



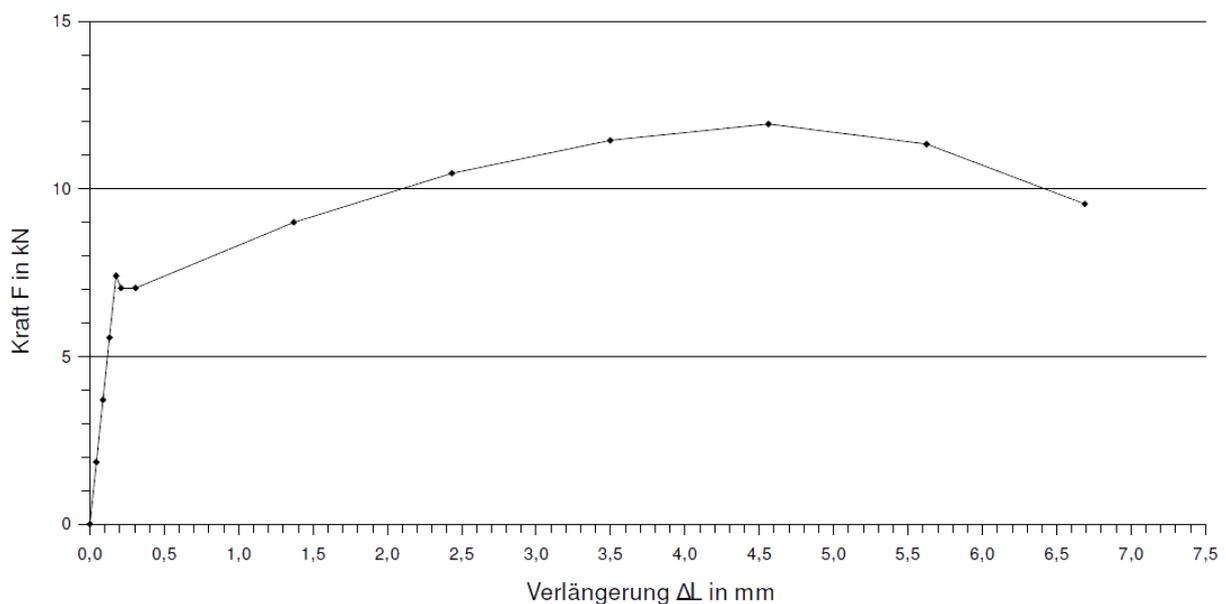
## Übungen zur Vorlesung

### „Verformungsverhalten technischer Werkstoffe“

#### Aufgabe 1:

Dargestellt ist ein Kraft-Verlängerungs-Diagramm einer Zugprobe mit  $l_0 = 60$  mm und  $d = 4$  mm.

- a) Ermitteln Sie die Zugfestigkeit, die Streckgrenze, den Elastizitätsmodul und die Bruchdehnung.



*Kraft-Verlängerungs-Diagramm*

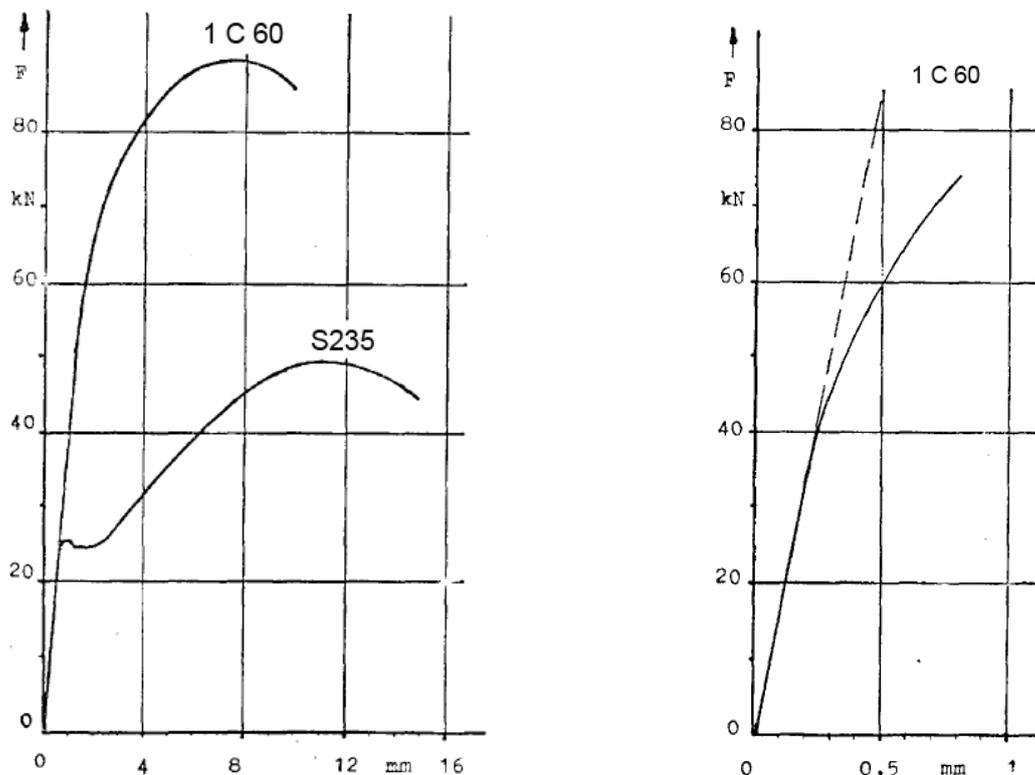
- b) Welchen Vorteil hat die Darstellung in einem Spannungs-Dehnungs-Diagramm gegenüber dem Kraft-Verlängerungs-Diagramm?

## Aufgabe 2:

a) Mit Hilfe eines Zugversuchs wurde von dem Werkstoff S235 ein Kraft-Verlängerungs-Diagramm aufgezeichnet (siehe unten). Dazu wurde ein kurzer Proportionalstab (Rundprobe) mit  $l_0 = 60$  mm als genormte Messlänge verwendet. Das aus diesem Werkstoff gefertigte Bauteil hat eine Zugspannung von  $\sigma_z = 128$  N/mm<sup>2</sup> aufzunehmen.

Ermitteln Sie folgende Werkstoffkennwerte:

- Die Sicherheit gegen bleibende Verformung
- Die Sicherheit gegen Bruch
- Die Messlänge  $l_u$  nach dem Bruch und die Bruchdehnung  $A_5$



*Kraft-Verlängerungs-Diagramm*

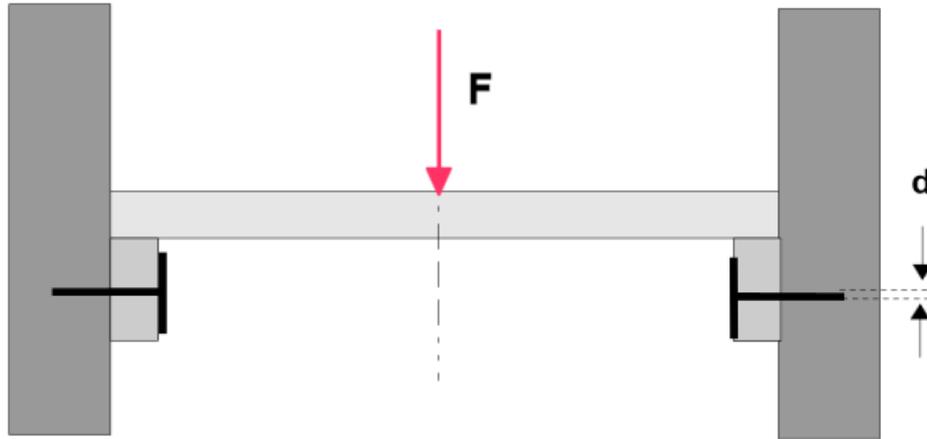
b) Nach einem standardisierten Zugversuch wurde vom Werkstoff 1 C 60 das in Aufgabenteil a) dargestellte Kraft-Verlängerungs-Diagramm aufgezeichnet. Bei dem dabei verwendeten kurzen Proportionalstab (Rundprobe) betrug die Messlänge  $l_0 = 60$  mm.

Ermitteln Sie folgende Werkstoffkennwerte:

- Die 0,2 %-Dehngrenze  $R_{p0,2}$
- Die Zugfestigkeit  $R_m$
- Die Brucheinschnürung  $Z$  bei 9,5 mm Probendurchmesser an der Bruchstelle

### Aufgabe 3:

Ein Regalbrett, das auf zwei Leisten aufliegt, ist mit einer Kraft  $F = 1250 \text{ N}$  symmetrisch belastet. Wird eine zulässige Schubspannung  $\tau_{\text{zul, Nagel}} = 150 \text{ N/mm}^2$  überschritten, wenn jede Leiste mit zwei Nägeln (Durchmesser  $d = 2 \text{ mm}$ ) befestigt ist? Reibung kann vernachlässigt werden.



*Schematische Darstellung des belasteten Aufbaus*

### Aufgabe 4:

Eine Al-Legierung hat die Dehngrenze  $R_{p0,2} = 300 \text{ MPa}$ , den Elastizitätsmodul  $E = 72 \text{ GPa}$  und die (elastische) Querkontraktionszahl  $\nu = 0,34$ . Wie groß ist

- der elastische Verformungsgrad,
- der Gesamtverformungsgrad bei einachsiger Zugbeanspruchung mit  $\sigma = R_{p0,2}$  parallel und senkrecht zu dieser Beanspruchungsrichtung bei Isotropie des Werkstoffs?

### Aufgabe 5:

Für einen Stahl mit der Dehngrenze  $R_{p0,2} = 300 \text{ MPa}$  betrage die Querkontraktionszahl  $\nu = 0,33$ . Wie groß ist die Volumenänderung einer Probe unter einer Zugspannung von  $\sigma = 0,8 R_{p0,2}$ ? Der Elastizitätsmodul des Werkstoffs beträgt  $E = 215 \text{ GPa}$ .

### Aufgabe 6:

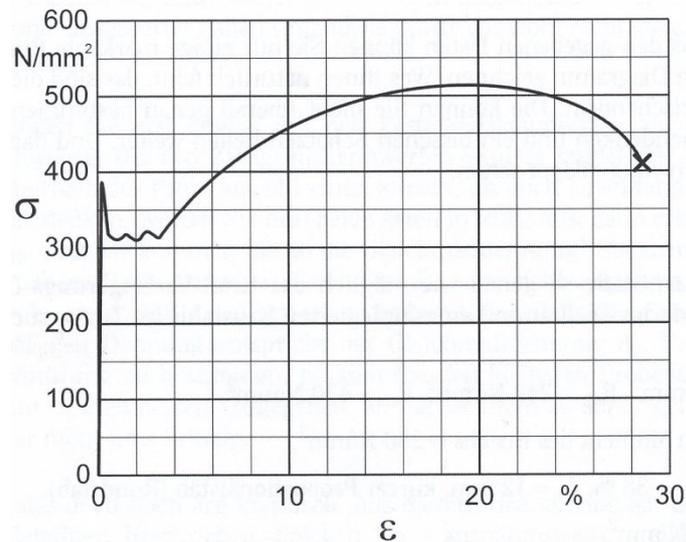
Skizzieren Sie ein typisches qualitativ korrektes Spannungs-Dehnungs-Diagramm für einen Zugversuch mit kurzem Proportionalstab an einem üblichen unlegierten Baustahl. Es ist nur das Diagramm verlangt, nicht das Eintragen der Werkstoffkennwerte.

Skizzieren Sie in einer anderen Farbe in dasselbe Diagramm zum Vergleich denjenigen Spannung-Dehnungs-Verlauf ein, der sich ergibt, wenn statt des kurzen ein langer Proportionalstab verwendet wird.

Begründen Sie Ihre Antwort logisch (nicht mit einer Gleichung!)

### Aufgabe 7:

Ein Werkstoffprüfer hat an einer Zugprobe aus einem unlegierten Baustahl mit  $d_0 = 12 \text{ mm}$  Anfangsdurchmesser einen Zugversuch durchgeführt und das nachfolgend abgebildete Spannungs-Dehnungs-Diagramm ermittelt. Die Dehnung der Probe ist auf einen kurzen Proportionalstab bezogen.



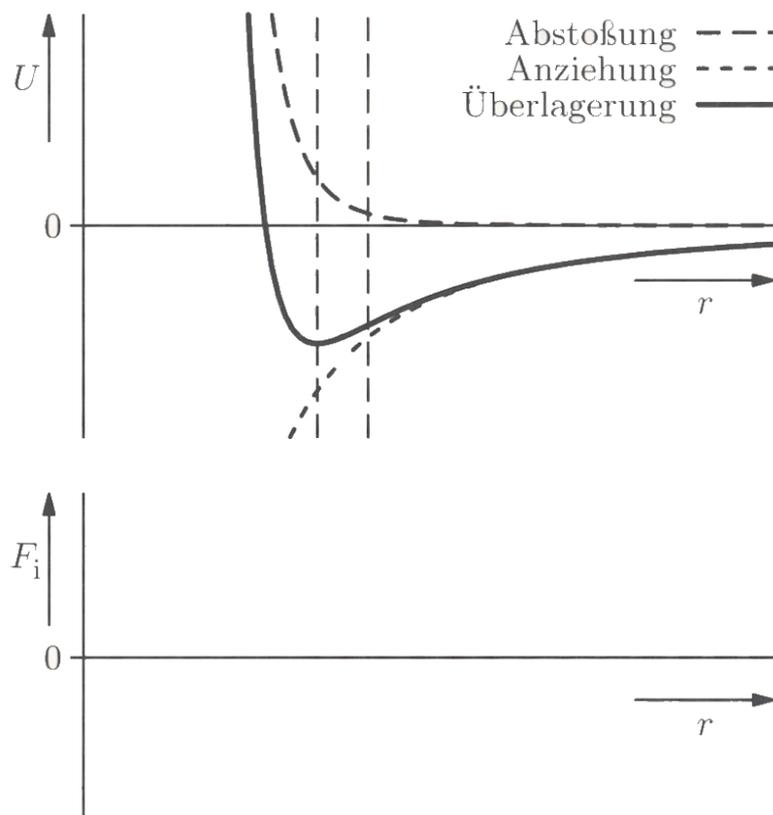
Spannungs-Dehnungs-Diagramm

- Ein neuer Zugstab aus diesem Werkstoff wird mit einer Zugkraft von  $F_z = 40 \text{ kN}$  belastet und dann wieder völlig entlastet. Welche bleibende Dehnung (nicht Verlängerung) weist der Stab nach der Entlastung auf?
- Bei welcher Kraft beginnt die plastische Verformung, wenn eine neue Probe aus diesem Werkstoff langsam im Zugversuch gedehnt wird?
- Welche maximale Zugkraft tritt bei einer neuen Probe aus diesem Werkstoff auf, wenn die Probe an ihrer ursprünglichen Messlänge (kurzer Proportionalstab) durch die Prüfmaschine auf 69 mm Länge verlängert wird?

### Aufgabe 8:

Gegeben ist eine schematische Darstellung der Wechselwirkung zwischen zwei Atomen.

- Erstellen Sie mit Hilfe der Potentialkurve  $U(r)$  den resultierenden Verlauf für die innere Wechselwirkungskraft  $F_i = -dU/dr$ .
- Kennzeichnen Sie die charakteristischen Extremwerte beider Kurven und verdeutlichen Sie den Effekt einer äußeren Krafteinwirkung auf diese Kennwerte.
- Wie kann nun mit Hilfe der vorhandenen Verläufe der Elastizitätsmodul bestimmt werden?



Wechselwirkung zwischen zwei Atomen (Potential  $U$ ,  
innere Wechselwirkungskraft  $F_i$ )

### Aufgabe 9:

Leiten Sie den Ausdruck für die Bindungsenergie  $U_{\text{ges}}$  eines Ionenkristalls unter Verwendung eines abstoßenden Potentials nach Born-Mayer ab.

Berechnen Sie für KBr ( $U_{\text{ges}} = 6,8 \text{ eV}$ ,  $r_0 = 0,33 \text{ nm}$ ) die Konstanten  $A$  und  $\rho$ .

### Aufgabe 10:

Für Kochsalz (NaCl) werden näherungsweise folgende Funktionen für die Wechselwirkungspotentiale zwischen zwei Atomen angenommen:

$$U_A = -\frac{1,436}{r} \text{ eV nm} \quad , \quad U_R = \frac{5,86 \cdot 10^{-6}}{r^9} \text{ eV nm}^9$$

- a) Welcher stabile Atomabstand  $r_0$  ergibt sich?
- b) Wie groß ist die Bindungsenergie  $U_B$ , die sich aus diesem Gesetz ergibt?
- c) Vergleichen Sie den berechneten Atomabstand mit dem Abstand, der sich für einen NaCl-Kristall der Dichte  $\rho = 2,165 \text{ g/cm}^3$  ergibt. Die Atommasse von Natrium beträgt  $23 \text{ g/mol}$ , die von Chlor  $35,4 \text{ g/mol}$ . Die Avogadro-Konstante (Zahl der Moleküle in einem Mol) ist  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .
- d) Die elastischen Konstanten von NaCl sind  $C_{11} = 48,7 \text{ GPa}$ ,  $C_{12} = 12,6 \text{ GPa}$  und  $C_{44} = 12,75 \text{ GPa}$ . Berechnen Sie daraus  $E_{<100>}$ .

### Aufgabe 11:

Der Kompressionsmodul  $K$  gibt an, welcher Druck  $\Delta p$  notwendig ist, um eine Volumenänderung  $\Delta V/V_0$  zu bewirken:

$$\Delta p = -K \cdot \frac{\Delta V}{V_0}$$

- a) Stellen Sie für ein isotropes, elastisches Material den Zusammenhang zwischen  $K$  und den elastischen Konstanten  $E$ ,  $G$  und  $\nu$  her. Gehen Sie dabei von kleinen Deformationen aus.
- b) Wie groß ist der Kompressionsmodul eines Materials bei den Querkontraktionszahlen  $\nu_1 = 0$ ,  $\nu_2 = 1/3$ ,  $\nu_3 = 0,5$ ? Wie ändert sich das Volumen eines Zugstabs in Abhängigkeit von der einachsigen Spannung  $\sigma$  für die drei Fälle?
- c) Es gibt seltene Materialien mit einer negativen Querkontraktionszahl. Welche Querdehnung bewirkt dann eine positive Normaldehnung?

### Aufgabe 12:

In einem dünnen Aluminiumblech ( $E = 0,7 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,3$ ) werden im Punkt P die Verzerrungen  $\varepsilon_x = 0,001$ ,  $\varepsilon_y = 0,0005$ ,  $\gamma_{xy} = 0$  aus Messungen bestimmt.

Wie groß sind die Hauptspannungen, die maximale Schubspannung sowie die Spannungen in Schnitten, die unter  $\varphi = 30^\circ$  zu den Hauptachsen geneigt sind?

### Aufgabe 13:

Gegeben ist folgender Spannungszustand:

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -14 & -12 \\ 0 & -12 & 40 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

- a) Skizzieren Sie den Spannungszustand an einem Flächenelement in der yz-Ebene.
- b) Um was für einen Spannungszustand handelt es sich?
- c) Bestimmen Sie auf rechnerischem Wege die Hauptspannungen und die Lage der Hauptachsen. Stellen Sie den Sachverhalt in einem Lageplan dar.
- d) Berechnen Sie mit Hilfe der aus Aufgabenteil c) bestimmten Hauptspannungen die resultierende gesamte Verzerrungsenergiedichte. Die Querkontraktionszahl des Werkstoffs AlMgSi1 beträgt  $\nu = 0,33$  und der Elastizitätsmodul  $E = 70 \text{ GPa}$ .
- e) Die Verzerrungsenergiedichte kann in zwei Energieanteile untergliedert werden. Benennen und berechnen Sie diese?

### Aufgabe 14:

Ein Bauteil aus einer polykristallinen Aluminiumlegierung mit der Dehngrenze  $R_{p0,2} = 200 \text{ MPa}$  wird mit einem ebenen Spannungszustand belastet. Es treten die Spannungen  $\sigma_x = 155 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_y = 155 \text{ MPa}$ ,  $\tau_{xy} = 55 \text{ MPa}$  auf.

- a) Berechnen Sie die Hauptspannungen.
- b) Entscheiden Sie mit Hilfe der Fließbedingung von Tresca, ob sich der Werkstoff plastisch verformt.
- c) Zu welcher Aussage bezüglich der Plastifizierung führt die Fließbedingung nach von Mises?
- d) Worin liegen die abweichenden Berechnungsergebnisse nach den angewandten Hypothesen begründet? Stellen Sie die Zusammenhänge graphisch dar.
- e) Können Sie sagen welche der beiden Aussagen richtig ist? Begründen Sie Ihre Meinung.

### Aufgabe 15:

Um die Begriffe *technische Dehnung* und *wahre Dehnung* vergleichen zu können, werden zwei verschiedene Umformvorgänge untersucht. Dazu sollen zwei Stäbe gelängt werden:

Der erste soll in zwei Stufen  $\Delta l_1$  und  $\Delta l_2$  verformt werden, der zweite in einem einzigen Schritt  $\Delta l_{1+2} = \Delta l_1 + \Delta l_2$ .

a) Zeigen Sie, dass für die dazugehörigen Dehnungen die Ungleichung  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \neq \varepsilon_{1+2}$  gilt.

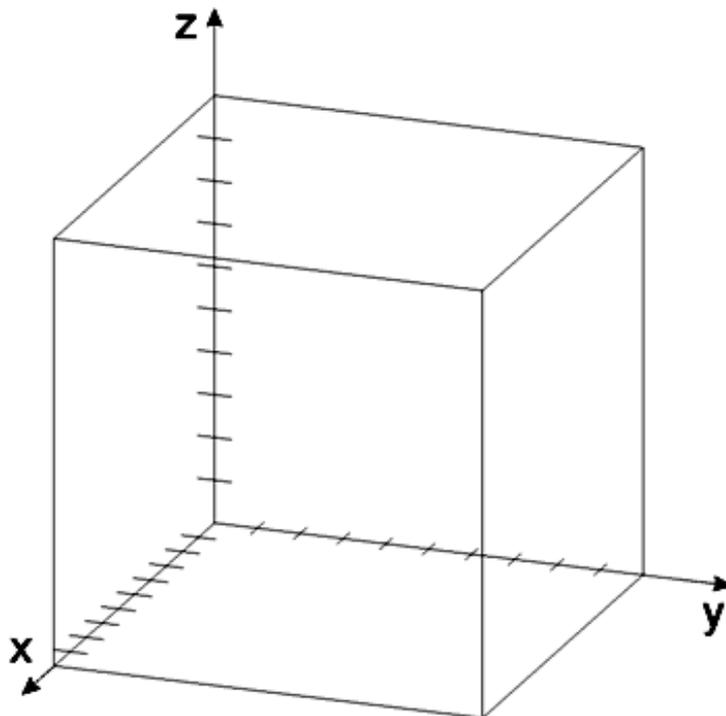
b) Zeigen Sie, dass für die wahren Dehnungen  $\rho_1 + \rho_2 = \rho_{1+2}$  gilt.

### Aufgabe 16:

Die Millerschen Indizes dienen in der Kristallographie der eindeutigen Bezeichnung von Ebenen im Kristallgitter.

a) Zeichnen Sie in die nachfolgend abgebildete Elementarzelle die Ebene ein, die durch die Punkte  $P_1 = (0/0,5/0)$  ;  $P_2 = (0,5/0/0)$  ;  $P_3 = (0/0/0,5)$  definiert ist.

b) Bestimmen Sie die Millerschen Indizes für diese Ebene und ergänzen Sie eine  $[111]$  – Richtung.



*Kubisch primitive Elementarzelle*

### Aufgabe 17:

Ein Gleitsystem in einem kubisch-raumzentrierten Kristallgitter wird durch eine Gleitebene und der dazugehörigen Gleitrichtung definiert.

- Stellen Sie die Gleitmöglichkeiten im krz-Gitter für eine beliebige (110)-Ebene graphisch dar und bestimmen Sie die Gesamtanzahl der Gleitsysteme für diesen charakteristischen Vorgang.
- In welchem Winkel zur Zugrichtung ist die Schubspannung unter Zugbelastung maximal? Begründen Sie Ihre Meinung und versuchen Sie Ihre Behauptung rechnerisch zu stützen.

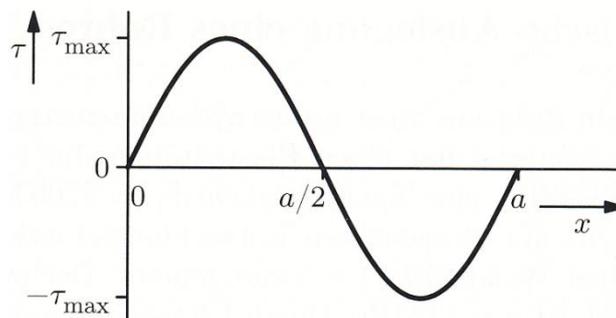
### Aufgabe 18:

Es soll abgeschätzt werden, welche Schubspannung nötig wäre, um in einem Metall eine ganze Atomlage auf einmal gegenüber einer anderen abzuscheren, wie in der folgenden Abbildung dargestellt.



*Abgleitung von Atomebenen in einem perfekten Kristall*

Dazu wird ein kubisch primitiver Kristall mit dem Atomabstand  $a$  betrachtet. Es wird vereinfachend angenommen, dass die Schubspannung, die notwendig ist, um eine Atomlage gegenüber einer anderen abzuscheren, durch eine Sinusfunktion entsprechend der folgenden Abbildung dargestellt werden kann.



*Abhängigkeit der Schubspannung von der relativen Verschiebung  $x$  einer Atomlage gegenüber der benachbarten*

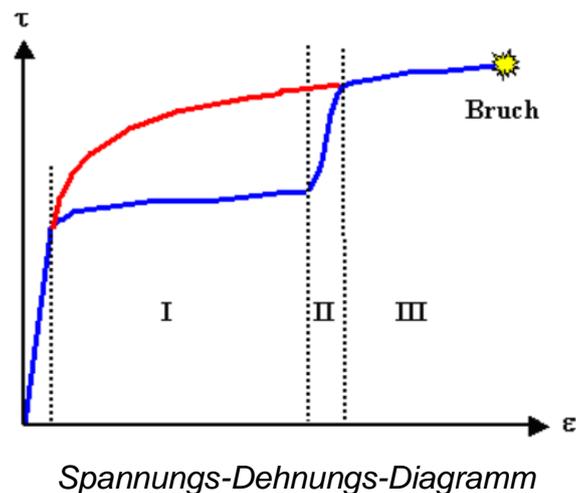
- Schätzen Sie die theoretische Schubspannung  $\tau_F$  ab, die notwendig ist, um eine Atomlage um einen Atomabstand gegenüber der nächsten abzuscheren, wenn für kleine Scherungen das Hookesche Gesetz  $\tau = G\gamma$  gilt.
- Erklären Sie, warum bei der Verschiebung um  $x = a/2$ , bei der  $\tau = 0$  gilt, keine stabile Atomlage ist.

### Aufgabe 19:

Bei Versuchen an Einkristallen wurde die Fließspannung der Gleitsysteme  $\tau_{\text{krit}} = 60 \text{ MPa}$  bestimmt. Überprüfen Sie mit Hilfe der Gestaltänderungsenergiehypothese, ob bei dem hier vorliegenden Spannungszustand eine nennenswerte Anzahl an Gleitsystemen des Polykristalls aktiviert werden. Der Taylorfaktor betrage  $M = 3,1$ . Es ist ein ebener Spannungszustand gegeben durch:  $\sigma_x = 130 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_y = 130 \text{ MPa}$ ,  $\tau_{xy} = 50 \text{ MPa}$ .

### Aufgabe 20:

Gegeben sei jeweils ein Spannungs-Dehnungs-Verlauf für einen einkristallinen und einen polykristallinen Werkstoff. Ordnen Sie diese Bezeichnungen den angegebenen Verläufen zu. In welchen Abschnitten sind die Mechanismen der Einfachgleitung und Mehrfachgleitung für den Verformungsvorgang charakteristisch?



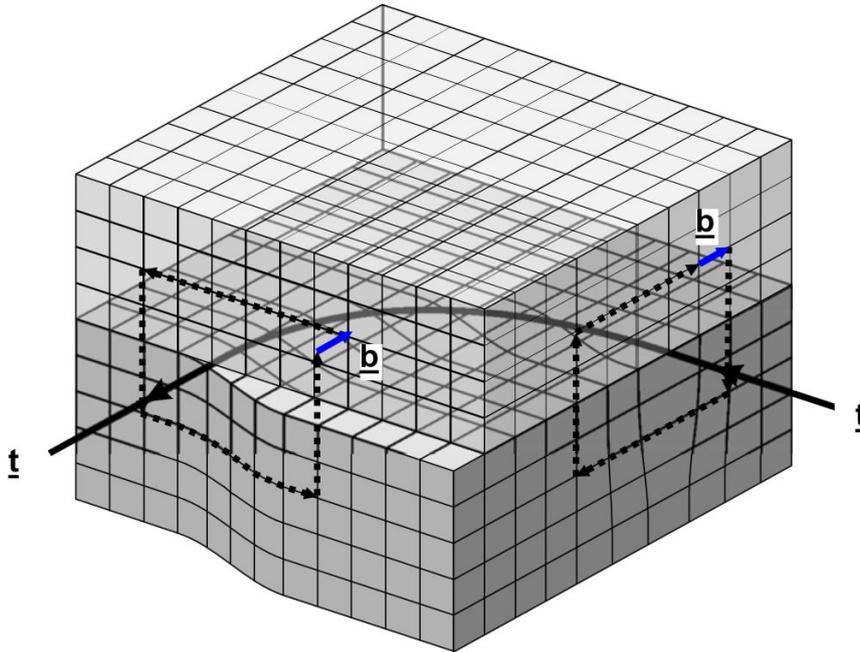
### Aufgabe 21:

Ein Metallwürfel der Kantenlänge  $a = 10 \text{ mm}$  soll plastisch so geschert werden, dass die Oberseite um  $s = 0,1 \text{ mm}$  gegenüber der Unterseite verschoben ist. Der Burgersvektor betrage  $0,286 \text{ nm}$ .

- Schätzen Sie die Anzahl der Versetzungen innerhalb des Würfels ab, die mindestens notwendig ist, um diese Verformung zu ermöglichen. Nehmen Sie dazu an, dass es sich bei dem Würfel um einen kubisch primitiven Einkristall handelt, der parallel zu den Würfelkanten orientiert ist.
- Berechnen Sie die sich daraus ergebende Versetzungsdichte.
- Wie ändern sich die Ergebnisse, wenn Sie annehmen, dass das Material eine Korngröße von  $d = 100 \text{ }\mu\text{m}$  hat?
- Welche Strecke würde sich ergeben, wenn alle Versetzungen innerhalb des Würfels aneinander gereiht würden?

### Aufgabe 22:

Gegeben ist ein Ausschnitt eines kubisch primitiven Gitters mit vorhandenen eindimensionalen Defekten.

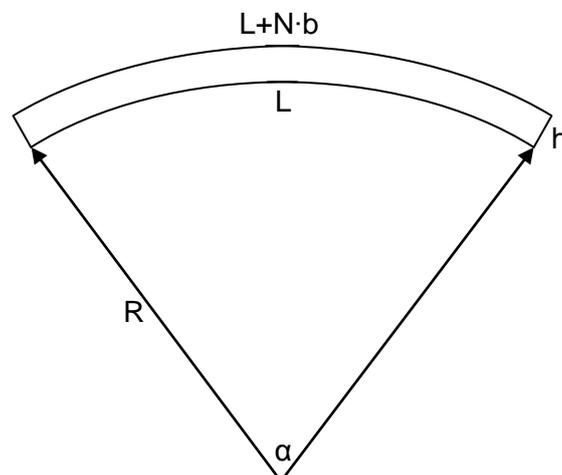


*Versetzungsbehaftetes kubisch primitives Gitter*

- Charakterisieren Sie die in das Gitter eingezeichneten Parameter zur Beschreibung einer Versetzung.
- Welche Typen von Versetzungen befinden sich in dem Gitter? Kennzeichnen Sie diese und begründen Sie ihre Meinung.

### Aufgabe 23:

Die folgende Abbildung zeigt schematisch einen Biegevorgang. Zeigen Sie rechnerisch, dass eine Veränderung des Biegeradius eine Auswirkung auf die Versetzungsdichte hat. Der Burgersvektor betrage  $b = 0,311 \text{ nm}$  wobei der Biegeradius zwischen  $R = 1500 \text{ mm}$  und  $R = 1300 \text{ mm}$  variiert.



*Schematische Darstellung des Biegevorgangs*

### Aufgabe 24:

Ein Eisenkristall (Atomradius von Eisen  $r_{\text{Fe}} = 0,124 \text{ nm}$ , Schubmodul  $G = 70 \text{ GPa}$ , anfängliche Versetzungsdichte  $\rho_1 = 10^8 \text{ cm}^{-2}$ ) wird bei Raumtemperatur geschert, bis eine Scherung von  $\gamma = 0,3$  erreicht wird. Nach der Scherverformung besitzt der Kristall die Versetzungsdichte  $\rho_2 = 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ .

- Welche Distanz wandern die Versetzungen bei der Verformung im Mittel?
- Berechnen Sie die durchschnittliche Wanderungsgeschwindigkeit der Versetzungen für die Scherrate  $\dot{\gamma} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

### Aufgabe 25:

Sie möchten die Streckgrenze von Reinaluminium durch Feinkornhärtung erhöhen. Momentan haben Sie Reinaluminium mit einer Korngröße von  $d_{\text{grob}} = 100 \mu\text{m}$  vorliegen (Hall-Petch-Konstante  $k = 3,5 \text{ N/mm}^{3/2}$ ). An einem Probestab messen Sie eine Dehngrenze von  $R_{p0,2} = 20 \text{ MPa}$ . Diese möchten Sie auf  $100 \text{ MPa}$  erhöhen. Welche Korngröße müssen Sie im Reinaluminium einstellen, um diese Vorgabe zu erreichen.

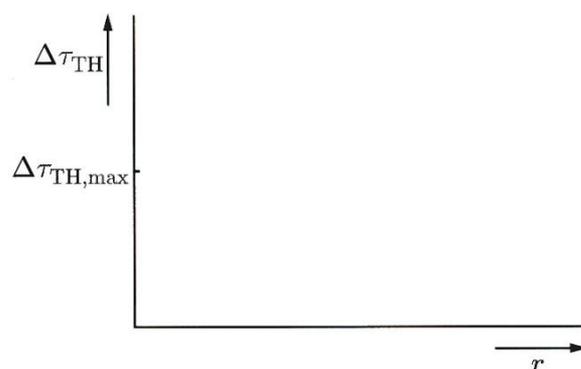
### Aufgabe 26:

Die Fließgrenze einer Aluminium Kupfer Legierung soll durch Ausscheidungshärtung um  $\Delta R_{p0,2} = 600 \text{ MPa}$  gesteigert werden. Der Schubmodul der Legierung beträgt  $G = 26 \text{ GPa}$ , der Burgersvektor ist  $b = 2,86 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ .

- Berechnen Sie den hierzu notwendigen Teilchenabstand für inkohärente Teilchen.
- Berechnen Sie den Teilchenradius, wenn der Kupfer-Anteil  $4 \text{ Vol.-%}$  beträgt. Nehmen Sie zur Vereinfachung an, dass die Löslichkeit von Kupfer in Aluminium vernachlässigbar ist.

### Aufgabe 27:

Skizzieren Sie die Abhängigkeit der Stärke der Ausscheidungshärtung vom Radius der ausgeschiedenen Teilchen und erläutern Sie die geltenden Mechanismen. Benennen Sie die mathematischen Beziehungen, die für die resultierenden Verläufe verantwortlich sind.



*Kritische Schubspannung in Abhängigkeit des Partikelradius*