitsystem muss kritischen Wert überschreiten $\tau = \tau_{\text{krit}}$
- 3) Gilt 1 und 2, muss gleichzeitig gelten: $\tau \leq R_R \cos \theta \cdot \cos \lambda$;

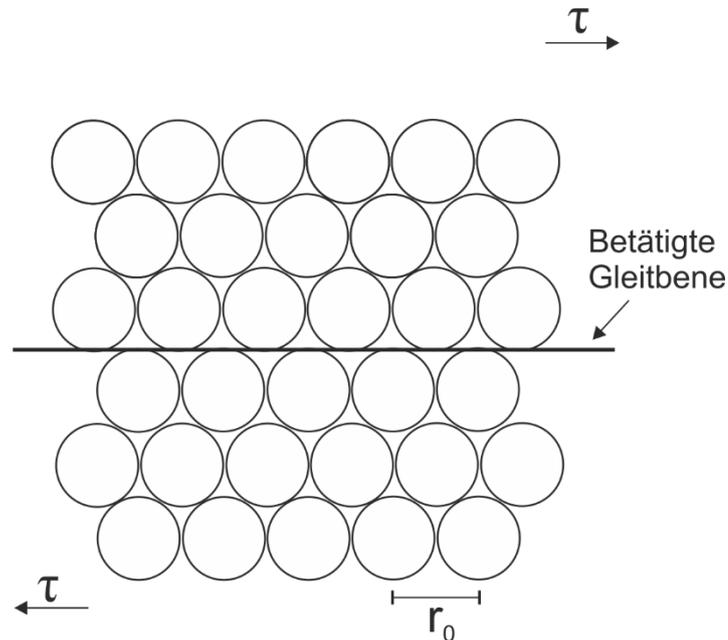
($\sigma \geq R_R$) sonst: Probe bricht spröde.

Frage: Woher kommt τ_{krit} ?

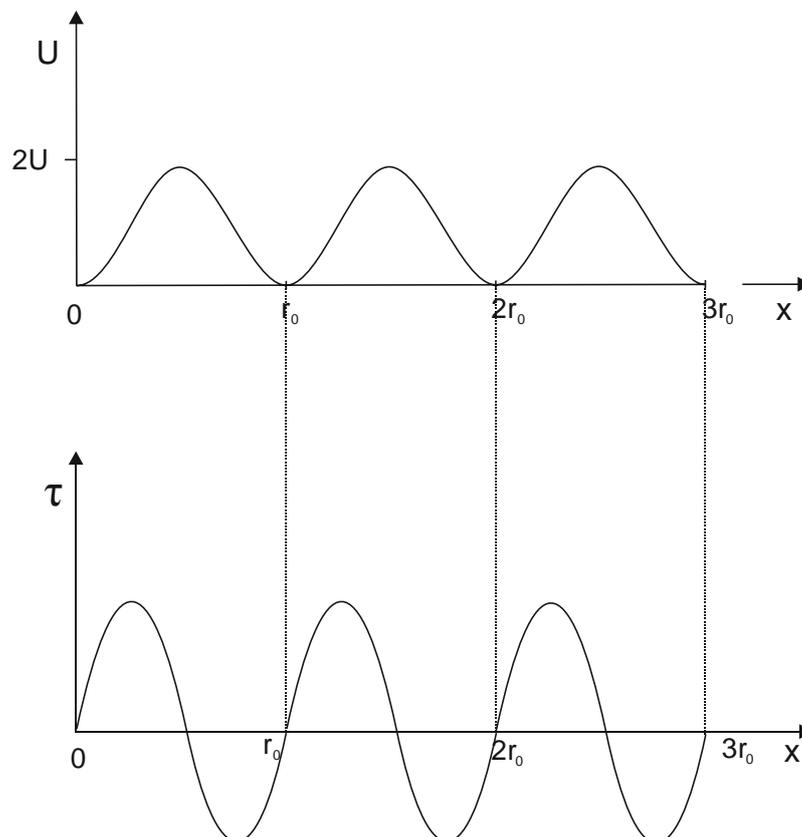
Mikroskopische Ursachen des Gleitwiderstandes.

4.1.4 Die theoretische Schubfestigkeit (starre Scherung)

Einfaches Modell (2-dimensional) der dichtesten Kugelpackung.

**Abbildung 39:** Modell der plastischen Verformung auf einer dichtest gepackten Ebene

Die atomaren Bindungskräfte müssen überwunden werden. Die labile Lage bei Verschiebung um $\frac{r_0}{2}$ (r_0 : Gitterabstand)

**Abbildung 40:** Peierls-Potential und Peierls-Spannung

$$U(x) = U_0 \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{r_0} \right) \quad (1)$$

$$\tau(x) = \frac{K}{F} = \frac{1}{F} \cdot \frac{dU(x)}{dx} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \tau(x) &= U_0 \cdot \frac{1}{F} \sin \frac{2\pi x}{r_0} \cdot \frac{2\pi}{r_0} \\ &= \frac{U_0}{F} \cdot \frac{2\pi}{r_0} \cdot \sin \frac{2\pi x}{r_0} \end{aligned} \quad (1) \text{ in } (2)$$

$$\left(\frac{2\pi x}{r_0} \ll \rightarrow \sin \frac{2\pi x}{r_0} \approx \frac{2\pi x}{r_0} \right)$$

$$\begin{aligned} \tau &\approx \tau_{\max} \cdot \frac{2\pi x}{r_0} \\ \tau &= G \cdot \gamma = G \cdot \frac{x}{r_0} \\ G &= \tau_{\max} \cdot 2\pi \\ \rightarrow \tau_{\max} &= \frac{G}{2\pi} \approx 0,1 G \end{aligned}$$

Tabelle 9: Vergleich zwischen theoretischer und experimenteller Schubspannung

Kristallstruktur	Element	τ_{\max} (GPa)	$\tau_{0,\text{exp}}$ (MPa)	$\frac{\tau_{\max}}{\tau_{0,\text{exp}}}$
kfz	Al	11,3	0,78	1E+04
	Cu	19,6	0,5	4E+04
	Ni	32	2	2E+04
krz	α -Fe	33,6	10	3E+03
	Nb	16,6	10	2E+03
hex	Mg	7	0,39	2E+04
	Cd	9,9	0,57	2E+04
	Ti	16,9	13,7	1E+03
Ionenkristall	NaCl	0,4	0,5	8E+02
	LiF	0,55	1,2	5E+02

τ_{\max} für die starre Abgleitung ist 3 bis 4 Größenordnungen zu groß!

→ Es gibt einen leichteren, einfacheren Prozess der Abgleitung!

→ Die starre Abgleitung findet (praktisch) nicht statt.

→ Leichterer Mechanismus ist die Versetzungsbewegung!

Ausnahme:

- Perfekter Kristall (d.h. ohne Versetzungen)
- Haarkristalle, Whisker besitzen ein großes Verhältnis von Oberfläche zu Volumen. Versetzungen sind nicht existent.

$$\tau_{0,\text{exp}}^{\text{Ni}} \approx 4 \text{ GPa} \approx \frac{1}{8} \cdot \frac{G}{2\pi}$$

$$\tau_{0,\text{exp}}^{\alpha\text{-Fe}} \approx 13 \text{ GPa} \approx \frac{1}{2,5} \cdot \frac{G}{2\pi}$$

4.2 Versetzungen – Träger der plastischen Verformung

4.2.1 Einführung, Definition und Geometrie der Versetzung

- Eine Versetzung ist ein Kristallbaufehler (1- dimensional)
- Bewegung führt zu plastischer Verformung, ab einer kritischen Schubspannung.
- Einfache Beispiele aus der Natur zeigen, dass Bewegungsabläufe in der Regel über einen „leichten“ Mechanismus erfolgen:

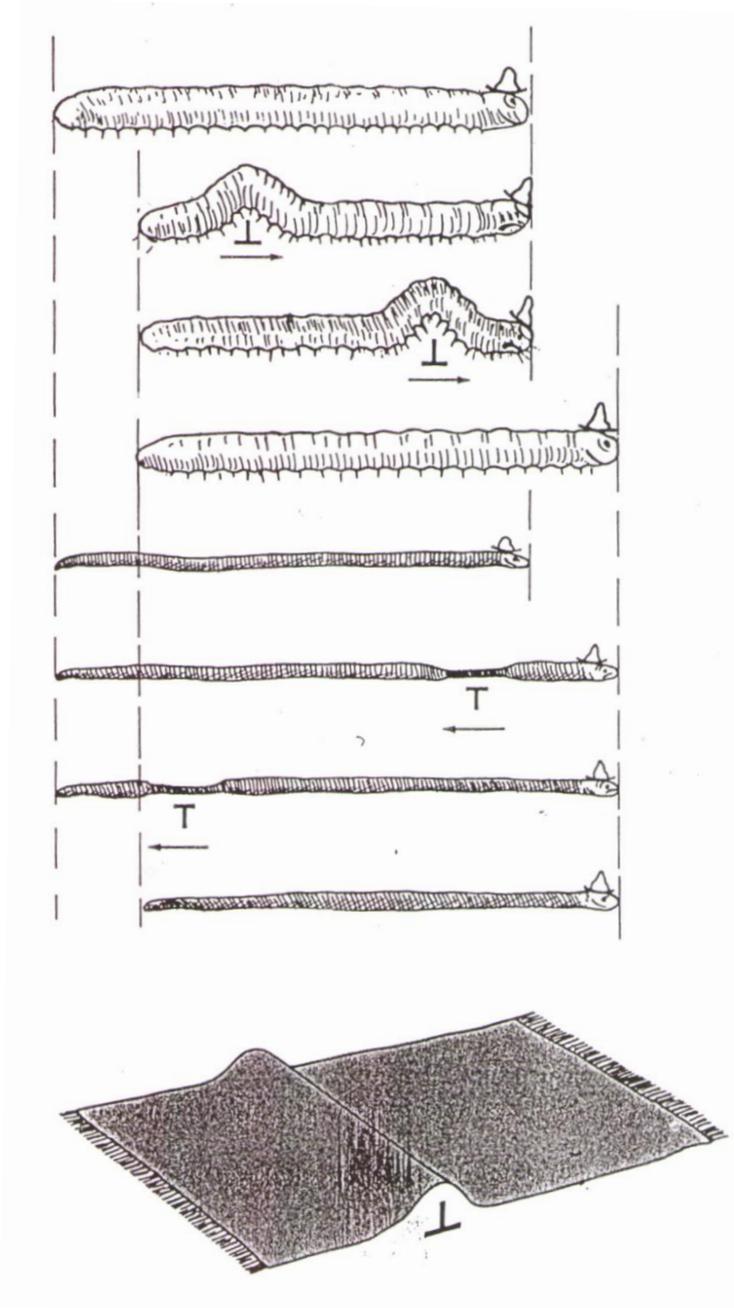


Abbildung 41: Analogien zu der Versetzungsbewegung

Starre Abscherung: Sämtliche Bindungen zwischen den Atomen der Gleitebenen müssen gleichzeitig aufgebrochen werden.

Versetzungsbewegung: Nur ein Bruchteil der Bindung muss aufgebrochen werden.

- Polany, Orowan, Taylor (1934); Postulierung von Versetzungen

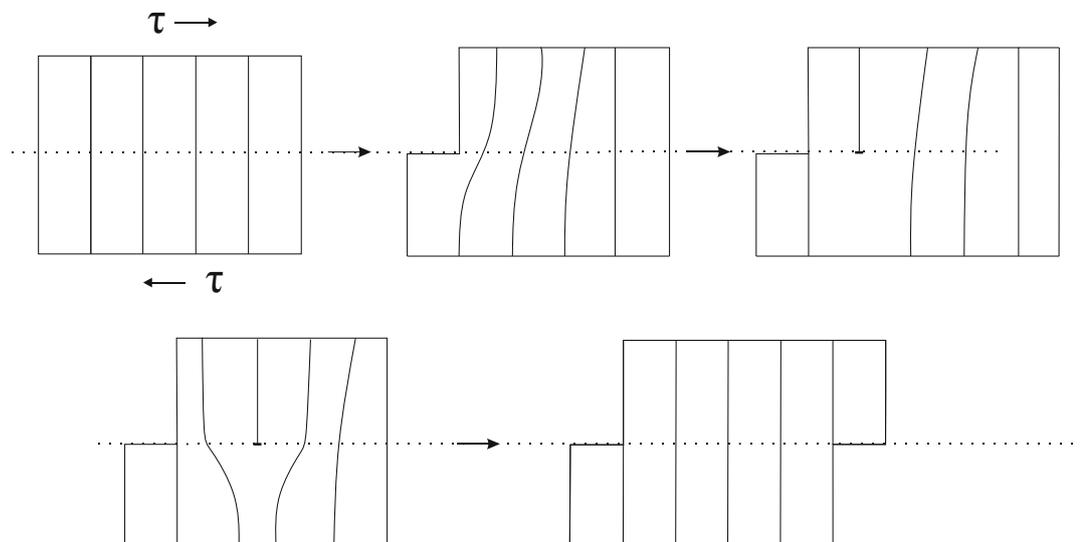


Abbildung 42: Versetzungsbewegung

Durch die Schubspannung bildet sich oben eine eingeschobene Halbebene, die schrittweise nach rechts verschoben wird und auf der rechten Seite austritt. Es bildet sich eine Gleitstufe. Das Endergebnis ist dasselbe, wie bei der starren Abscherung; der Vorgang ist aber viel leichter!

Vorgang der Versetzungsbewegung:

- Kein Platzwechsel der Atome
- Nachbarschaften bleiben Erhalten
- Umklappen von Bindungen

alternativ dazu:

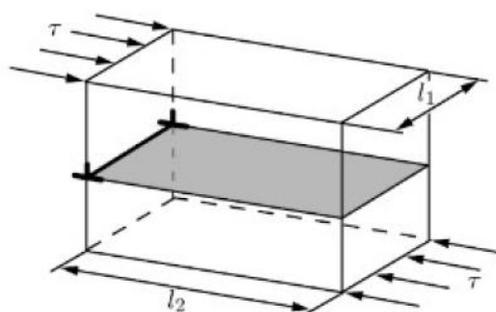


Abbildung 43: Gerade Versetzungslinie unter Schubspannung

Die Versetzung mit eingeschobener Halbebene von unten (in Abb. 39 nicht eingezeichnet) läuft nach links; das Ergebnis ist identisch.

Synthetische Definition der Versetzung

Stufenversetzung ist eine eingeschobene Halbebene bis zur Gleitebene.

Schritte zur Herstellung einer Stufenversetzung (edge dislocation):

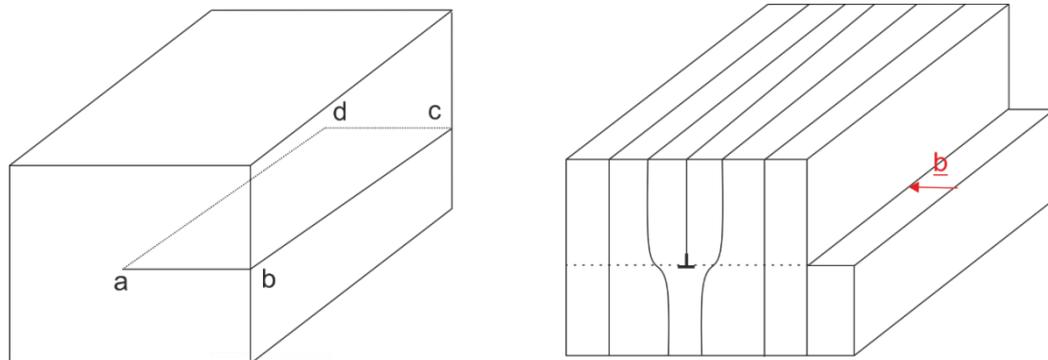


Abbildung 44: Konstruktion einer Stufenversetzung

- Schneiden des Quaders, so dass die Schnittfläche a, b, c, d entsteht.
- Verschieben der oberen gegenüber der unteren Schnittebene um den Elementarschritt \underline{b} .
- Verschweißen der Grenzfläche

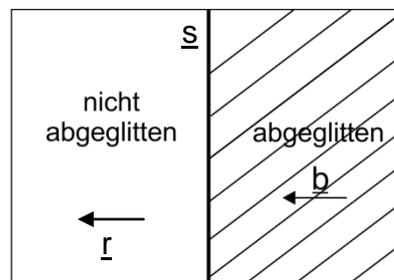


Abbildung 45: Stufenversetzung (Blick von oben); die dicke Linie stellt die Versetzungslinie dar.

- Versetzungslinie \underline{s} ist die Grenzlinie zwischen dem abgeglittenen und dem nicht abgeglittenen Bereich der Gleitebene.

Um den Kristall vollends abzuscheren, muss die Versetzungslinie in Richtung \underline{r} (senkrecht zu \underline{s} und parallel zu \underline{b}) bewegt werden.

Exkurs: Stufenversetzungen sind wichtig bei der Biegeverformung

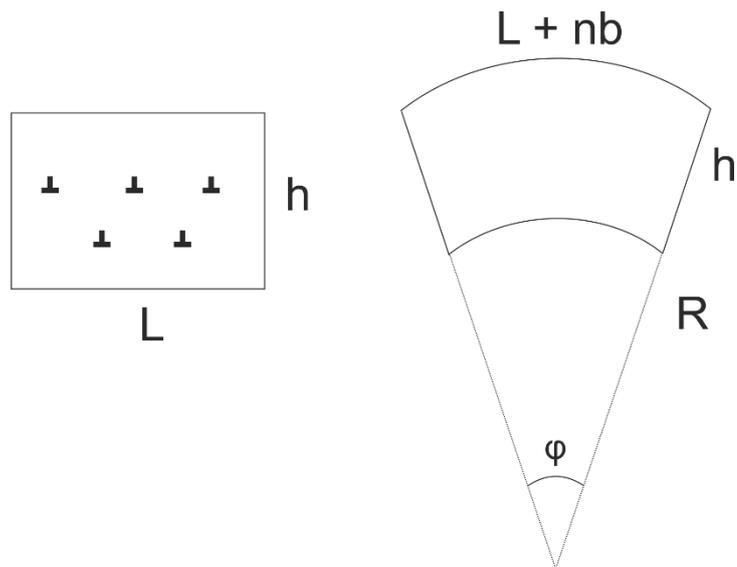


Abbildung 46: Versetzungsdichten mit und ohne Biegeverformung

$$\rho \text{ (Versetzungsdichte)} = \frac{n}{h \cdot L}$$

$$\frac{\varphi}{2\pi} = \frac{L}{2\pi R}$$

$$\Rightarrow R = \frac{L}{\varphi} \quad (3)$$

$$\frac{\varphi}{2\pi} = \frac{L + nb}{2\pi(R + h)}$$

$$= \varphi(R + h) = L + nb$$

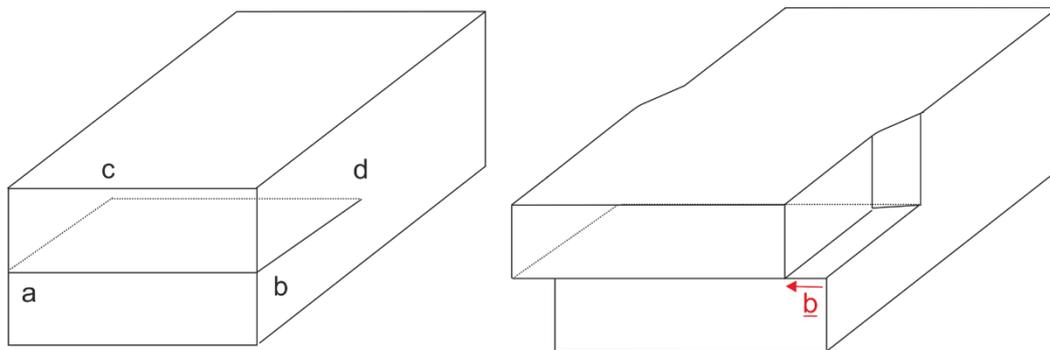
$$= \varphi R + \varphi h = L + nb \quad (4)$$

(3) in (4)

$$= L + \varphi h = L + nb$$

$$= \varphi = \frac{nb}{h}$$

$$\Rightarrow R = \frac{L \cdot h}{n \cdot b} = \frac{1}{\rho \cdot b}$$

Schraubenversetzung:**Abbildung 47:** Konstruktion einer Schraubenversetzung

- Schneiden des Kristalls, so dass die Schnittebene a, b, c, d entsteht.
- Verschieben der beiden Schnittebenen gegeneinander
- Wiederverschweißen der Schnittebenen

Blick von oben

**Abbildung 48:** Schraubenversetzung (Blick von oben)

→ Bewegung einer Versetzung führt immer zur Vergrößerung des abgeglittenen Bereichs.

Insgesamt: Abgleitung ist möglich sowohl durch die Bewegung einer Stufenversetzung senkrecht zu \underline{s} und parallel zu \underline{b} , als auch durch die Bewegung einer Schraubenversetzung senkrecht zu \underline{s} aber senkrecht zu \underline{b} jeweils in der Gleitebene.

Zusammenfassung:

Versetzungen lassen sich definieren als:

- 1) Linienvektor \underline{s} in Richtung der Versetzungslinie
- 2) Bewegungsvektor \underline{r} der Versetzung in der Richtung in der die abgeglittene Fläche vergrößert wird.
- 3) Burgersvektor \underline{b} , der angibt, um welchen Betrag und in welche Richtung die Abscherung der oberen gegen der unteren Kristallhälfte erfolgt.

- 4) Die Gleitebene, die \underline{b} und \underline{s} beinhaltet

Tabelle 10: Eigenschaften Stufen- und Schraubenversetzungen

Stufenversetzung	Schraubenversetzung
$\underline{b} \perp \underline{s}$ (90° – Versetzung) $\underline{r} \parallel \underline{b}; \underline{r} \perp \underline{s}$	$\underline{b} \parallel \underline{s}$ (0° – Versetzung) $\underline{r} \perp \underline{b}; \underline{r} \perp \underline{s}$
An Gleitebene gebunden	Nicht an Gleitebene gebunden (Quergleitung)

Im allgemeinen Fall:

Versetzungen müssen nicht gerade und auch nicht senkrecht oder parallel zu \underline{b} sein. Sie können auch gekrümmt sein.

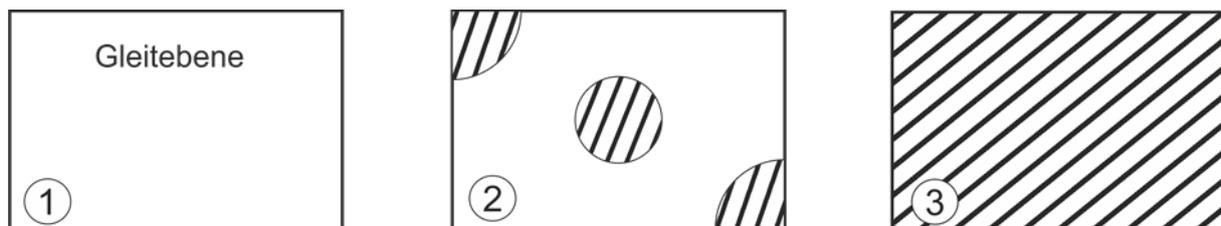


Abbildung 49: Ausbreitung eines Versetzungsringes

- Auch im allgemeinen Fall gilt, dass die Grenzlinie zu den nicht abgeglittenen Bereichen Versetzungen sind. Es ergibt sich, dass
 - 1) Versetzungen als geschlossene Ringe auftreten oder von der Oberfläche zu Oberfläche gehen.
 - 2) der Burgersvektor längs der Versetzungslinie konstant sein muss.

Gekrümmte Versetzungen

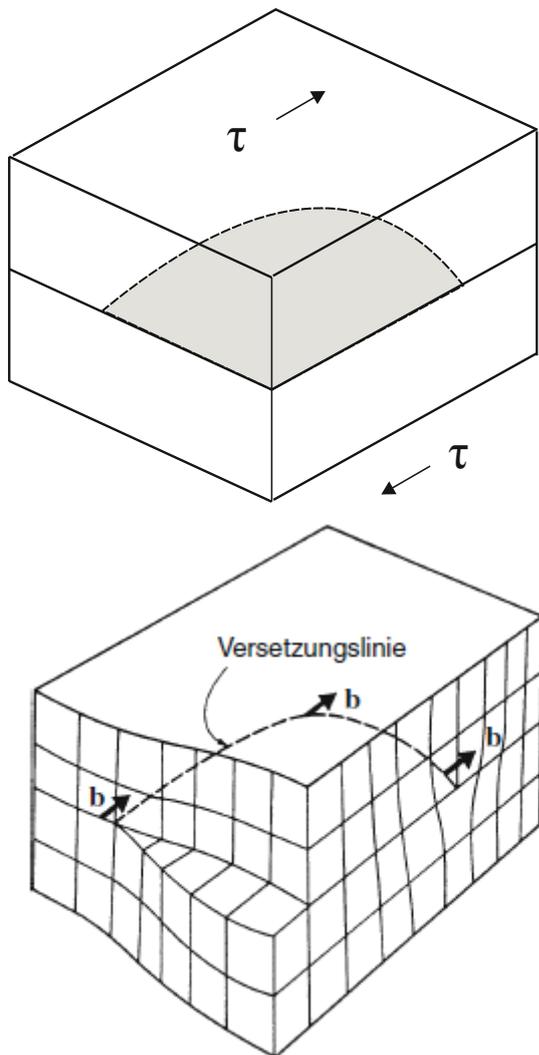


Abbildung 50: Eine Versetzungslinie mit ortsabhängigem Versetzungscharakter von Schraubenversetzung

- Wir schneiden entlang der gestrichelten Ebene auf bis zur eingezeichneten gekrümmten Grenzlinie. Diese Grenzlinie soll senkrecht an der Oberfläche enden.
- Dann verschieben wir die obere gegen die untere Kristallhälfte um den Burgersvektor \underline{b} und verschweißen
- Wir haben dann an der Durchstoßstelle A eine Schraubenversetzung erzeugt ($\underline{b} \parallel \underline{s}$), an der Durchstoßstelle B eine Stufenversetzung ($\underline{b} \perp \underline{s}$)
- Die Punkte A und B werden jetzt durch eine gekrümmte Versetzung verbunden, die weder reinen Stufen- noch Schraubencharakter hat. Der Winkel zwischen dem Burgersvektor und der Versetzungslinie ändert sich stetig. Es handelt sich um eine Versetzung gemischten Charakters.

Blick von oben auf die Atome um die Versetzungslinie:

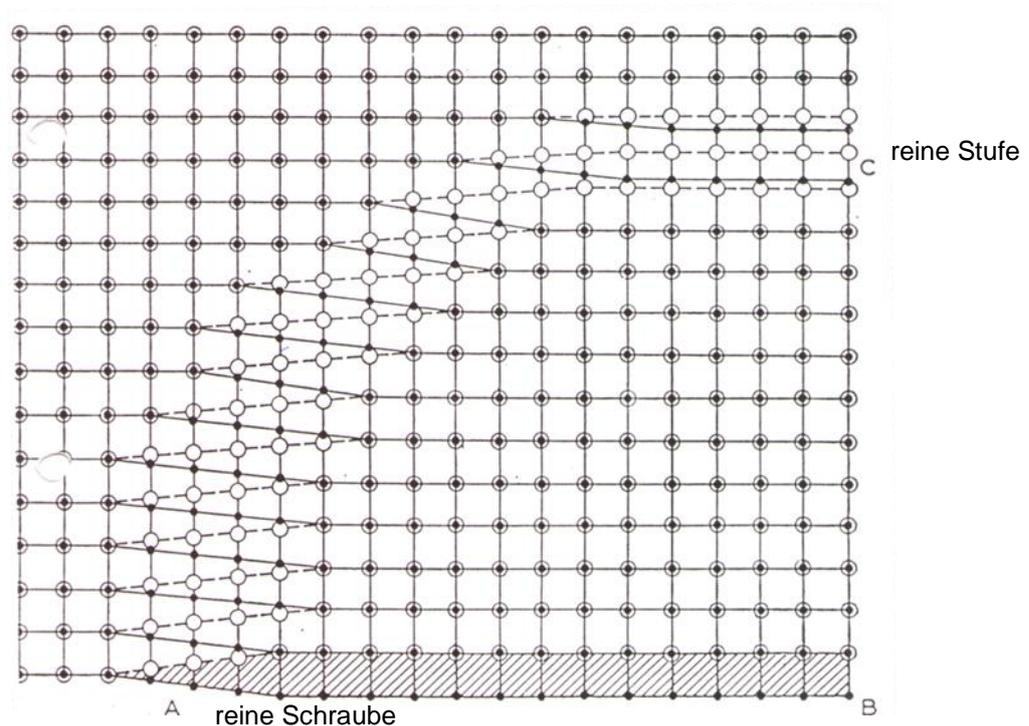


Abbildung 51: Versetzung mit gemischtem Charakter

Atome oberhalb der GE: ○

Atome unterhalb der GE: ●

Betrachtung eines beliebigen Stückes der gemischten Versetzung

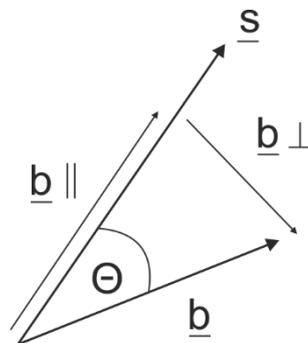


Abbildung 52: Komponentenzerlegung des Burgersvektors

- Komponentenzerlegung des Burgersvektors in $\underline{b}_{\parallel}$ und \underline{b}_{\perp}
- $\underline{b} = \underline{b}_{\parallel} + \underline{b}_{\perp}$
- Zerlegung der gemischten Versetzung formal in eine Stufen- und eine Schraubenkomponente.

Weitere Definition: Wir haben die Definition so vorgenommen, dass zwei Versetzungen, die parallel sind und den gleichen Burgersvektor besitzen, gleichnamig sind, und ungleichnamig, wenn die Linienrichtungen antiparallel sind.

Damit ist jedes Versetzungssegment eindeutig bzgl. Charakter und Vorzeichen durch \underline{s} und \underline{b} gekennzeichnet.

Analytische Definition der Versetzung: Burgers-Umlauf:

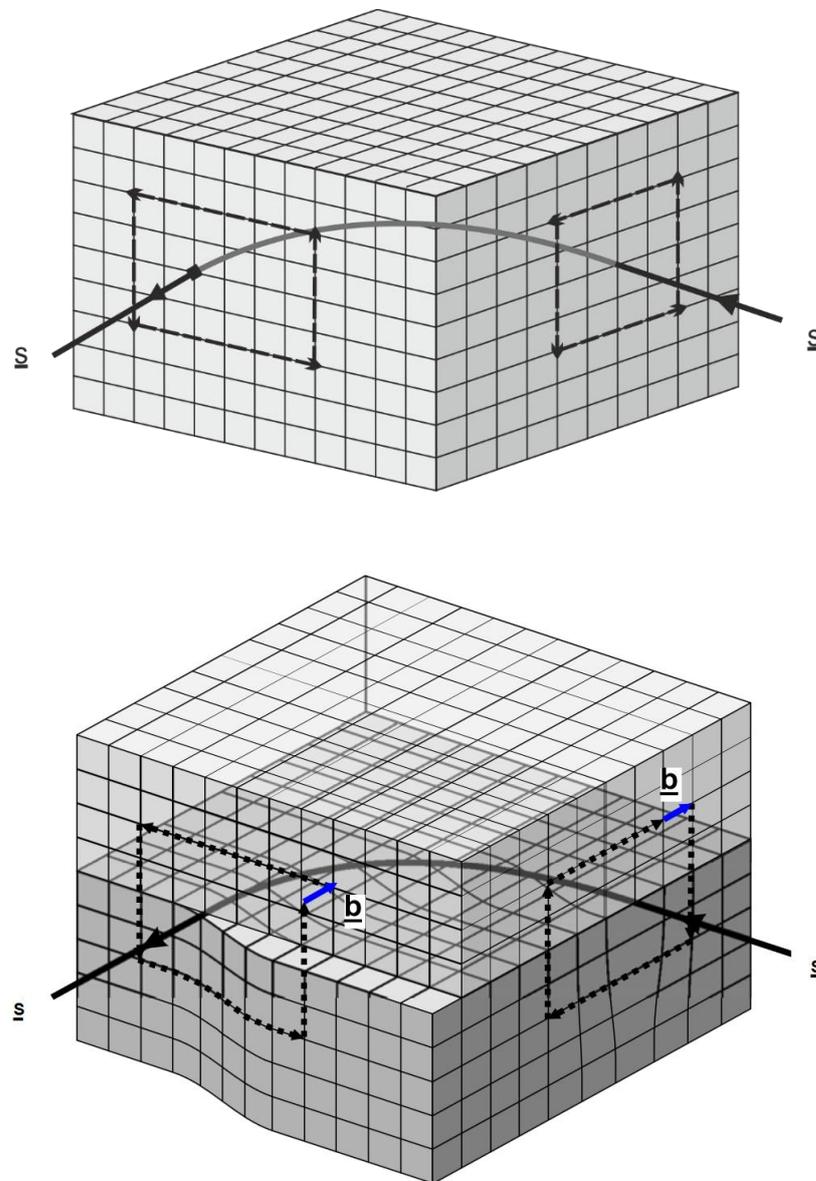
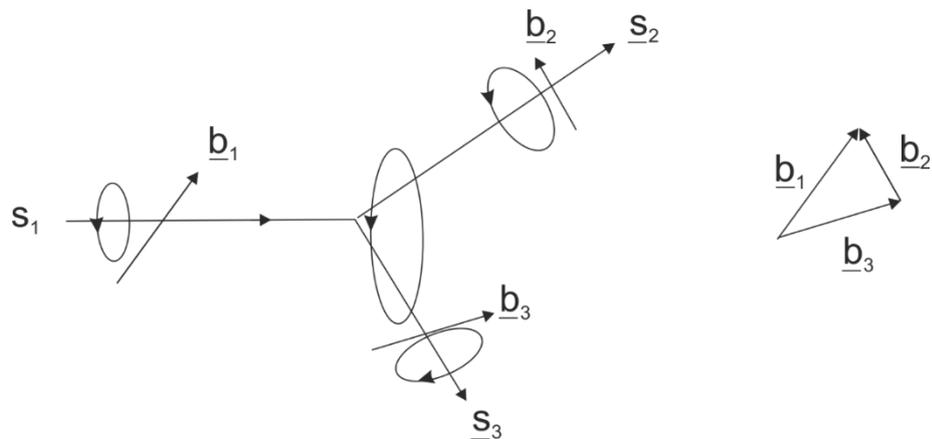


Abbildung 53: Definition des Burgers-Vektors \underline{b} mit einem Burgers-Umlauf. \underline{s} bezeichnet die Richtung der Versetzungslinie

Wir ordnen dem Linienvektor eine Richtung zu. Dann wird im idealen Kristall ein Burgersumlauf im Uhrzeigersinn um die „Versetzung“ gemacht. Danach wird der entsprechende Umlauf im Kristall mit Versetzung um die Versetzung gemacht.

→ Der Schließungsfehler ergibt den Burgersvektor. Diese Definition gilt für Stufen- und Schraubenversetzungen und liefert bei geschlossenen Versetzungsringen gleiche \underline{b} -Vektoren.

Versetzungsknoten:**Abbildung 54:** Versetzungsknoten

Im Knoten laufen drei Versetzungen zusammen. Wir führen um jede Versetzung einen Burgersumlauf aus und erhalten drei Burgersvektoren: \underline{b}_1 , \underline{b}_2 , \underline{b}_3 . Dann machen wir z.B. um die Versetzung 2 und 3 einen großen Burgersumlauf und erhalten $\underline{b}_2 + \underline{b}_3$

$$\rightarrow \underline{b}_1 = \underline{b}_2 + \underline{b}_3$$

(analog zur Kirchhoff'schen Regel der Ströme)

Hinweis: Definiert man die Linienrichtung so, dass der Linienvektor immer vom Knoten weg zeigt, muss entsprechend gelten:

$$\sum_{i=1}^n \underline{b}_i = 0$$

4.2.2 Kinematik der Versetzungen

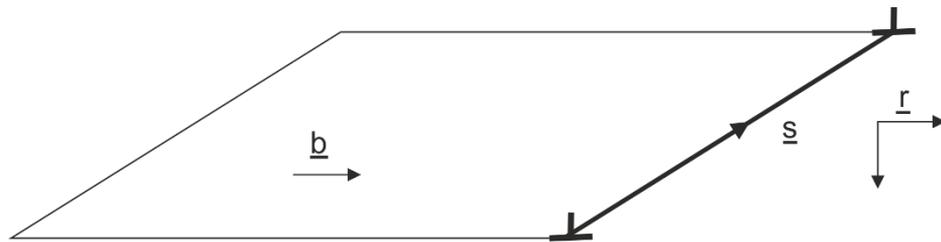


Abbildung 55: Versetzungsbewegung. Die Bewegung erfolgt je nach Richtungsvektor \underline{r} senkrecht oder parallel zum Burgersvektor \underline{b}

Bewegung einer Versetzung in bzw. aus der Gleitebene

Volumen = Ebene der Bewegung · Verschiebung

Verschiebung: \underline{b}

Normale der Ebene der Bewegung: $\underline{s} \times \underline{r}$

$$\begin{aligned} dV &= \underline{b} (d\underline{s} \times d\underline{r}) \\ &= d\underline{r} (\underline{b} \times d\underline{s}) \end{aligned}$$

1) Schraubenversetzung:

Da $\underline{b} \parallel \underline{s}$ folgt $\underline{b} \times d\underline{s} = \underline{0}$
 $\rightarrow dV = 0$

Prinzipiell: Die Bewegung einer Schraubenversetzung erfolgt ohne Volumentransport (d.h. konservative Versetzungsbewegung; „Versetzungsgleiten“)

2) Stufenversetzung:

$\underline{b} \perp \underline{s}$
 $\rightarrow (\underline{b} \times d\underline{s})$ steht senkrecht auf der Gleitebene.

a) \underline{r} in der Gleitebene: $d\underline{r} (\underline{b} \times d\underline{s}) = 0$

Kein Volumentransport; konservative Bewegung.

b) \underline{r} nicht in der Gleitebene $\rightarrow dV \neq 0$

(Nicht konservative Versetzungsbewegung; Versetzungsklettern)
 Diffusionskontrolliert \rightarrow stark temperaturabhängig!

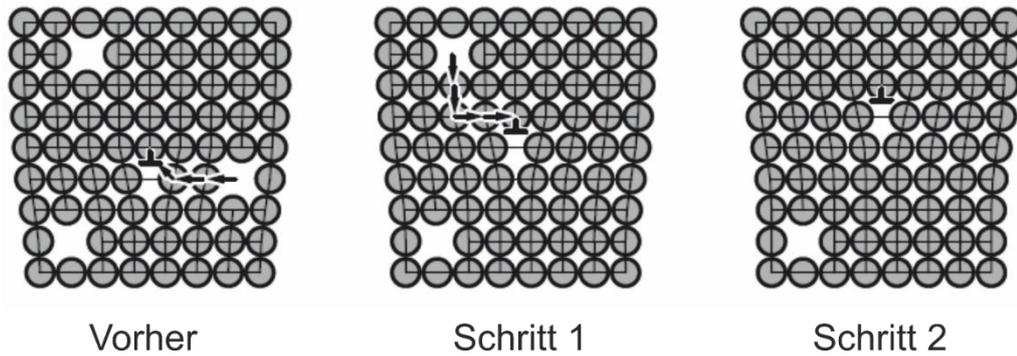


Abbildung 56: Klettern einer Stufenversetzung [Rösler]

Beschreibung der Abgleitung $a = \gamma$ durch konservative Versetzungsbewegung (Abgleitung)

2-dimensional:

Scherung erfolgt mikroskopisch durch die Bewegung von n Versetzungen um einen mittleren Weg l , Versetzungen besitzen den Verschiebungsvektor \underline{b} .

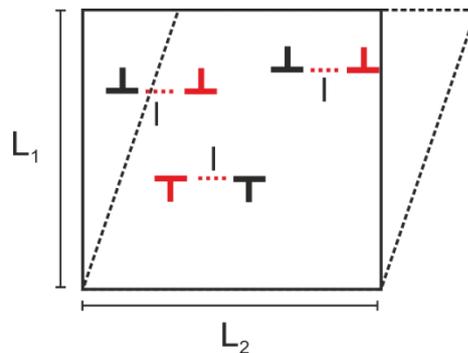


Abbildung 57: Scherung und Versetzungsbewegung

Wenn eine Versetzung den Kristall komplett durchläuft, dann ist die Abgleitung $a = \frac{b}{L_1}$

Wenn die Versetzung nur den Weg l zurücklegt:

$$a = \alpha \cdot \frac{b}{L_1} \text{ mit } \alpha = \frac{l}{L_2}$$

Bei n Versetzungen: $a = n \cdot \alpha \cdot \frac{b}{L_1}$

$$\begin{aligned} a &= \gamma = n \cdot \alpha \cdot \frac{b}{L_1} \\ &= n \cdot \frac{l}{L_2} \cdot \frac{b}{L_1} \\ &= \frac{n}{L_2 \cdot L_1} \cdot l \cdot b = \rho \cdot l \cdot b \end{aligned}$$

ρ : Versetzungsdichte [m^{-2}]

= Anzahl der Versetzungsdurchstoßpunkte pro Fläche

3-dimensional:

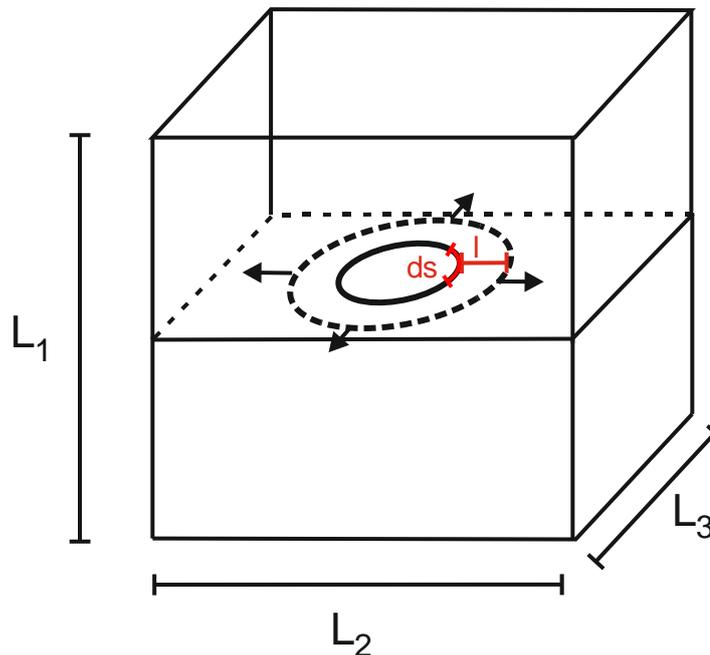


Abbildung 58: Bewegung eines Versetzungsringes

Versetzungsstück der Länge d_s bewegt sich um l

$$da = \alpha \cdot \frac{b}{L_1} = \frac{b}{L_1} \cdot \frac{l \cdot d_s}{L_2 \cdot L_3}$$

Integration über das Volumen liefert: $\frac{s}{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3} \cdot b \cdot l = \rho \cdot b \cdot l$

$$\rho(\text{Versetzungsdichte}) = \frac{\text{Versetzungslänge}}{\text{Volumen}} \left[\frac{\text{m}}{\text{m}^3} \right]$$

Typische Werte für ρ :

Metall: $10^{10} \ll \rho \ll 10^{15} [\text{m}^{-2}]$

Si, Ge: $\rho \approx 10^6 [\text{m}^{-2}]$

(Anmerkung: $10^{12} \text{m}^{-2} = 1 \text{ km/mm}^3$)

Abgleichungsgeschwindigkeit:

Differentiation nach der Zeit:

$$\dot{a} = \frac{da}{dt} = \rho \cdot b \cdot \frac{dl}{dt} = \rho \cdot b \cdot \bar{v}$$

Orowan – Gleichung

\bar{v} : Mittlere Versetzungsgeschwindigkeit

Hierbei wird vorausgesetzt, dass ρ konstant ist, was nicht selbstverständlich ist.

Die Abhängigkeit von \bar{v} von τ ist aber dominant.

Vergleiche mit elektrischer Leitung: $j = n \cdot e \cdot v$

j : Stromdichte

n : Anzahl der Ladungsträger

e : Ladung

v : Geschwindigkeit der Ladungsträger

4.2.3 Experimentelle Beobachtung von Versetzungen

- a) Anätzen von Versetzungen mit geeigneten Ätzmittel löst Atome bevorzugt aus den Durchstoßpunkten heraus → Ätzgrübchen.

Beispiele:

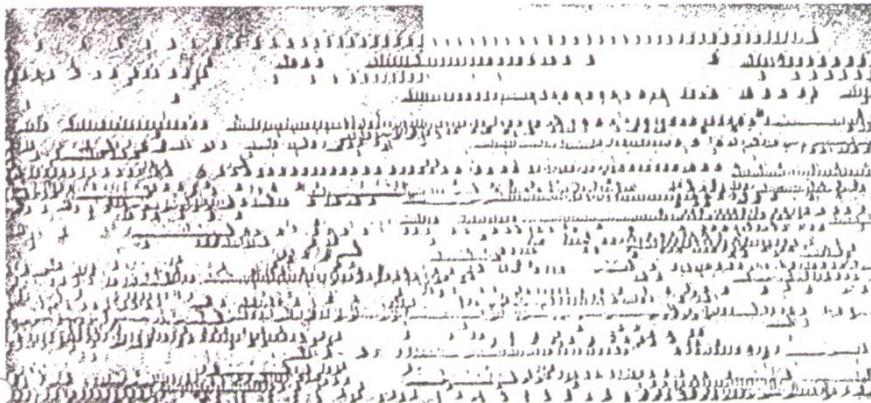


Abbildung 59: $(1\bar{1}\bar{1})$ Oberfläche mit Ätzgrübchen auf verformten Cu-7.5 at.% Al-Kristall. Schnitt senkrecht zur Hauptgleitebene. [J.W.Mitchall]

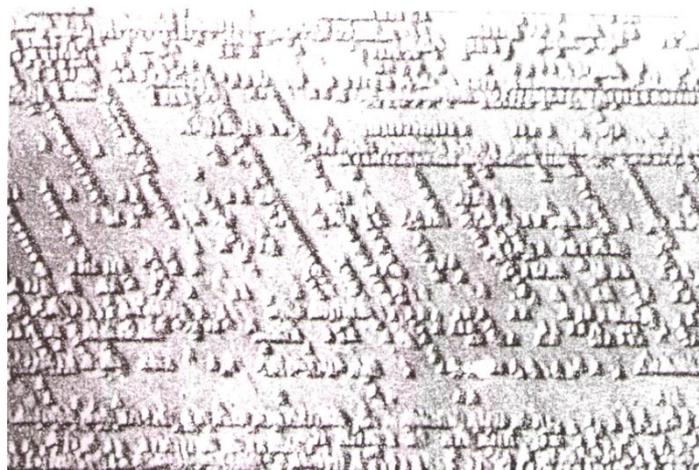


Abbildung 60: $(1\bar{1}\bar{1})$ Oberfläche zeigt die Blockierung von primären Versetzungen durch Aktivierung eines konjugierten Systems. [J.W.Mitchall]

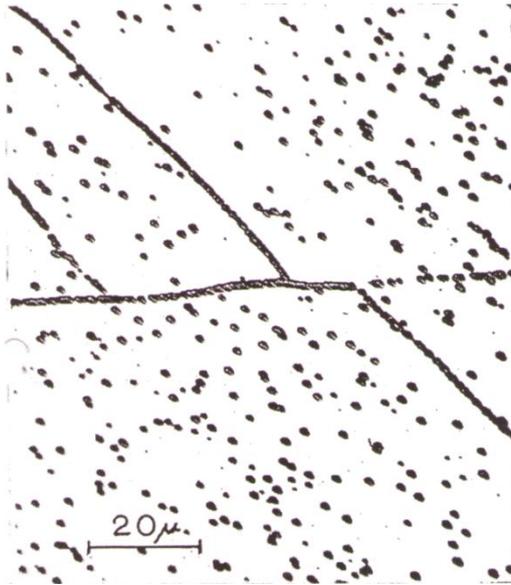


Abbildung 61: Angeätzter Wolfram-Einkristall. Sichtbar sind Einzelversetzungen und Subkorgrenzen.

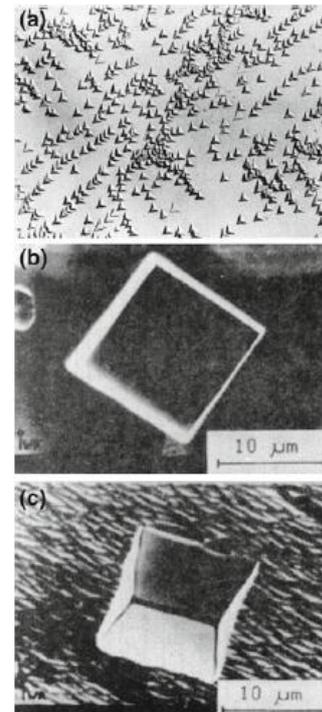


Abbildung 62: Ätzgrübchen auf einer {111}-Oberfläche von biegeverformtem Kupfer (a), auf einer {100}- (b), sowie auf einer {110}-Oberfläche (c), von rekristallisiertem Al-0.5 % Mn [Gottstein]

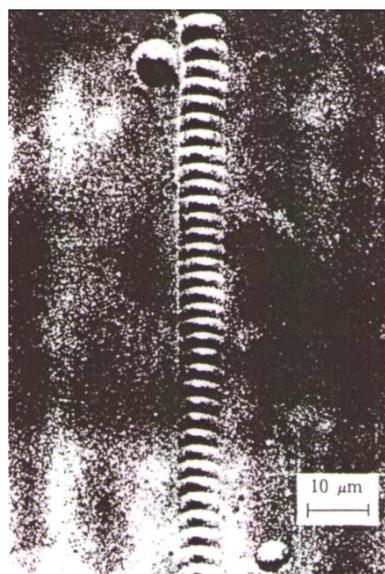


Abbildung 63: Kleinwinkelkorgrenze zwischen zwei Kristallitbereichen im Germanium [F. L. Vogel]

Ausdehnung der Ätzgrübchen: $1 \mu\text{m}$

$$\rho < \frac{1}{10^{-6} \text{ m} \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 10^{12} \text{ m}^{-2}$$

ansonsten kommt es zur Überlappung der Ätzgrübchen!

Pulstechnik zur Messung der Versetzungsgeschwindigkeit (LiF)

Wurde an LiF von Gilman&Johnston (1957) durchgeführt. Nach jedem kurzzeitigem Belastungspuls wird die Oberfläche angeätzt und die von der Versetzung durchlaufene Wegstrecke ausgemessen.

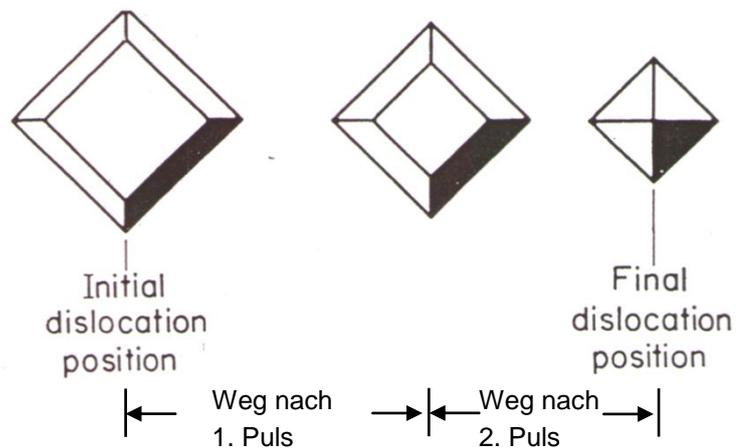


Abbildung 64: Pulstechnik zur Messung der Versetzungsgeschwindigkeit durch Doppel oder Mehrfachgleitung

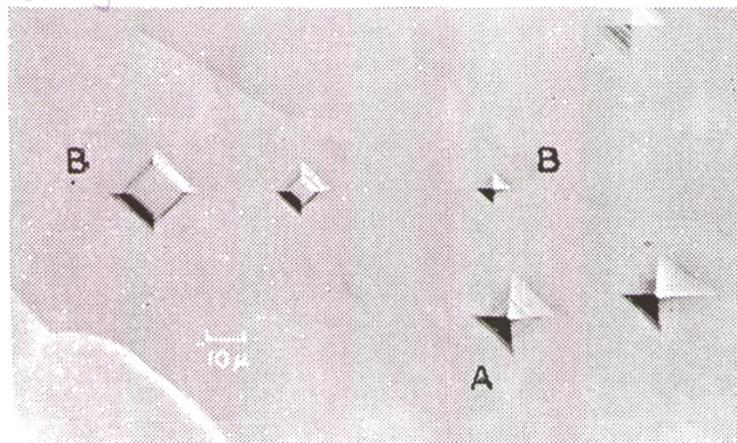


Abbildung 65: Ätzungen an LiF

Ergebnis:

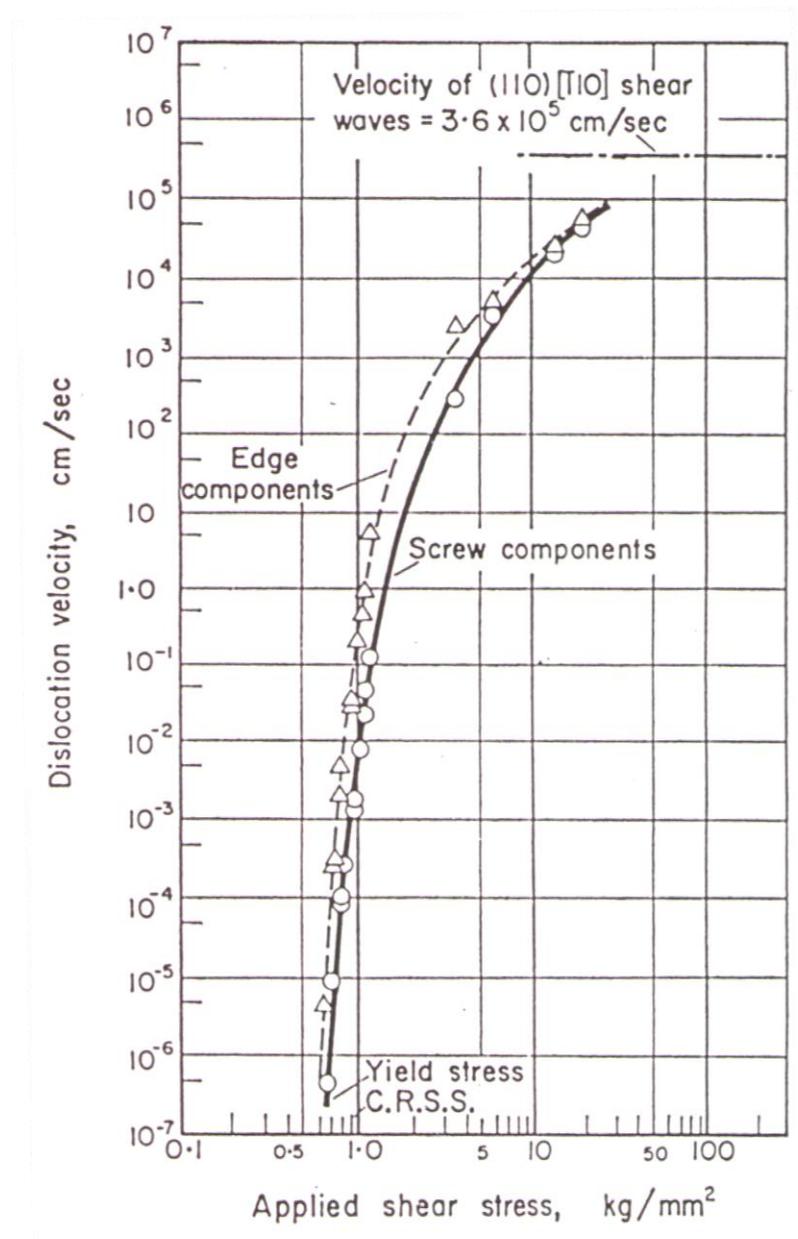


Abbildung 66: Versetzungsgeschwindigkeit im LiF [Gilman & Johnston, 1987]

Für kleine Werte von τ gilt: $v \sim \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^n$

b) Dekoration von Versetzungen:

Prinzip: Geeignete Wärmebehandlung führt dazu, dass Fremdatome an Versetzungen diffundieren.

KCl+AgCl (0,75%): Bei Wärmebehandlung gehen Ag-Atome an die Versetzungen

→ Ag Teilchen visualisieren die Versetzungen

→ Versetzungsnetzwerke werden sichtbar

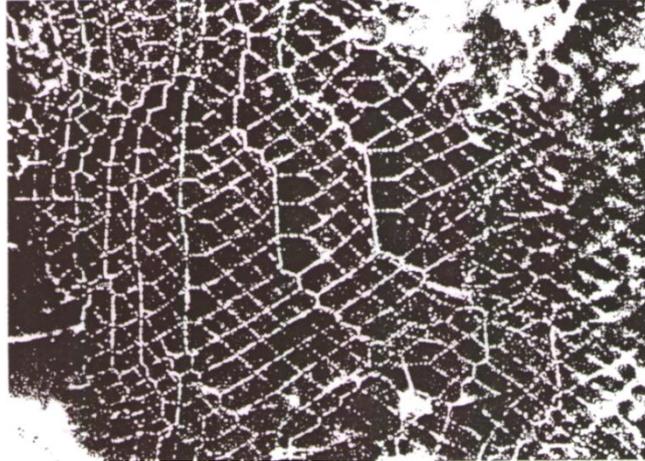


Abbildung 67: Ag-Dekoration in KCl: Versetzungsnetzwerke

- Frank-Read-Quelle im Silizium

Cu ist bei hohen Temperaturen eindiffundiert. Sichtbar sind die Peierlstäler.

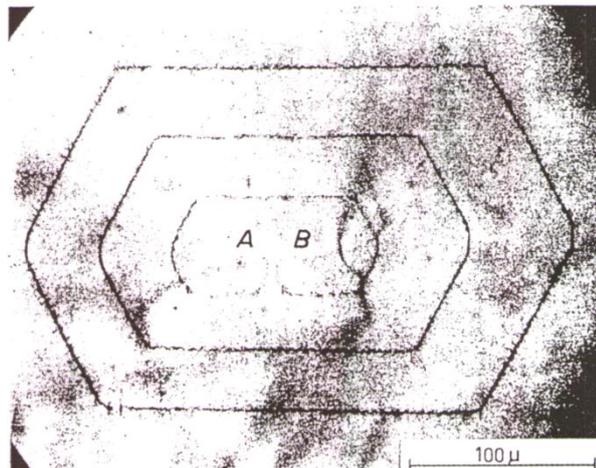


Abbildung 68: Beobachtete Frank-Read-Quelle in Si. Dekoration mit Cu [W.C. Dash]

c) Röntgentopographie

- Geeignet für nahezu perfekte Kristalle.
- Kristall (Einkristall) wird so orientiert, dass er einen starken Bragg-Reflex liefert.
- Versetzungen sind auf einem Röntgenfilm aufgrund der Abweichung von der Bragg-Bedingung als schwarze Linien erkennbar.

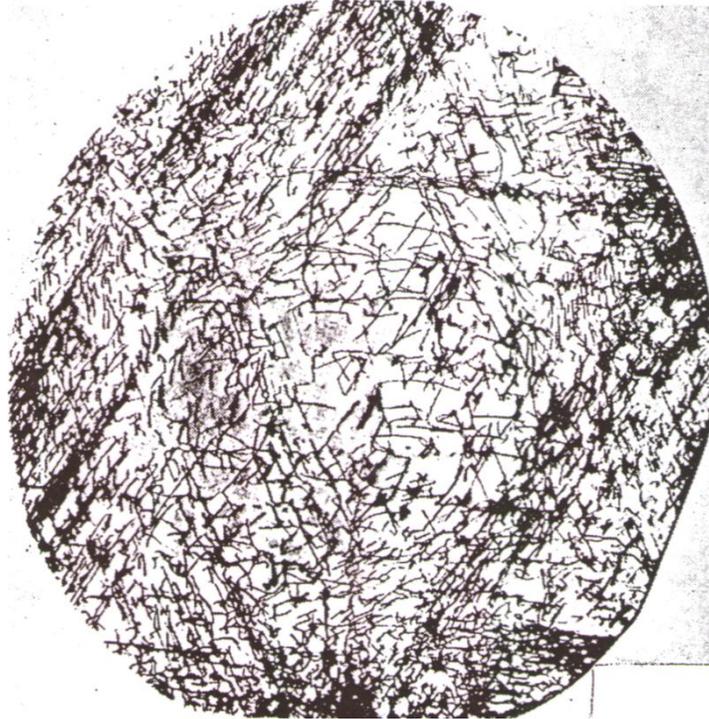


Abbildung 69: Röntgenographische Abbildung von Versetzungen in Si-Einkristall

- Versetzungen im Siliziumkristall liegen auf $\{111\}$ Ebenen in Peierlstälen $\langle 101 \rangle$

d) Transmissionselektronenmikroskopie (TEM)

- TEM ist die wichtigste Untersuchungsmethode!
- Hohe Vergrößerung
- Kontrastexperimente ermöglichen die Bestimmung des Burgersvektors



Abbildung 70: Transmissionselektronenmikroskopische Beobachtung von Versetzungen in verformtem NaCl. Schnitt parallel zur Gleitebene.

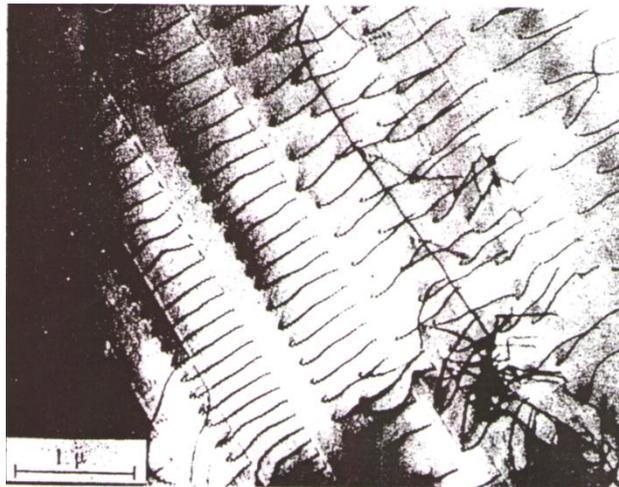


Abbildung 71: Versetzungen in rostfreiem Stahl; Schnitt schräg zur Gleitebene

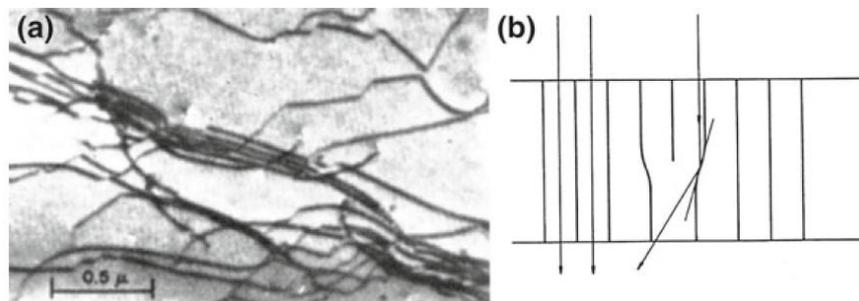


Abbildung 72: Abbildung von Versetzungen mit Amplitudenkontrast im TEM. a) Die schwarzen Linien zeigen die Versetzungslinien in einer verformten Al Probe. b) Prinzip der Kontrastbildung an Versetzungskernen. An der Krümmung der Netzebenen werden Elektronen gebeugt. Dadurch wird ein Teil der Elektronen abgelenkt und steht nicht mehr für die Abbildung zur Verfügung.

4.2.4 Weitere Charakteristiken von Versetzungen

a) Frank's Regel:

(Hinweis: $E \sim G \cdot b^2$; dabei ist E die Versetzungsenergie pro Linienlänge)

- Versetzungsreaktion:

$$\underline{b}_1 + \underline{b}_2 \rightarrow \underline{b}_3$$

Läuft aber nur ab, wenn $\underline{b}_1^2 + \underline{b}_2^2 > \underline{b}_3^2$

Da $\underline{b}_3 = \underline{b}_1 + \underline{b}_2$ sein muss

gilt

$(\underline{b}_1 + \underline{b}_2)^2 - \underline{b}_1^2 - \underline{b}_2^2 < 0$ für eine freiwillige Reaktion

$2\underline{b}_1 \cdot \underline{b}_2 < 0$ heißt Anziehung

$2\underline{b}_1 \cdot \underline{b}_2 > 0$ heißt Abstoßung

Falls die Burgersvektoren zweier Versetzungen unterschiedliche Vorzeichen besitzen, ist auch die Bewegungsrichtung entgegengesetzt. → Anziehung

b) Kräfte auf Versetzungen:

Schubspannung wird senkrecht zur Versetzungslinie orientiert.

$$\tau = \frac{K_a}{L_1 \cdot L_2}$$

$$\rightarrow K_a = \tau \cdot L_1 \cdot L_2$$

mit K_a : Äußere Kraft

- Hat die Versetzung die Strecke L_2 zurückgelegt, ist die obere Kristallhälfte um den Burgersvektor verschoben.
- Notwendige Arbeit: $E = K_a \cdot b = \tau \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot b$
- Da die Versetzung um die Strecke L_2 verschoben wird, kann die geleistete Arbeit durch : $W = K_v \cdot L_2 = \tau \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot b$ bestimmt werden.

K_v ist hierbei die auf die Versetzung wirkende Kraft.

- Da beide Energien identisch sind gilt:

$$K_v = \tau \cdot L_1 \cdot b$$

$$\frac{K_v}{L_1} \text{ (Kraft pro Länge) } = \tau \cdot b$$

Allgemein:

Peach-Köhler-Gleichung:

$$\underline{K} = [\underline{b} \cdot \underline{\sigma} \times \underline{s}]$$

Beliebige Orientierung von Spannungstensor $\underline{\sigma}$, Versetzungslinie \underline{s} und Burgersvektor \underline{b} \rightarrow Damit lassen sich die Kräfte zwischen den Versetzungen berechnen. Die Kraft wirkt senkrecht zur Versetzungslinie.

c) Versetzungsaufstau

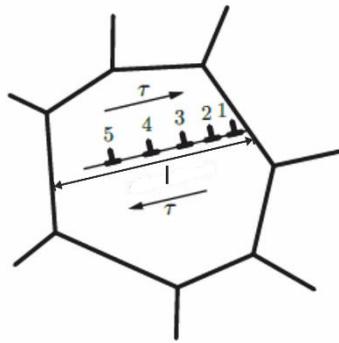


Abbildung 73: Aufstau von Versetzungen an einer Korngrenze

Ergebnis der Berechnung (Eshelby, Frank und Nabarro, 1951):

$$n = \frac{\pi \cdot (1 - \nu) \cdot l \cdot \tau}{G \cdot b}$$

$$\rightarrow \tau = \frac{n \cdot G \cdot b}{\pi \cdot (1 - \nu) \cdot l}$$

τ ist proportional zur Anzahl der Versetzungen pro Länge („Korndurchmesser“).

Weiterhin gilt:

Die Wirkung auf die Korngrenzen (als Hindernis) ergibt sich aus:

$$\begin{aligned} \tau_{\text{eff}} &= n \cdot \tau \text{ mit } n \sim \tau \cdot l \text{ (s. o.)} \\ &= k \cdot \tau^2 \cdot l \end{aligned}$$

Ist zur Überwindung der Korngrenze eine kritische Schubspannung τ_{eff} erforderlich und ist diese konstant, gilt: $\tau \sim l^{-1/2}$

→ Hall-Petch-Beziehung:

$$\tau = \tau_0 + k \cdot d^{-1/2}$$

τ_0 : Kritische Schubspannung im Einkristall

d : Korndurchmesser

k : Hall-Petch-Konstante

Die Hall-Petch-Beziehung beschreibt die Wirkung der Feinkornhärtung.

d) Stapelfehler, Versetzungsaufspaltung:

Betrachtet wird die dichtest gepackte Ebene im kfz Gitter: $\{111\}$ -Ebene

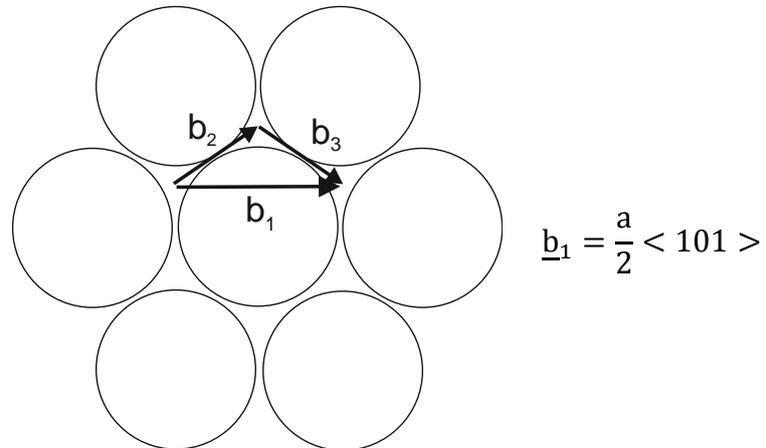


Abbildung 74: Aufspaltung von Versetzungen

Eine vollständige Versetzung mit Burgersvektoren \underline{b}_1 zerfällt in zwei Partialversetzungen mit den Burgersvektoren \underline{b}_2 und \underline{b}_3

→ es entsteht ein Flächendefekt.

$$\underline{b}_1 : \frac{a}{2} [10\bar{1}]$$

$$\underline{b}_1 \rightarrow \underline{b}_2 + \underline{b}_3$$

$$\frac{a}{2} [10\bar{1}] \rightarrow \frac{a}{6} [11\bar{2}] + \frac{a}{6} [2\bar{1}\bar{1}]$$

Was ist energetisch günstiger?

$$\frac{a^2}{4} \cdot 2 > \frac{a^2}{36} \cdot 12$$

$$\frac{a^2}{2} > \frac{a^2}{3}$$

Die Vektoren $\underline{b}_2, \underline{b}_3$ verschieben die Netzebene jeweils auf eine „Lückenposition“. Zwischen der Versetzungslinie entsteht somit ein Stapelfehler.

e) Frank-Read-Quelle

Mechanismus der Erhöhung der Versetzungsdichte

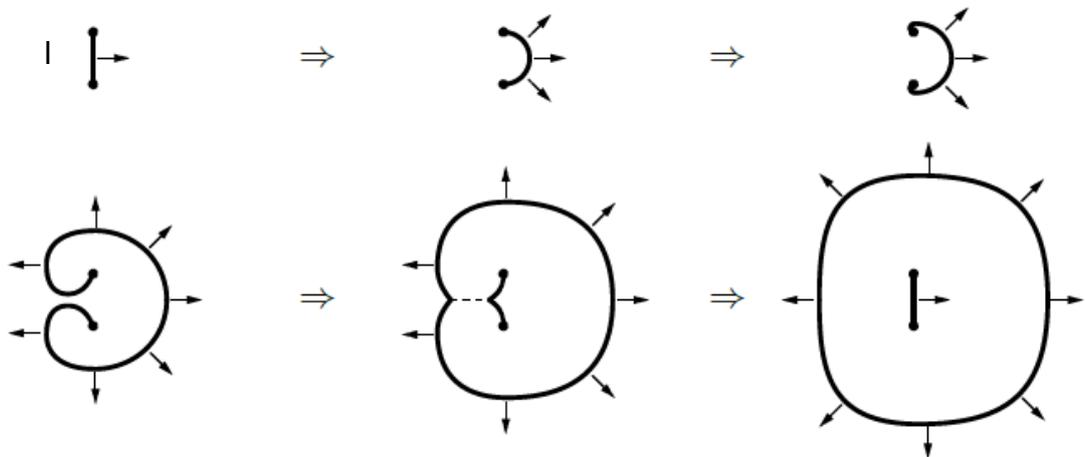


Abbildung 75: Versetzungsbildung durch eine Frank-Read-Quelle

- Versetzung ist an zwei Verankerungspunkten fixiert.
- Bei zunehmender Spannung biegt sich das verankerte Segment immer weiter durch, bis es bei Erreichen einer halbkreisförmigen Geometrie instabil wird.
- Mit weiterer Ausbauchung nähern sich zwei Versetzungsarme, die entgegengesetzte Linienvektoren aufweisen.
- Diese Segmente ziehen sich an. Die Versetzungsarme löschen sich gegenseitig aus.
- Die Spannung, die notwendig ist, um die Frank-Read-Quelle zur Produktion von Versetzungen zu aktivieren (Quellspannung) beträgt:

$$\tau = \frac{G \cdot b}{l}$$

Mit l : Abstand zwischen den Fixpunkten (siehe Abbildung oben)

Es entsteht ein Versetzungsring, der die ursprüngliche Versetzung umschließt, die somit erneut Versetzungen erzeugen kann.

Wichtige Gleichungen:

$E \sim G \cdot b^2$ (Versetzungsenergie pro Längeneinheit)

$K = \tau \cdot b$ (Kraft pro Längeneinheit)

$n \sim L \cdot \tau$ (L = Länge des Kornes)

$\tau_{\text{eff}} = n \cdot \tau \rightarrow \tau = \tau_0 + k \cdot \frac{1}{\sqrt{d}}$ (Hall-Petch)

$\tau_Q = \frac{G \cdot b}{l}$ (Quellspannung)

4.3 Verfestigung/Härtung

4.3.1 Feinkornhärtung

siehe 2.2.4 c)

4.3.2 Kaltverfestigung/Verformungsverfestigung

- Grund für die Verfestigung: Zunahme der Versetzungsdichte

Allgemein: $\tau = \tau_G + \tau^*(\dot{\epsilon}, T)$

Interessant ist hier: τ_G (athermischer Schubfließspannungsanteil)

$\tau^*(\dot{\epsilon}, T)$: thermischer Schubfließspannungsanteil (wichtig für krz-Metalle)

Ursache für τ_G :

- Quellschubspannung $\tau_{FR} = \frac{G \cdot b}{l}$ (speziell Frank-Read)
- Elastische Wechselwirkung zwischen den benachbarten Versetzungen
 $\rightarrow \tau_G = \alpha \cdot G \cdot b \cdot \sqrt{\rho}$

mit $\frac{1}{l} = \sqrt{\rho}$ da $\rho = \frac{1}{l^2}$ (siehe Skizze) und α zur Berücksichtigung der Anordnung der Versetzungen ($0,5 < \alpha \leq 1$)

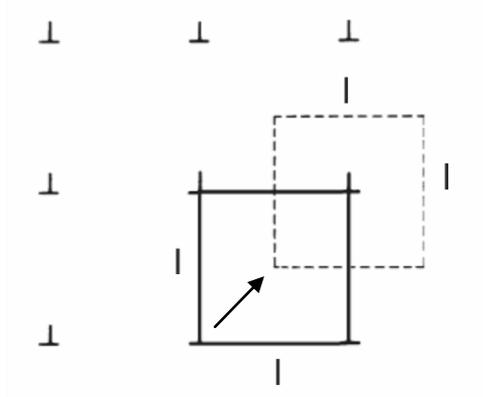


Abbildung 76: Schema zur Abschätzung der Versetzungsdichte

Ursachen für τ^* :

τ^* wird von den thermisch aktivierten Vorgängen bestimmt und ist deshalb stark von Temperatur und Dehngeschwindigkeit abhängig.

4.3.3 Mischkristallhärtung

Ursachen:

a) Größeneffekt (parelastische Wechselwirkung):

Fremdatom besitzt andere Größe als Basisatom

→Hinderniswirkung für bewegte Versetzung, insbesondere für Stufenversetzungen

b) Die elastische Wechselwirkung

Fremdatom ändert Bindungsverhältnisse

→Änderung von G

Grundsätzlich sind beide Effekte gemeinsam beteiligt. Ergebnis von Berechnung/
Simulation: $\Delta\tau \sim \sqrt{c_{FA}}$

c_{FA} : Fremdatomkonzentration

4.3.4 Teilchenhärtung

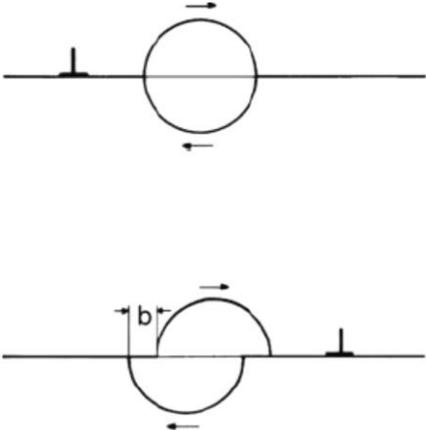
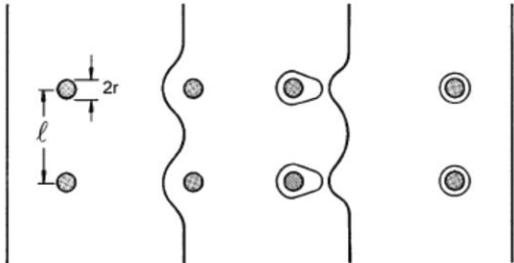
Resultiert aus der Wechselwirkung der Versetzungen mit Teilchen

→ Ausscheidungen (z.B. Al-Legierung)

→ Dispersoide (Y_2O_3)

Wichtig ist die Unterscheidung:

Tabelle 11 Unterscheidung in der Teilchenhärtung

Weiche Teilchen	Harte Teilchen
<ul style="list-style-type: none"> • Kohärente Teilchen mit geringer Kohärenzspannung • werden geschnitten! 	<ul style="list-style-type: none"> • Kohärente Teilchen mit großem Spannungsfeld • Semikohärente Teilchen • Inkohärente Teilchen werden umgangen (Orowan-Mechanismus)
 <p>Das Diagramm zeigt zwei Szenarien der Wechselwirkung zwischen einer Versetzung (vertikale Linie) und einem runden Teilchen (Kreis). Im oberen Bild schneidet die Versetzung das Teilchen, was durch Pfeile angedeutet wird. Im unteren Bild wird die Versetzung durch das Teilchen herumgeführt, wobei die Versetzungslinie an beiden Enden des Teilchens abbiegt. Die Versetzungslängenausdehnung ist mit 'b' beschriftet.</p>	 <p>Das Diagramm zeigt vier Stadien des Orowan-Mechanismus. Von links nach rechts: 1. Eine Versetzung (vertikale Linie) nähert sich einem runden Teilchen (Kreis) an. Die Versetzungslängenausdehnung ist mit 'l' und die Teilchenhöhe mit '2r' beschriftet. 2. Die Versetzung beginnt, sich über das Teilchen zu heben. 3. Die Versetzung ist vollständig über das Teilchen hinweg und verläuft nun parallel dazu. 4. Die Versetzung ist weiter entfernt, und das Teilchen bleibt zurück.</p>
<p>Abbildung 77: Schneidet eine Versetzung ein Teilchen, so schert dieses ab. [P. Haasen]</p>	<p>Abbildung 78: Verschiedene Stadien des Orowan-Mechanismus [Gottstein]</p>
<p>→ Zusätzliche Phasengrenze</p>	$\Delta\tau \sim f^{1/2} \cdot R^{-1}$
<p>Energieaufwand erfordert $\Delta\tau$</p>	
$\Delta\tau \sim f^{1/2} \cdot R^{1/2}$	
<p>f: Volumenanteil R: Teilchenradius</p>	

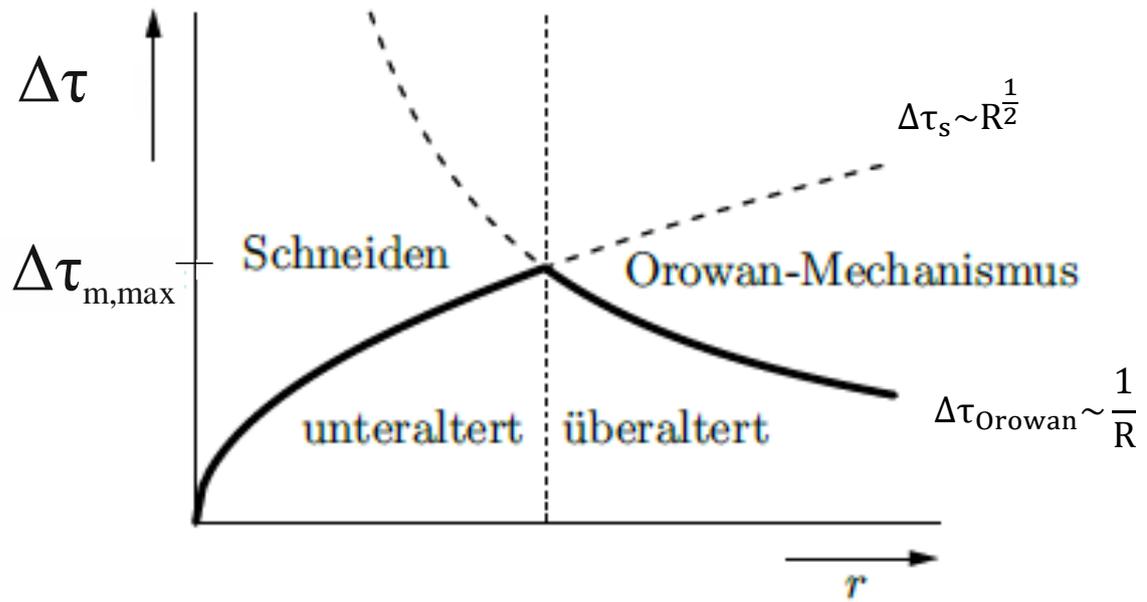


Abbildung 79: Abhängigkeit der Stärke der Ausscheidungshärtung vom Radius der ausgeschiedenen Teilchen [Rösler]

5 Verformungsmechanismenkarte

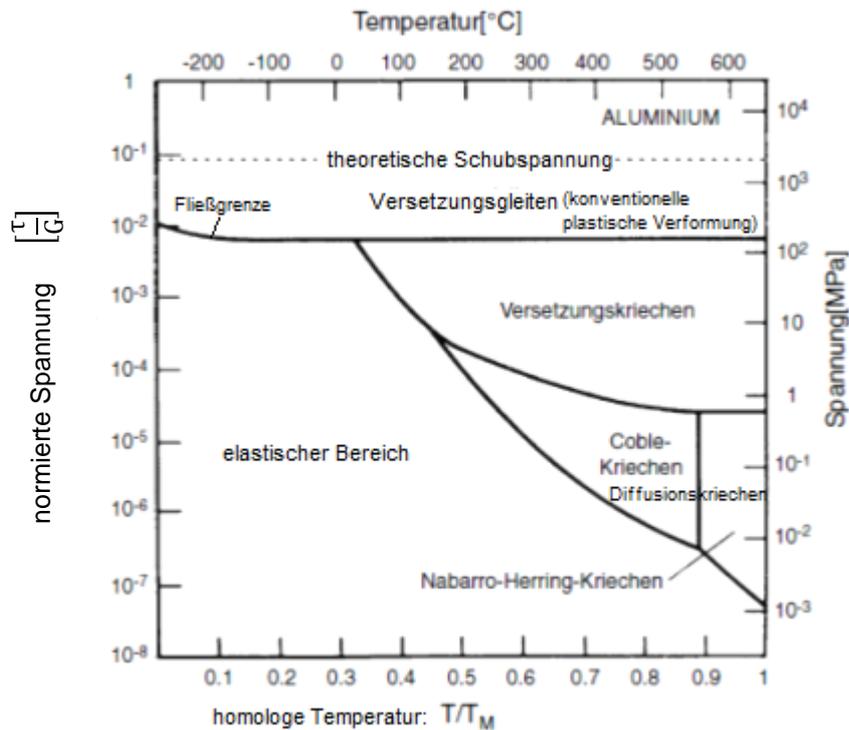


Abbildung 80: Verformungsmechanismenkarte

- Die Verformungsmechanismenkarte bietet die Möglichkeit für verschiedene Materialien, in Abhängigkeit einer anliegenden Spannung und Temperatur, den vorherrschenden Verformungsmechanismus abzulesen.
- In Abbildung 73 (beispielhaft für Aluminium) sind neben den werkstoffspezifischen thermischen und mechanischen Belastungen auch die Temperatur und die anliegende Spannung, normiert auf die relevanten Werkstoffparameter Schmelztemperatur und Schubmodul aufgetragen. ($G_{Al}=25,5 \text{ GPa}$; $T_{M, Al}=660^\circ\text{C}$)
- Durch die Normierung ist es möglich, Karten verschiedener Materialien miteinander zu vergleichen.
- Mit Hilfe des Norton'schen Kriechgesetzes, welches die minimale Kriechgeschwindigkeit als Potenzfunktion der Spannung aufträgt, kann die Kriechdehnung beschrieben werden.

$$\dot{\epsilon}_{\min} = K \cdot \sigma^n \text{ (Norton'sches Kriechgesetz)}$$

- Bei niedrigen anliegenden Spannungen und niedrigen Temperaturen verformt sich der Werkstoff rein elastisch.
- Bei höheren Temperaturen beginnt das Diffusionskriechen, das aufgrund seines niedrigen Spannungsexponenten ($n=1$) bei geringen Belastungen stärker als das Versetzungskriechen ausgebildet ist.

- Das Diffusionskriechen kann in zwei Teilabschnitte untergliedert werden:
 - Beim Coble-Kriechen erfolgt die Diffusion der Atome und Ionen entlang der Korngrenzen.
 - Die Diffusion der Atome und Ionen durch das Volumen der Kristalle wird als Nabarro-Herring-Kriechen bezeichnet.
- Wird die anliegende Spannung erhöht, so nimmt das Versetzungskriechen bedingt durch den höheren Spannungsexponent ($n=4\dots7$) an Bedeutung zu.
- Bei noch höheren Spannungen beginnt ab Erreichen der Fließgrenze die konventionelle plastische Verformung (Versetzungsgleiten).
- Ab einer Spannung $\tau \approx \frac{1}{10} \cdot G$ ist die theoretische Schubspannung (theoretische Festigkeit) des Materials erreicht.

6 Zusatzkapitel: Kinken und Sprünge

Bisher wurden die Versetzungen als glatte Linien bezeichnet. In der Realität liegen aber Knicke in der Versetzungslinie vor. Kinken und Sprünge sind kurze Versetzungsstücke (-segmente, die parallele, gegeneinander um einen kleinen Abstand verschobene Versetzungslinien verbinden.)

Unterschied zwischen Kinken und Sprung:

Kinke (engl. Kink) liegt in der Gleitebene.

Sprung (engl. Jog) liegt senkrecht zur Gleitebene.

Kinken:

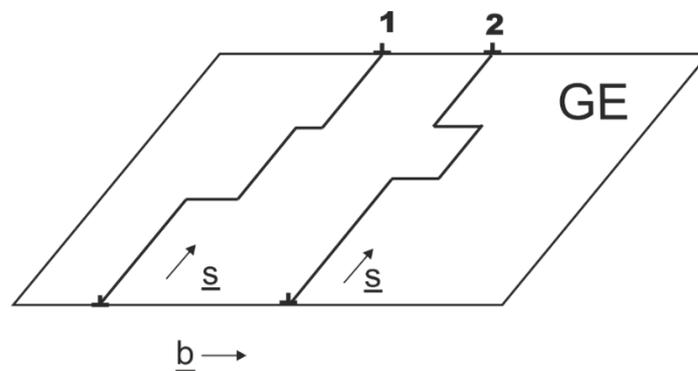


Abbildung 81: Stufenversetzung mit Schraubenanteil (1); Stufenversetzung mit Kinkenpaar (2); GE bezeichnet die Gleitebene

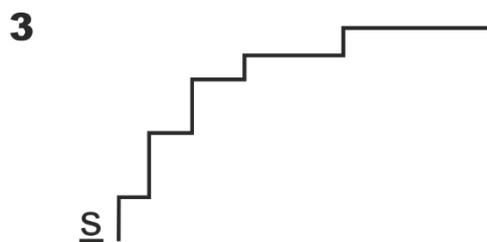


Abbildung 82: Kinken längs gekrümmter Versetzungen (3)

- 1) Stufenversetzung mit Schraubenanteilen
- 2) Stufenversetzung mit Kinkenpaar (+,-). Diese Kinken haben Schraubencharakter, da $\underline{b} \parallel \underline{s}$ ist.
- 3) Kinken längs gekrümmter Versetzungen. Normalerweise sind sich bewegende Versetzungen gekrümmt. Diese Krümmung kommt zustande durch die Aneinanderreihung von geraden Versetzungsstücken und einer Vielzahl entsprechender Kinken. Die geraden Versetzungsstücke liegen in den Potentialmulden des Kristallgitters längs niedrig indizierter Richtungen ($\langle 111 \rangle$ in krz. und

$\langle 110 \rangle$ in kfz Kristallen (Schraubenrichtungen)). Hierbei handelt es sich um die Täler des Peierls-Potentials U_p .

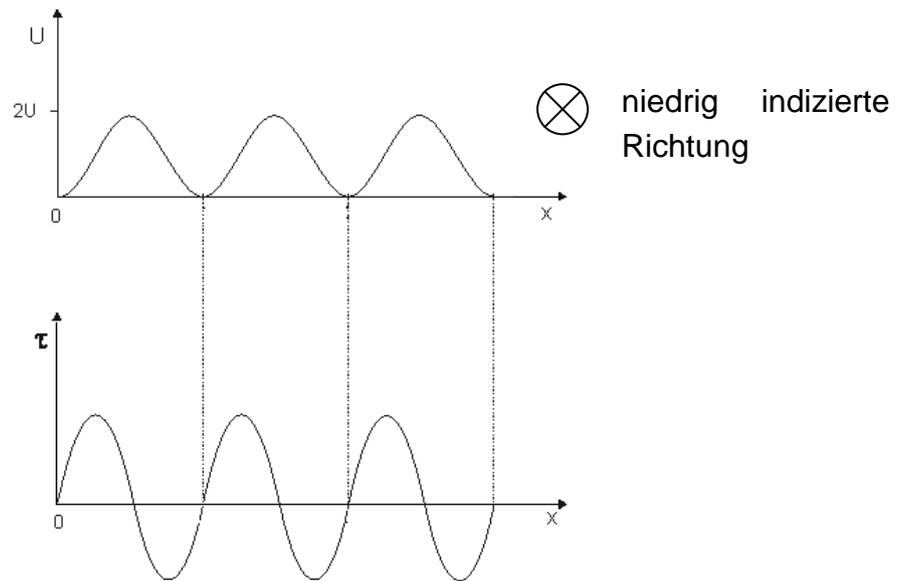


Abbildung 83: Peierls-Potential (oben) und Peierls-Spannung (unten)

Das Peierls-Potential kann hohe Werte annehmen, was zu großen Schubspannungen führt.

z.B. in:

- - krz-Metallen: α -Fe, Mo
- - kovalente Elemente: C, Si, Ge
- - Keramiken mit kovalenten Bindungen

Die Peierls-Spannung ist die Ursache für hohe Fließspannungen (nicht bei kubisch flächenzentrierten und hexagonal dichtest gepackten Metallen) bei tiefen Temperaturen.

Bei höheren Temperaturen hilft die thermische Aktivierung der Versetzungsbewegung.

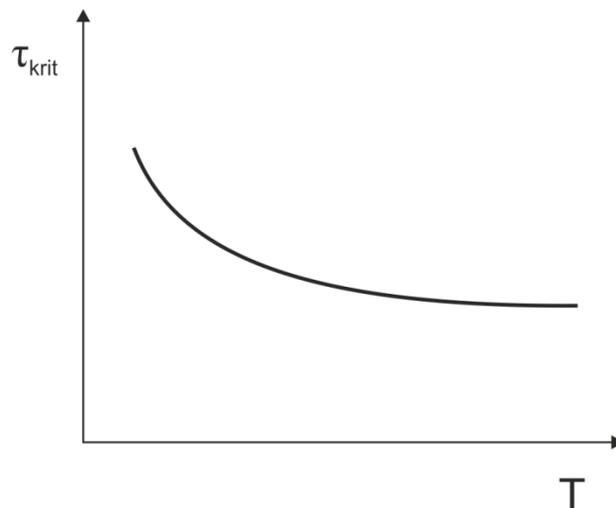


Abbildung 84: Die thermische Aktivierung erleichtert die Versetzungsbewegung. Die kritische Schubspannung sinkt mit zunehmender Temperatur

Elementarprozess: Thermisch aktivierte Bildung von Kinkenpaaren, die seitlich weglaufen. Die typische Dimension der Kinken liegt im Bereich einiger Atomabstände.

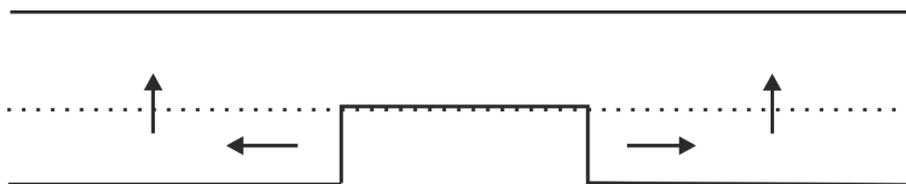


Abbildung 85: Thermisch aktivierte Bildung von Kinkenpaaren

Insgesamt: Kinken sind gleitfähig und stehen im engen Zusammenhang mit der Ausbreitung bewegter Versetzungen.

Sprünge:

Versetzungssprünge behindern in der Regel die Versetzungsbewegung, da sie meist nicht gleitfähig sind.

Beispiele:

- 1) Sprünge in Stufenversetzungen

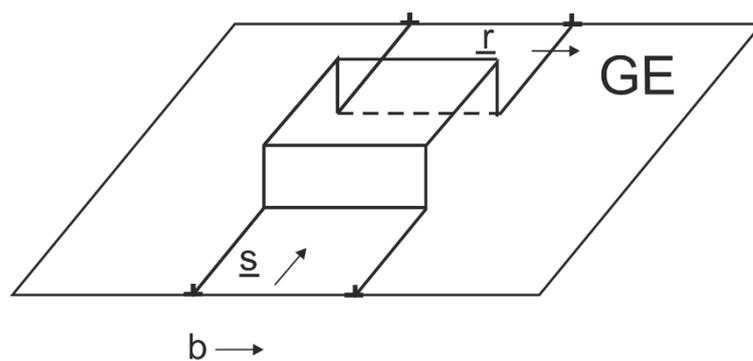


Abbildung 86: Sprünge in einer Stufenversetzung

- In diesem Fall haben die Sprünge Stufencharakter und sind gleitfähig!
- 2) Sprünge in Schraubenversetzungen

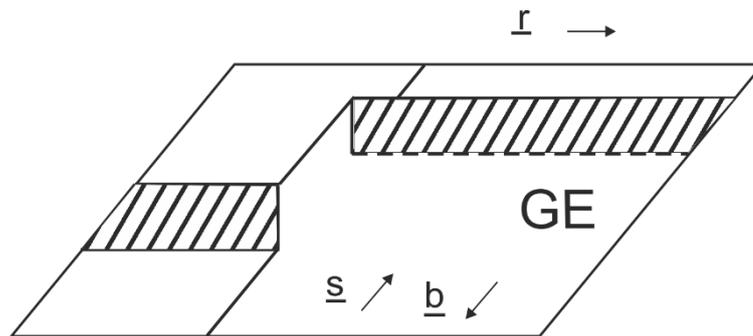


Abbildung 87: Sprünge in Schraubenversetzungen

- Die Sprünge haben ebenfalls Stufencharakter. Bei Bewegung der Schraube in Richtung \underline{r} würden sich die Sprünge senkrecht zu ihrer Gleitebene, die senkrecht auf der Gleitebene der Schraubenversetzung steht, bewegen.
- Es würde gelten: $dV = \underline{b}(\underline{ds} \times \underline{dr}) \neq 0$
- Sprünge bewegen sich senkrecht zur Gleitebene \rightarrow nicht konservative Bewegung

Sprung 1 (Zwischengittertyp): Muss Atome „abbauen“ durch Bildung von Zwischengitteratomen.

Sprung 2 (Leerstellentyp): Muss Atome anbauen bzw. hinterlässt Leerstellen.

- 3) Klettern von Stufenversetzungen:

- Nicht konservative Versetzungsbewegung aus der Gleitebene heraus, z.B. durch Anlagern von Leerstellen an Versetzungssprüngen (bei hohen Temperaturen)

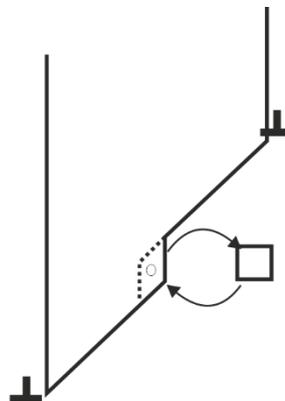


Abbildung 88: Anlagern von Leerstellen an Versetzungssprüngen (Klettern)

Entstehung von Versetzungskinken und –Sprüngen

- a) Versetzungskinken und –sprünge können durch thermische Aktivierung (und Diffusionsprozesse) gebildet werden. Bei der plastischen Verformung können Kinken und Sprünge durch
- b) Schneiden von Versetzungen gebildet werden. In der Regel liegen immer Versetzungen verschiedener Gleitsysteme vor (unterschiedliche Burgersvektoren und andere Gleitebenen), die sich bei der Bewegung schneiden.

Beispiele:

- 1) Schneiden von Stufenversetzungen mit senkrechten Burgersvektoren
→ Sprung hat Stufencharakter und ist gleitfähig

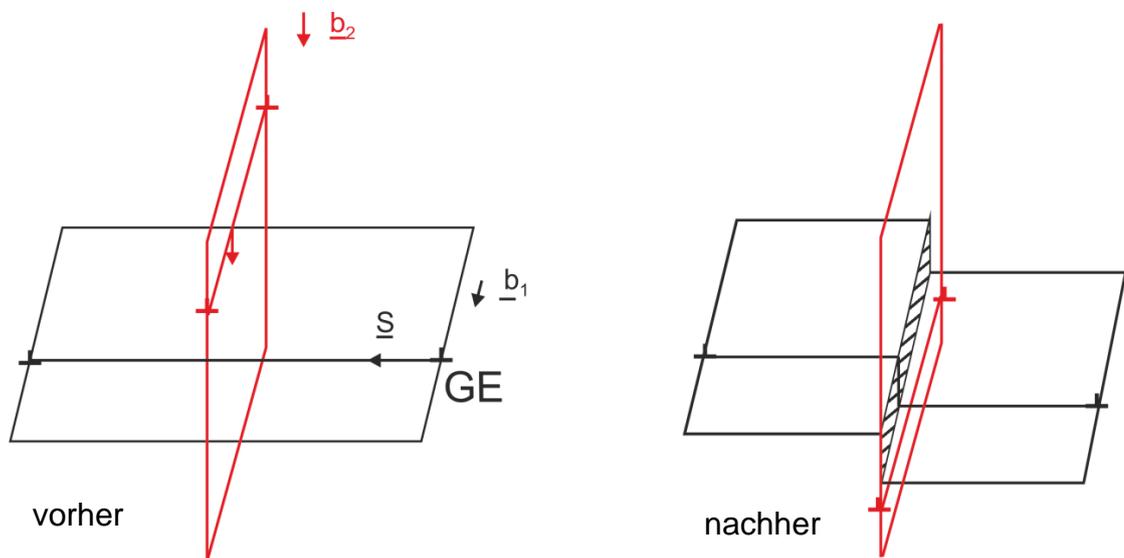


Abbildung 89: Schneiden von Stufenversetzungen mit senkrechten Burgersvektoren

Sprung hat Stufencharakter und ist gleitfähig!

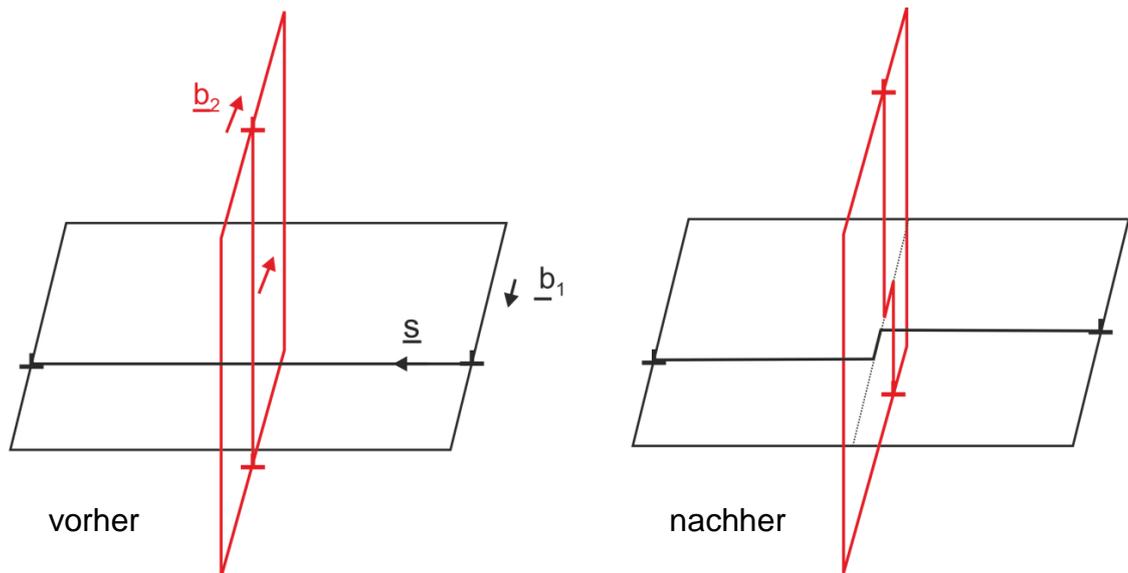


Abbildung 90: Schneiden von Stufenversetzungen mit zwei zueinander parallelen Burgersvektoren.

Bildung von Schraubenkinken, die gleitfähig sind!

2) Schneiden einer Stufen- mit einer Schraubenversetzung

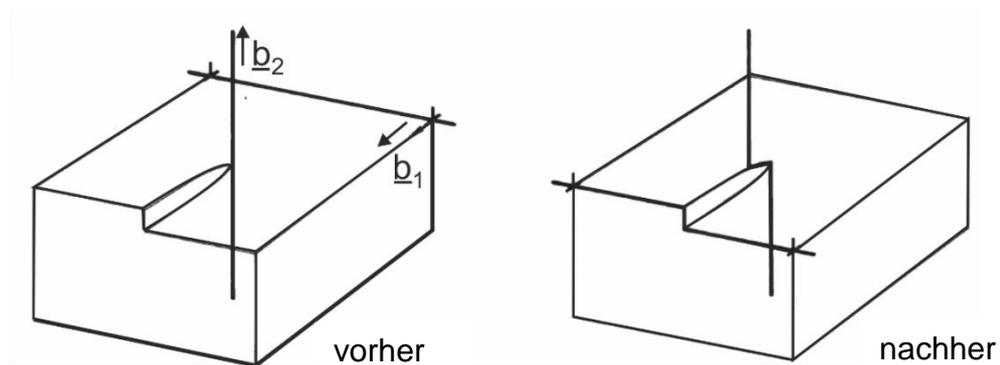


Abbildung 91: Schneiden einer Stufenversetzung mit einer Schraubenversetzung

→ Stufenversetzung enthält Stufensprung

→ Schraubenversetzung erhält Stufensprung, der längs Versetzung gleitfähig ist.

- Liegen Sprung und Schraubenversetzung in der Gleitebene, handelt es sich um eine Kinke.

3) Zwei Schraubenversetzungen mit senkrechtem Burgersvektor

→ Beide Schraubenversetzungen enthalten Stufensprünge, die in der ursprünglichen Gleitrichtung nicht gleitfähig sind. (aber gleitfähig längs Versetzung!)

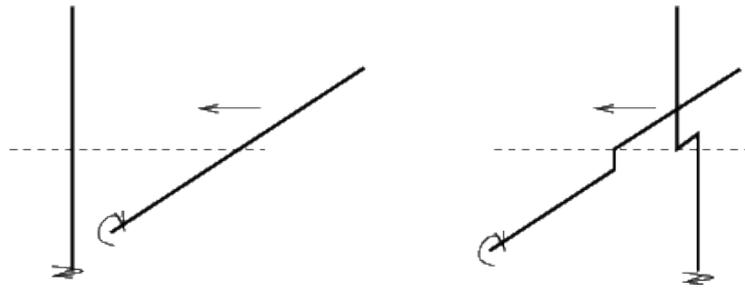


Abbildung 92: Schneiden zweier Schraubenversetzungen hinterlässt auf beiden Versetzungen einen Stufensprung [Uni Augsburg]

Wichtige Folgerung: Durch Schneidvorgänge können sich an den Schraubenversetzungen Sprünge bilden, die z.T. nicht gleitfähig sind und die Versetzungsbewegung behindern. Die Sprünge können vom Leerstellen- und vom Zwischengittertyp sein.

Entgegengesetzte Sprünge können konservativ längs der Versetzungslinie zusammengleiten und sich annihilieren. Es bleiben die überschüssigen Sprünge desselben Vorzeichens.