

Prüfungsklausur Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

5. März 2016

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	20	19	15	11	16	13	12	14	120
Note:	Ist:									

Dauer der Klausur: 2 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner und 4-seitige Formelsammlung

Aufgabe 1: Verständnisfragen (20 Punkte)

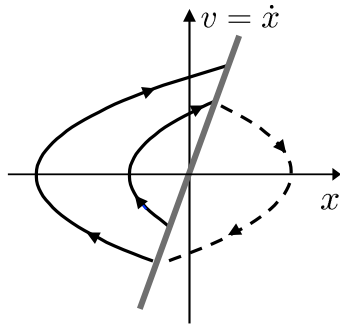
Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.

Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!

Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

- a) Woran erkennt man, ob ein System globales P-, I- oder D-Verhalten hat?
- ☐ Am Verlauf der Sprungantwort für $t \rightarrow \infty$.
 - ☐ Am Verlauf der Sprungantwort für $t \rightarrow 0$.
 - ☐ Am Verlauf des Frequenzgangs für $\omega \rightarrow 0$.
- b) Welche Eigenschaften hat ein phasenminimales System?
- ☐ Jedes lineare System ist phasenminimal.
 - ☐ Zwei phasenminimale Systeme mit identischen Amplitudengängen, haben auch identische Phasengänge.
 - ☐ Bei einem phasenminimalen System ist die Phase für alle Frequenzen gleich 0° .
- c) Wie kann ein Flüssigkeitsbehälter mit der Ausgangsgröße $Y(s)$ (Füllvolumen in m^3) und der Eingangsgröße $U(s)$ (Volumenstrom in m^3/sec) als Übertragungsfunktion beschrieben werden:
- ☐ $G(s) = \frac{1}{s}$
 - ☐ $G(s) = s$
 - ☐ $G(s) = \frac{1}{1+s}$
- d) Welche Aussagen gelten für das Totzeitglied?
- ☐ Es hat lineares Verhalten.
 - ☐ Es gehört zu den nichtphasenminimalen Systemen.
 - ☐ Totzeit verbessert die Stabilität in Regelkreisen, die Regelung ist daher einfacher.
- e) Der Wasserbett-Effekt zeigt, dass eine Erhöhung der Kreisverstärkung ...
- ☐ für alle Frequenzen die Regelgüte verbessert.
 - ☐ für hohe Frequenzen die Regelgüte verschlechtert.
 - ☐ für niedrige Frequenzen die Regelgüte verbessert.
- f) Welche Aussagen zur Störgrößenaufschaltung sind richtig?
- ☐ Sie kann nur verwendet werden, wenn es möglich ist, die Störgröße zu messen.
 - ☐ Eine perfekte Kompensation der Störung ist bei messbarer Störung immer möglich.
 - ☐ Sie beeinflusst die Stabilität eines Regelkreises nicht.

- g) Nachfolgend ist die Trajektorie eines geregelten dynamischen Systems dargestellt. Welche Aussagen sind richtig?



- ☐ Die graue dicke Linie im Diagramm bezeichnet man als *Schaltgerade*.
- ☐ Die Regelung ist **instabil**! Um eine stabile Regelung zu erreichen, müsste die graue dicke Linie an der senkrechten Achse gespiegelt werden.
- ☐ Die Regelung ist **stabil**!
- h) Welche Aussagen zum sogenannten Wind-up-Effekt sind richtig?
- ☐ Er kann durch geeignete Maßnahmen, die auf den Integrator des Reglers wirken, reduziert werden.
- ☐ Der Effekt tritt bei Regelungen mit Stellgrößenbeschränkung und PD-Regler auf.
- ☐ Er kann durch eine entsprechend langsame Regelung vermieden werden.
- i) Eine Kaskadenregelung ist ein Regelkreis, ...
- ☐ der aus einer Vorsteuerung und einer Regelung besteht.
- ☐ der aus einer Störgrößenaufschaltung und einer Regelung besteht.
- ☐ der aus ineinander geschachtelten Regelkreisen besteht.
- j) Die Empfindlichkeitsfunktion ...
- ☐ ... beschreibt den Einfluss der Rückkopplung im Regelkreis oder den Unterschied zwischen offenem und geschlossenem Regelkreis
- ☐ ... entspricht der Führungsübertragungsfunktion.
- ☐ ... wird durch die Wahl des Reglers nicht beeinflusst.
- k) Die Empfindlichkeitsfunktion ...
- ☐ ... wird durch Führungsgrößen- und Störfilter beeinflusst.
- ☐ ... wird oft im Zusammenhang mit dem Wasserbetteffekt betrachtet.
- ☐ ... beschreibt die Empfindlichkeit eines Regelkreises bezüglich Störgrößen.
- l) Was ist der Unterschied zwischen einem Polvorgaberegler und einem Kompensationsregler?
- ☐ Beim Kompensationsregler können keine Pole vorgegeben werden.
- ☐ Beim Polvorgaberegler können keine Nullstellen vorgegeben werden.
- ☐ Mit dem Kompensationsregler können auch instabile Systeme geregelt werden.

m) Wozu ist eine Wurzelortskurve hilfreich?

- ☐ Um bei einer bestimmten Frequenz Phase und Amplitude des offenen Regelkreises abzulesen.
- ☐ Um sich schnell mit einfachen Konstruktionsregeln einen Überblick zu verschaffen wie sich ein Regelkreis für verschiedene Verstärkungen im Vorwärtszweig verhält.
- ☐ Um die Stabilität mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums zu bestimmen.

Aufgabe 2: Dynamische Systeme (19 Punkte)

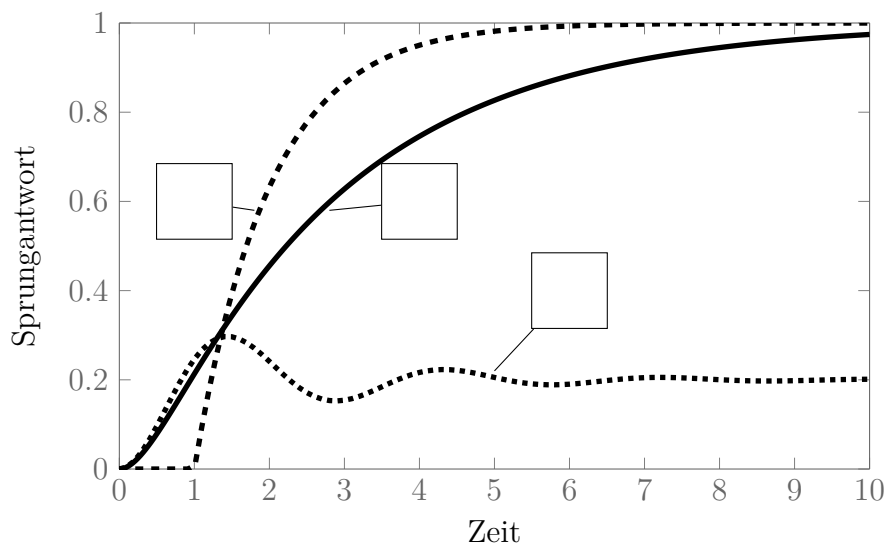
Gegeben sind die folgenden dynamischen Systeme:

A	$Y_A(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 1} U_A(s)$	B	$Y_B(s) = e^{-1s} \frac{1}{s + 1} U_B(s)$
C	$\ddot{y}_C(t) = -\dot{y}_C(t) - 5y_C(t) + u_C(t)$	D	$y_D(t) = 4u_D(t)$
E	$Y_E(s) = \frac{s^2 - 1}{s - 3} U_E(s)$	F	$Y_F(s) = \frac{1 - s}{(s + 1)^2} U_F(s)$

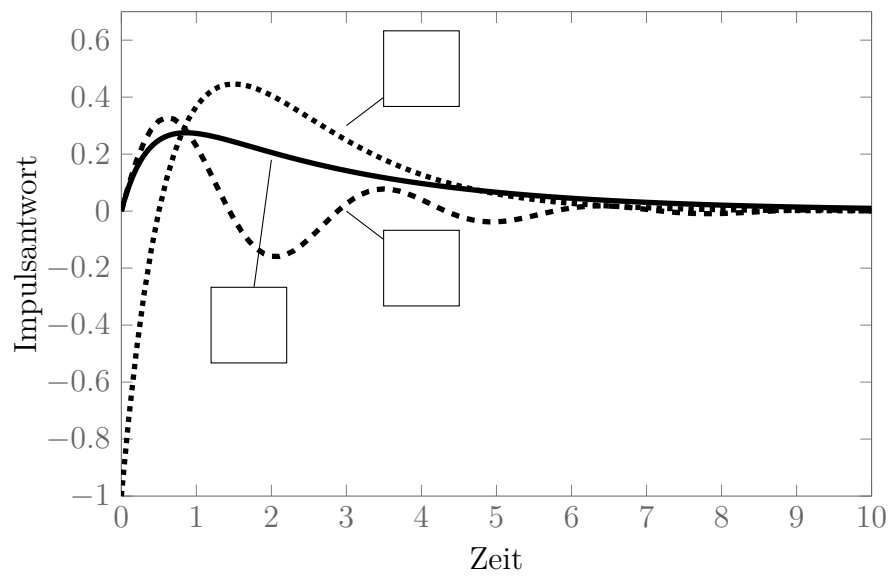
- a) Transformieren Sie System C in den Laplace-Bereich
- b) Welche Eigenschaften treffen auf das jeweilige System zu? Kennzeichnen Sie in der Tabelle zutreffende Eigenschaften mit einem 'x'.

System	dynamisch	linear	schwingungsfähig	realisierbar	stabil	phasenminimal
A						
B						
C						
D						
E						
F						

- c) Ordnen Sie den dargestellten **Sprungantworten** das entsprechende System zu. Begründen Sie ihre Auswahl kurz.



- d) Ordnen Sie den dargestellten **Impulsantworten** das entsprechende System zu. Begründen Sie ihre Auswahl kurz.



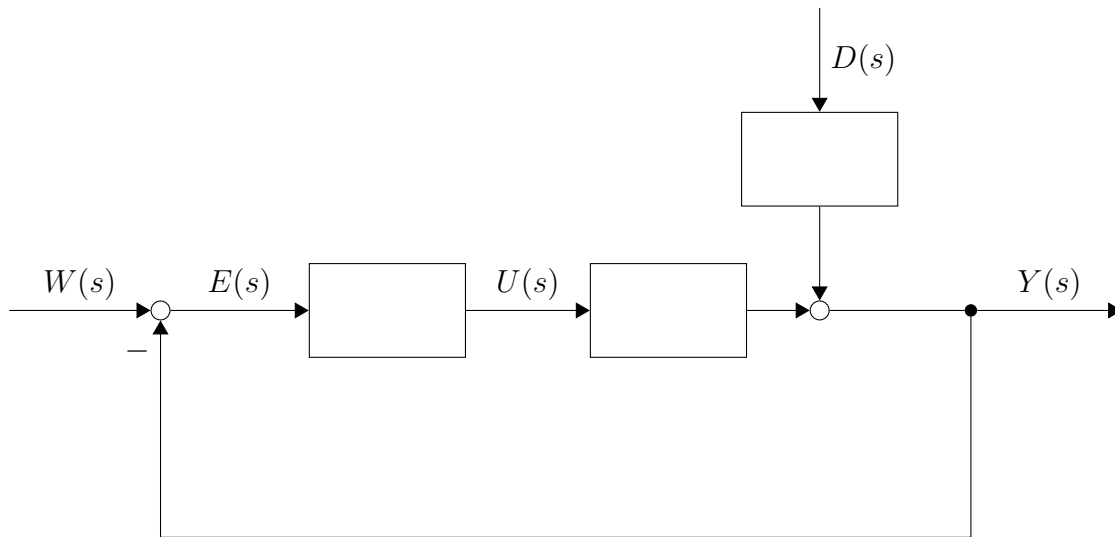
Aufgabe 3: Laplace-Transformation / Stabilität (15 Punkte)

Gegeben ist folgendes dynamische System:

$$y(t) = 2u(t) - 4\dot{y}(t) - 2\ddot{y}(t) + 2\dot{d}(t)$$

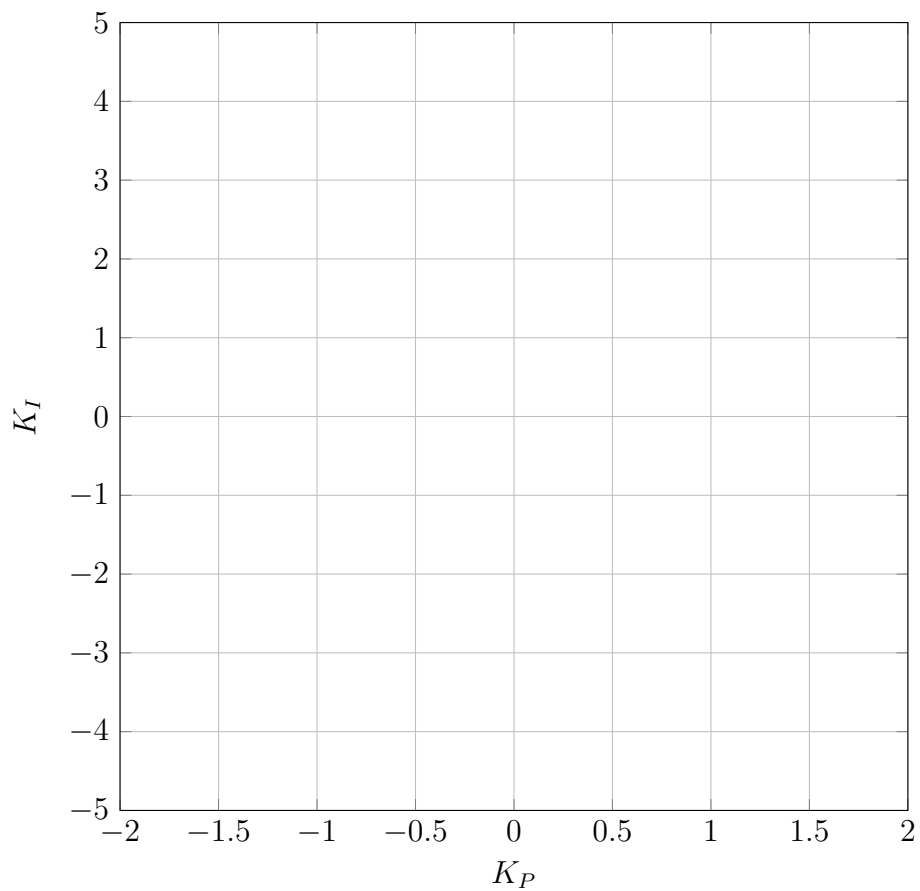
Hierbei ist $y(t)$ die Regelgröße, $u(t)$ die Stellgröße und $d(t)$ die Störgröße.

- Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion der Störung $G_{Do}(s)$ und die Übertragungsfunktion der Stellgröße $G_S(s)$ auf die Regelgröße im offenen Regelkreis.
- Das System soll mit einem PI-Regler mit der Übertragungsfunktion $G_R = K_P + \frac{1}{s} \cdot K_I$ geregelt werden, ergänzen Sie das folgende Blockschaltbild um die entsprechenden Übertragungsfunktionen. **Hinweis:** Wenn Sie Aufgabenteil a) nicht lösen konnten verwenden Sie $G_S(s) = \frac{2}{4s^2+8s+1}$ und $G_D(s) = \frac{2s}{4s^2+8s+1}$. (Nicht Lösung von Teil a)).



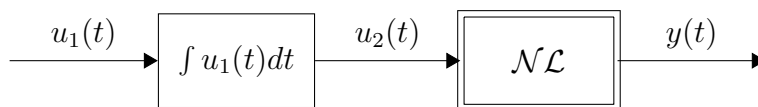
- Berechnen Sie die Störübertragungsfunktion G_d und die Führungsübertragungsfunktion G_w des geschlossenen Regelkreises bei Verwendung des PI-Reglers.

- d) Berechnen Sie den Stabilitätsbereich für die Parameter K_P und K_I des Reglers und zeichnen Sie das sich ergebende Stabilitätsgebiet in das folgende Diagramm ein.

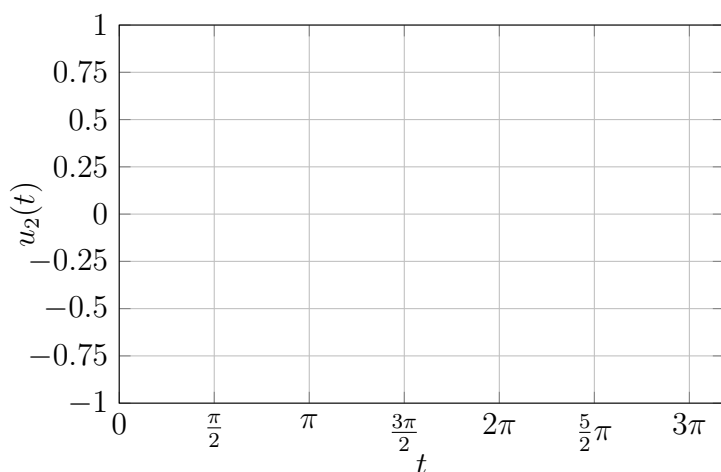
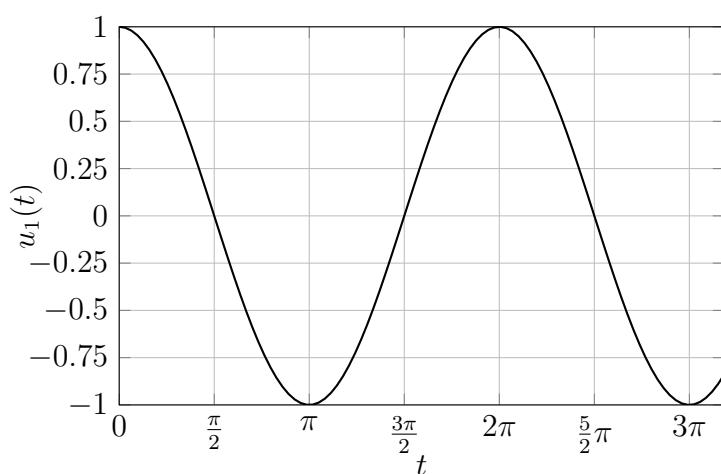


Aufgabe 4: Nichtlineare Systeme (11 Punkte)

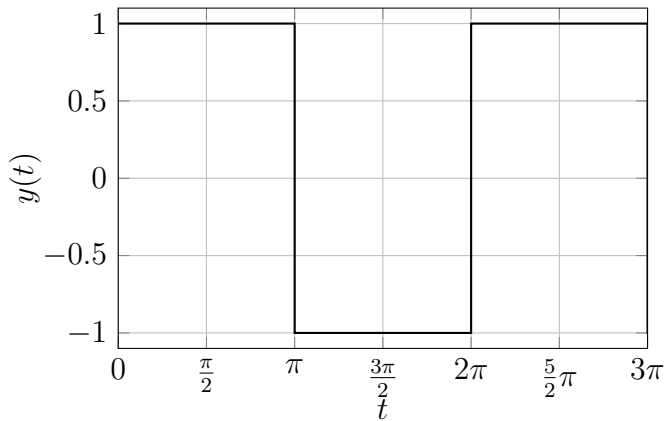
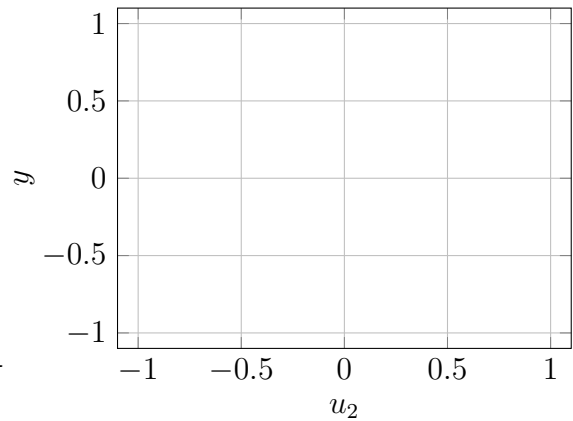
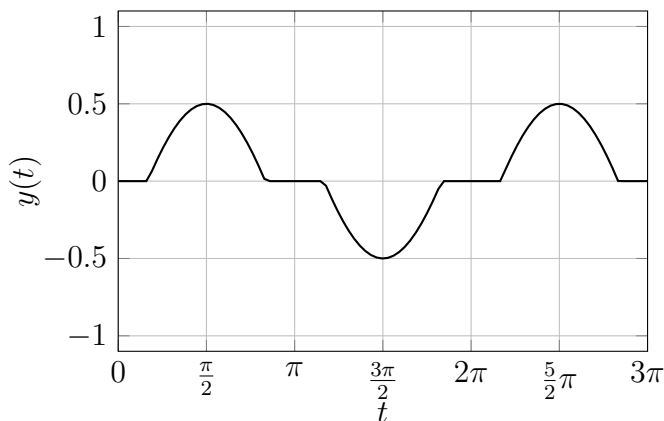
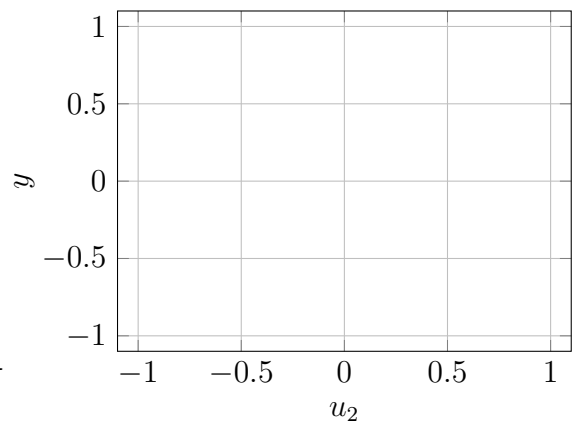
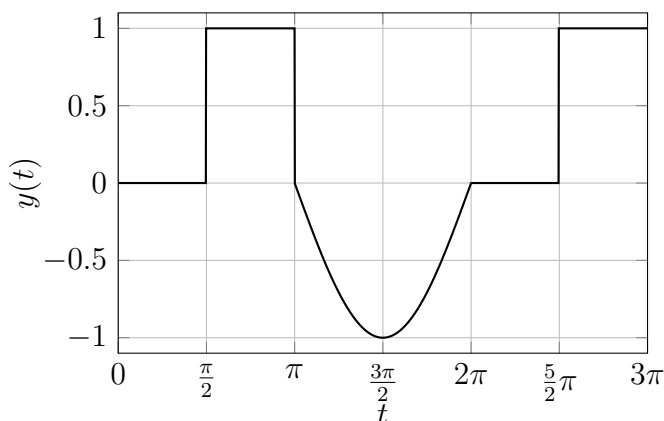
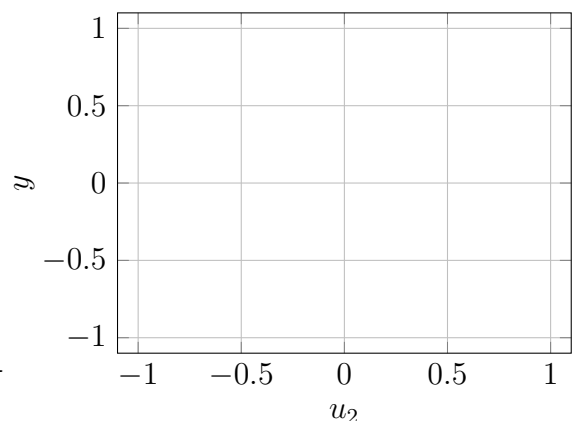
Gegeben ist das folgende dynamische und nichtlineare System:



- a) Das System wird mit dem dargestellten Eingangssignal $u_1(t) = \cos(t)$ beaufschlagt. Zeichnen Sie $u_2(t)$ in das untere Diagramm ein. Die Anfangsbedingung des Integrators ist $u_2(0) = 0$.



- b) Es werden 3 unterschiedliche Nichtlinearitäten betrachtet. Zu diesen sind jeweils die Systemantworten $y(t)$ angegeben. Zeichnen Sie die Kennlinie für jede der Nichtlinearitäten in die nebenstehenden Diagramme ein.

Nichtlinearität 1**Kennlinie 1****Nichtlinearität 2****Kennlinie 2****Nichtlinearität 3****Kennlinie 3**

- c) Welche der Kennlinien sind invertierbar, welche sind eindeutig? Begründen Sie Ihre Antwort kurz.

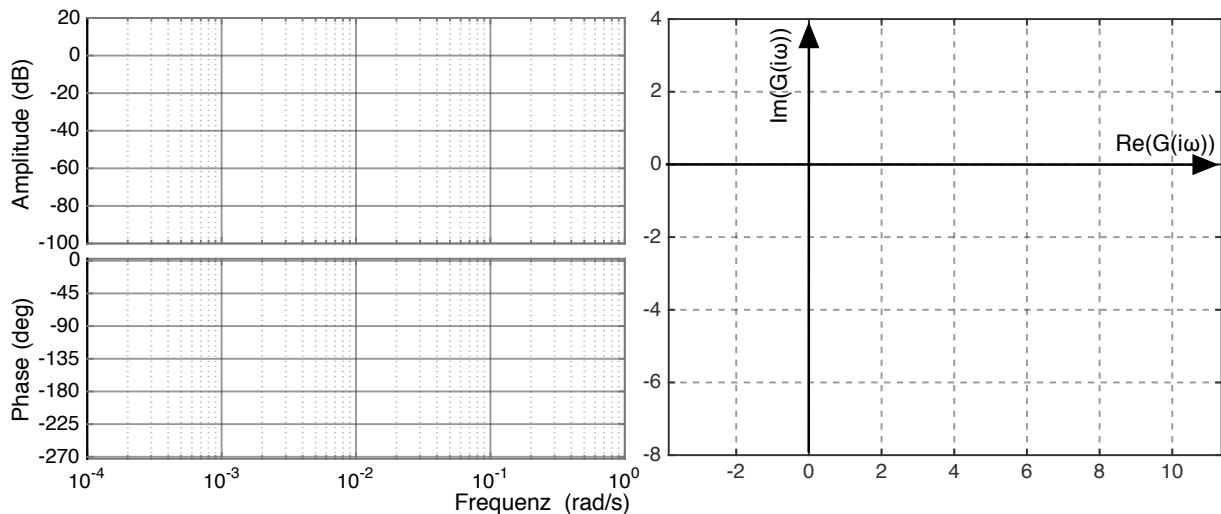
Aufgabe 5: Frequenzgänge (16 Punkte)

a) Gegeben sind folgende PT_n -Übertragungsglieder mit $n=1, 2$ und 3 :

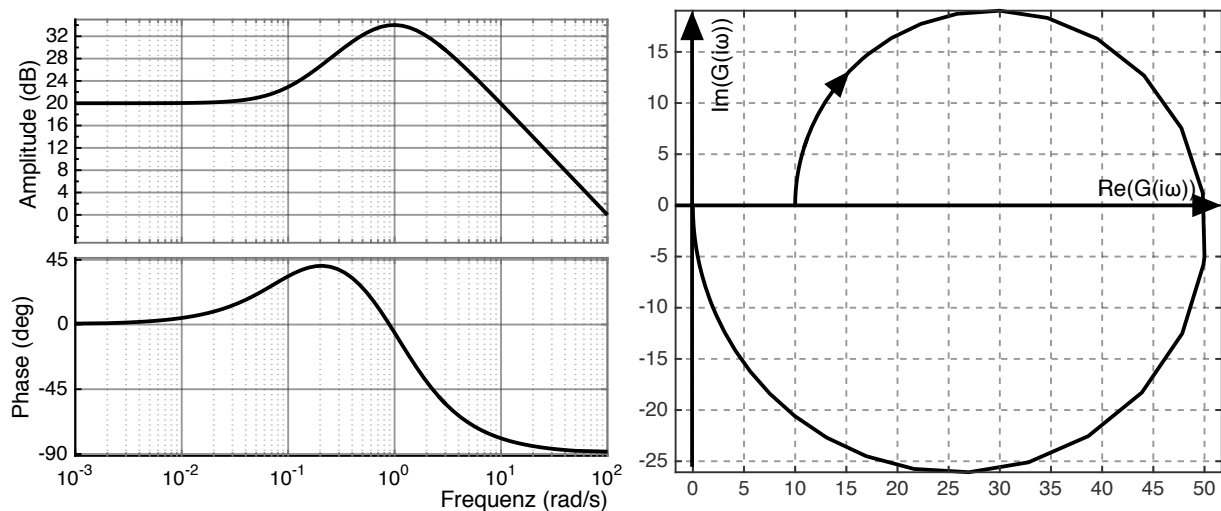
$$G_1(s) = \frac{10}{1 + 100s}, \quad G_2(s) = \frac{10}{(1 + 100s)^2}, \quad G_3(s) = \frac{10}{(1 + 100s)^3}$$

Zeichnen Sie in die folgenden Diagramme:

- **Exakt** die asymptotischen Amplituden- und Phasengänge (linkes Diagramm).
- **Näherungsweise** die tatsächlichen Phasengänge (linkes Diagramm).
- **Näherungsweise** die Frequenzgangsortskurven (rechtes Diagramm).



- b) Wenn G_1 , G_2 und G_3 Übertragungsfunktionen offener Regelkreise sind, für welche dieser Übertragungsfunktionen kann der Regelkreis bei beliebiger Verstärkung nicht instabil werden (**kurze Begründung**)?
- c) Wie lautet allgemein für ein PT_n -Glied die Phasenverschiebung $\varphi(\omega \rightarrow \infty)$?
- d) Gegeben sind Amplituden- und Phasengang (linkes Diagramm) sowie die Frequenzgangsortskurve eines Systems $G(s)$. Zeichnen Sie in die Diagramme näherungsweise die entsprechenden Verläufe für das System $\frac{1}{2} \cdot G(s)$ ein.



Aufgabe 6: Bode-Diagramm (13 Punkte)

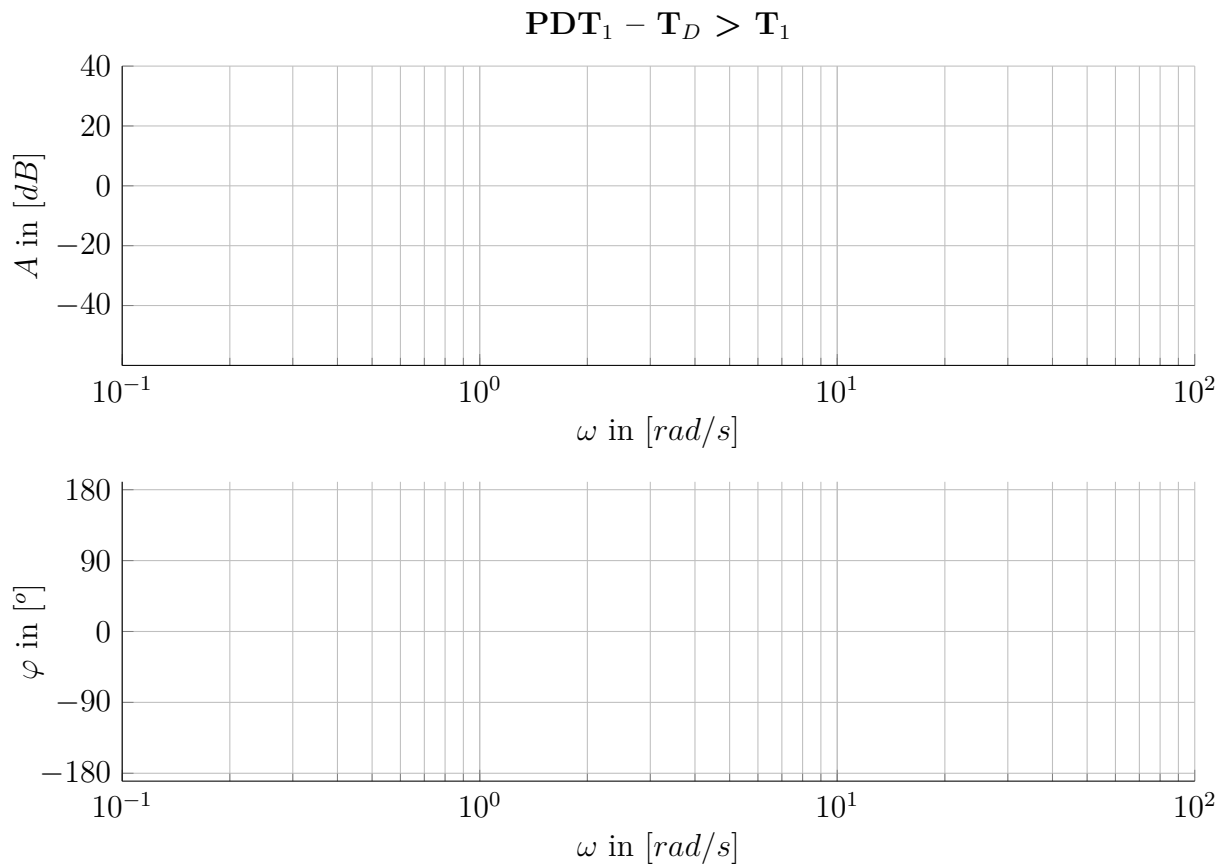
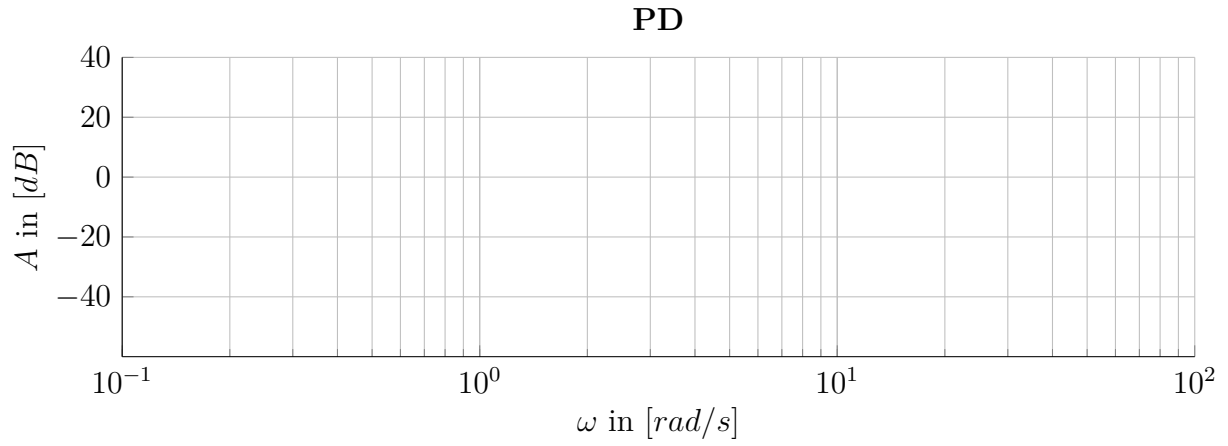
- a) Wie bezeichnet man das Ausgangssignal eines Reglers? Gegeben sind zwei Regler mit folgenden Übertragungsfunktionen:

$$G_{\text{PD}}(s) = K_P \cdot (1 + T_D \cdot s) \quad (1)$$

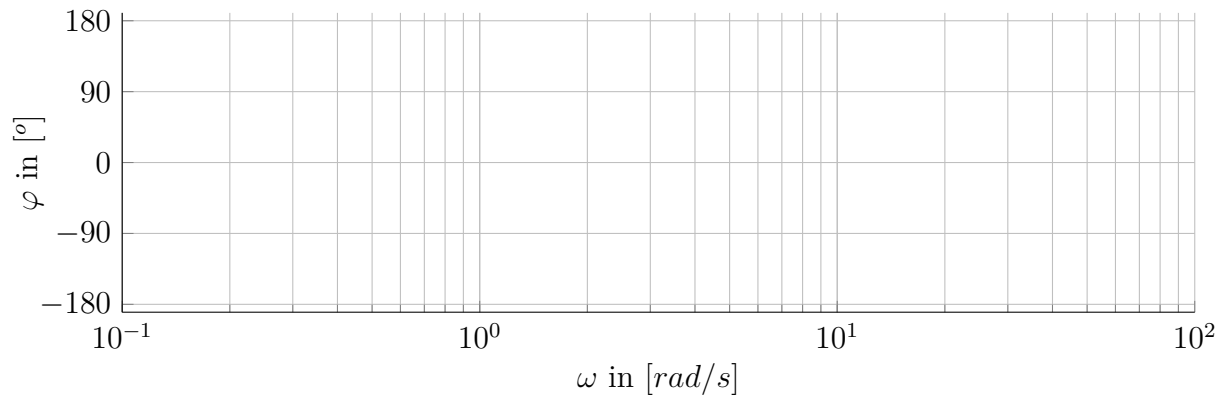
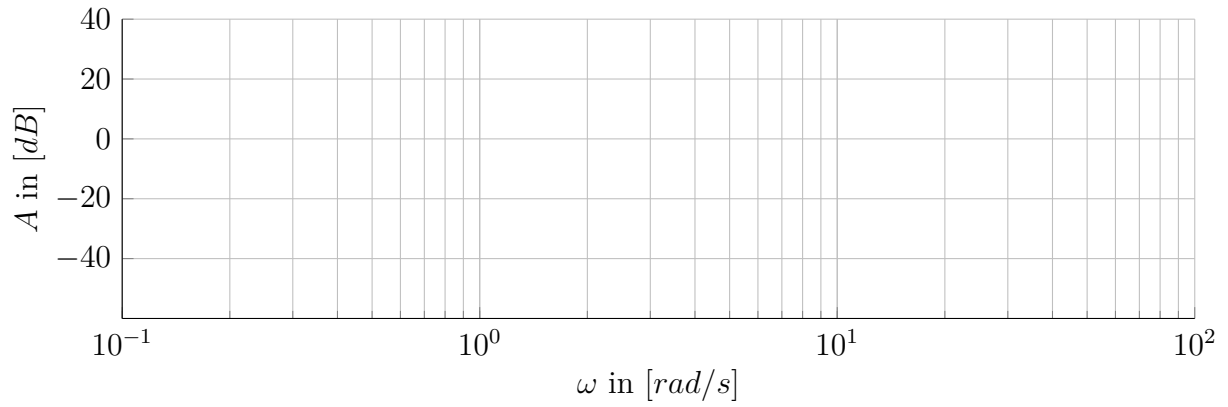
$$G_{\text{PDT}_1}(s) = K_P \cdot \frac{1 + T_D \cdot s}{1 + T_1 \cdot s} \quad (2)$$

Es gilt: $K_P = 1$.

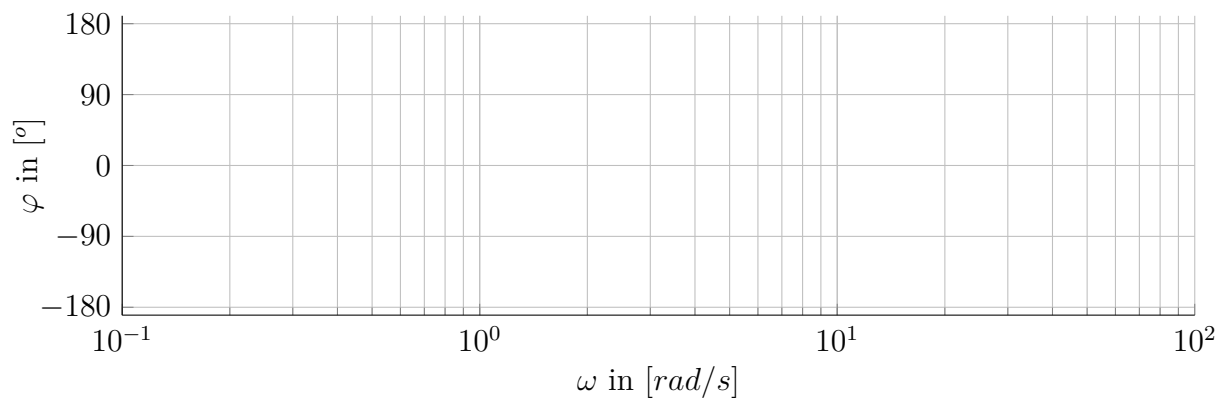
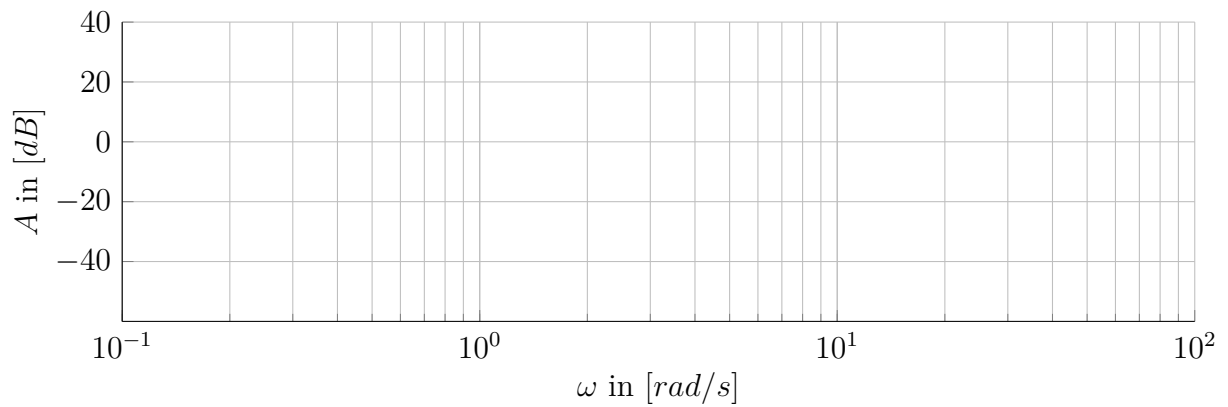
- b) Zeichnen Sie qualitativ das asymptotische Bode-Diagramm des PD-Reglers für $T_D = 0.5$. Markieren Sie die Eckfrequenz deutlich!
- c) Zeichnen Sie qualitativ das asymptotische Bode-Diagramm des PDT₁-Reglers für $T_1 = 10 \cdot T_D$. Verwenden Sie das T_D aus Aufgabenteil b). Markieren Sie die Eckfrequenzen deutlich!
- d) Zeichnen Sie qualitativ das asymptotische Bode-Diagramm des PDT₁-Reglers für $T_1 = \frac{1}{10} \cdot T_D$. Verwenden Sie das T_D aus Aufgabenteil b). Markieren Sie die Eckfrequenzen deutlich!
- e) Zeichnen Sie das exakte Bode-Diagramm für den Grenzfall $T_D = T_1$.
- f) Ein PDT₁-Regler approximiert einen idealen PD-Regler. Warum wird in der Realität der PDT₁-Regler dem PD-Regler vorgezogen? Antworten, die sich nur auf die Realisierbarkeit stützen sind nicht zugelassen.



$$\mathbf{PDT}_1 - \mathbf{T}_D < \mathbf{T}_1$$

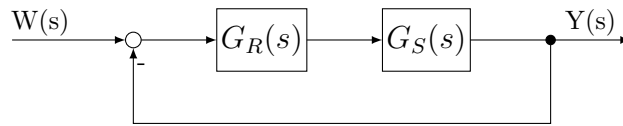


$$\mathbf{PDT}_1 - \mathbf{T}_D = \mathbf{T}_1$$



Aufgabe 7: Wurzelortskurve (12 Punkte)

Gegeben ist folgendes Blockschaltbild:



Das zu regelnde System ist ein PT_3 mit folgender Struktur:

$$G_S(s) = \frac{1}{(s+5) \cdot (s+4) \cdot (s+3)} \quad (3)$$

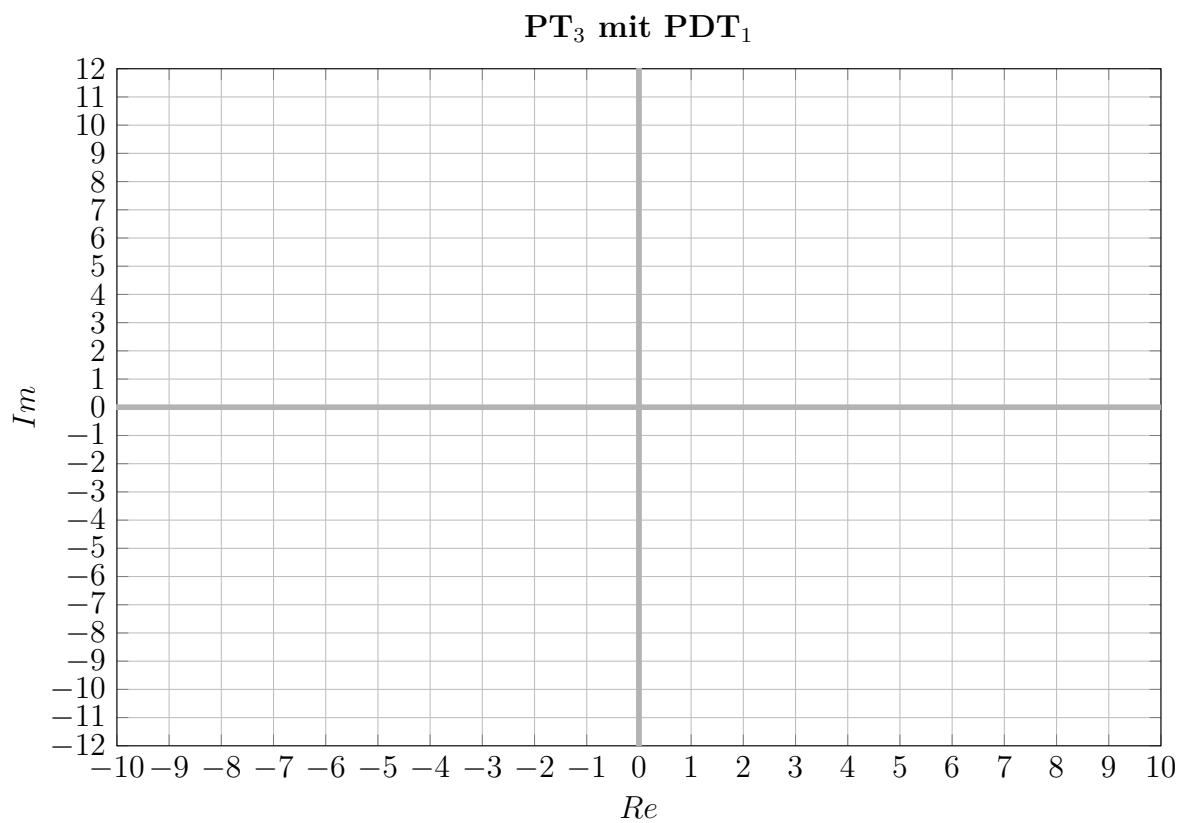
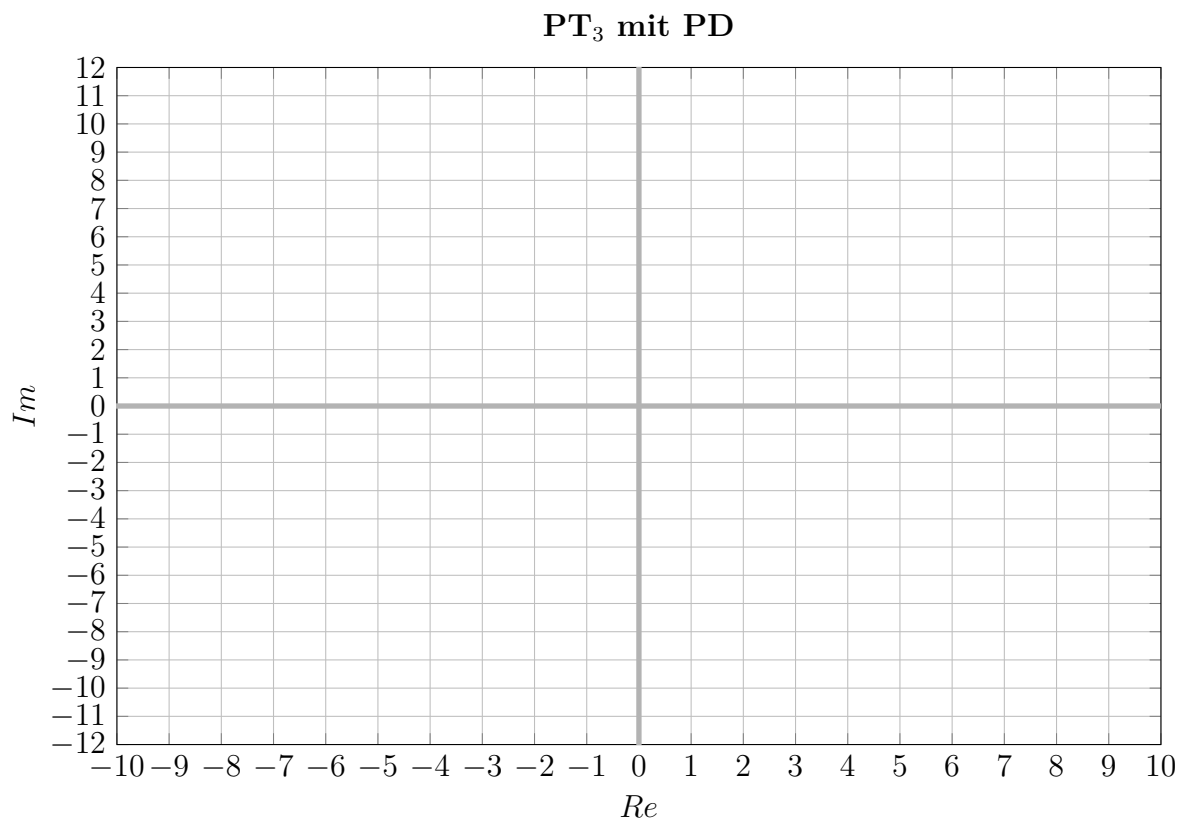
Außerdem stehen zwei Regler zur Verfügung:

$$G_{R,1}(s) = G_{PD}(s) = K_P \cdot (1 + T_D \cdot s) \quad \text{mit} \quad K_P = 1, \quad T_D = 1 \quad (4)$$

$$G_{R,2}(s) = G_{PDT_1}(s) = K_P \cdot \frac{1 + T_D \cdot s}{1 + T_1 \cdot s} \quad \text{mit} \quad K_P = 1, \quad T_D = 1, \quad T_1 = \frac{1}{7} \quad (5)$$

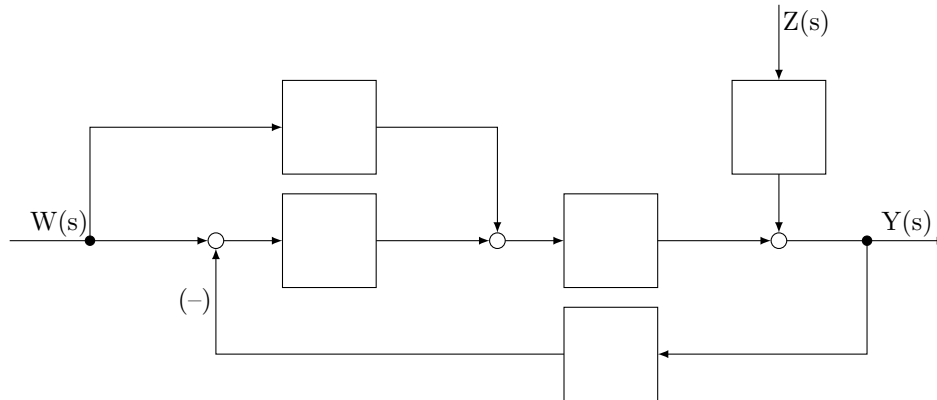
- Bestimmen Sie die Übertragungsfunktionen der offenen Regelkreise $G_{0,PD}(s)$ und $G_{0,PDT_1}(s)$. Nehmen Sie hierfür die Regler aus Gleichung 4 und 5.
- Skizzieren Sie die Wurzelortskurve für einen idealen PD-Regler mit der Struktur: Eine genaue Berechnung von Verzweigungs-/ Vereinigungs-/ und Asymptotenschnittpunkten ist NICHT notwendig!
- Der ideale PD-Regler wird nun durch ein PDT_1 -angenähert. Skizzieren Sie die Wurzelortskurve für den PDT_1 -Regler. Eine genaue Berechnung von Verzweigungs-/ Vereinigungs-/ und Asymptotenschnittpunkten ist NICHT notwendig!
- Vervollständigen Sie unten stehende Tabelle indem Sie „Ja“, „Nein“ oder eine Zahl eintragen. Der geschlossene Regelkreis wird hier mit $G(s)$ abgekürzt.

	Ist $G(s)$ strukturstabil?	Kann $G(s)$ schwingungsfähig werden?	Hat das System eine bleibende Regelabweichung für $W(s) = \frac{1}{s}$?	Welche Polüberschuss hat $G(s)$?
PD				
PDT_1				



Aufgabe 8: Vorsteuerung (14 Punkte)

Gegeben ist das Blockschaltbild zur Realisierung einer Vorsteuerung



a) Tragen Sie die im folgenden aufgelisteten Übertragungsfunktionen im obigen Blockschaltbild an der richtigen Stelle ein:

- 1) $G_S(s)$: Übertragungsfunktion der Regelstrecke
- 2) $G_M(s)$: Übertragungsfunktion des Messglieds
- 3) $G_R(s)$: Übertragungsfunktion des Reglers
- 4) $G_T(s)$: Übertragungsfunktion der Störgröße
- 5) $G_V(s)$: Vorgegebenes Führungsverhalten (inklusive evt. notwendiger PT_n Glieder)

b) Welche Eigenschaft sollte die Übertragungsfunktion von $W(s)$ nach $Y(s)$ auf jeden Fall besitzen?

c) Gegeben ist nun die Übertragungsfunktion der Regelstrecke:

$$G_S(s) = \frac{C_1}{C_2 s^2 + C_3 s} .$$

Entwerfen Sie eine realisierbare Vorsteuerung $G_V(s)$ für die Regelstrecke.

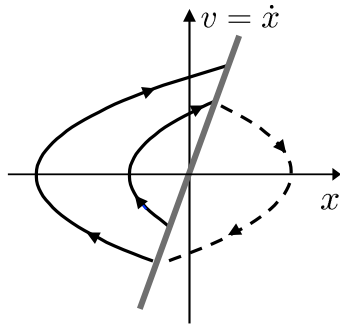
d) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion von der Führungsgröße $W(s)$ zum Regelfehler $E(s)$ für das obige Blockschaltbild.

Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen

- a) Woran erkennt man, ob ein System globales P-, I- oder D-Verhalten hat?
- ☒ Am Verlauf der Sprungantwort für $t \rightarrow \infty$.
 - ☐ Am Verlauf der Sprungantwort für $t \rightarrow 0$.
 - ☒ Am Verlauf des Frequenzgangs für $\omega \rightarrow 0$.
- b) Welche Eigenschaften hat ein phasenminimales System?
- ☐ Jedes lineare System ist phasenminimal.
 - ☒ Zwei phasenminimale Systeme mit identischen Amplitudengängen, haben auch identische Phasengänge.
 - ☐ Bei einem phasenminimalen System ist die Phase für alle Frequenzen gleich 0° .
- c) Wie kann ein Flüssigkeitsbehälter mit der Ausgangsgröße $Y(s)$ (Füllvolumen in m^3) und der Eingangsgröße $U(s)$ (Volumenstrom in m^3/sec) als Übertragungsfunktion beschrieben werden:
- ☒ $G(s) = \frac{1}{s}$
 - ☐ $G(s) = s$
 - ☐ $G(s) = \frac{1}{1+s}$
- d) Welche Aussagen gelten für das Totzeitglied?
- ☒ Es hat lineares Verhalten.
 - ☒ Es gehört zu den nichtphasenminimalen Systemen.
 - ☐ Totzeit verbessert die Stabilität in Regelkreisen, die Regelung ist daher einfacher.
- e) Der Wasserbett-Effekt zeigt, dass eine Erhöhung der Kreisverstärkung ...
- ☐ für alle Frequenzen die Regelgüte verbessert.
 - ☒ für hohe Frequenzen die Regelgüte verschlechtert.
 - ☒ für niedrige Frequenzen die Regelgüte verbessert.
- f) Welche Aussagen zur Störgrößenaufschaltung sind richtig?
- ☒ Sie kann nur verwendet werden, wenn es möglich ist, die Störgröße zu messen.
 - ☐ Eine perfekte Kompensation der Störung ist bei messbarer Störung immer möglich.
 - ☒ Sie beeinflusst die Stabilität eines Regelkreises nicht.

- g) Nachfolgend ist die Trajektorie eines geregelten dynamischen Systems dargestellt. Welche Aussagen sind richtig?



- ☒ Die graue dicke Linie im Diagramm bezeichnet man als *Schaltgerade*.
- ☒ Die Regelung ist **instabil**! Um eine stabile Regelung zu erreichen, müsste die graue dicke Linie an der senkrechten Achse gespiegelt werden.
- ☐ Die Regelung ist **stabil**!
- h) Welche Aussagen zum sogenannten Wind-up-Effekt sind richtig?
- ☒ Er kann durch geeignete Maßnahmen, die auf den Integrator des Reglers wirken, reduziert werden.
- ☐ Der Effekt tritt bei Regelungen mit Stellgrößenbeschränkung und PD-Regler auf.
- ☒ Er kann durch eine entsprechend langsame Regelung vermieden werden.
- i) Eine Kaskadenregelung ist ein Regelkreis, ...
- ☐ der aus einer Vorsteuerung und einer Regelung besteht.
- ☐ der aus einer Störgrößenaufschaltung und einer Regelung besteht.
- ☒ der aus ineinander geschachtelten Regelkreisen besteht.
- j) Die Empfindlichkeitsfunktion ...
- ☒ ... beschreibt den Einfluss der Rückkopplung im Regelkreis oder den Unterschied zwischen offenem und geschlossenem Regelkreis
- ☐ ... entspricht der Führungsübertragungsfunktion.
- ☐ ... wird durch die Wahl des Reglers nicht beeinflusst.
- k) Die Empfindlichkeitsfunktion ...
- ☐ ... wird durch Führungsgrößen- und Störfilter beeinflusst.
- ☒ ... wird oft im Zusammenhang mit dem Wasserbetteffekt betrachtet.
- ☒ ... beschreibt die Empfindlichkeit eines Regelkreises bezüglich Störgrößen.
- l) Was ist der Unterschied zwischen einem Polvorgaberegler und einem Kompensationsregler?
- ☐ Beim Kompensationsregler können keine Pole vorgegeben werden.
- ☒ Beim Polvorgaberegler können keine Nullstellen vorgegeben werden.
- ☐ Mit dem Kompensationsregler können auch instabile Systeme geregelt werden.

m) Wozu ist eine Wurzelortskurve hilfreich?

- ☐ Um bei einer bestimmten Frequenz Phase und Amplitude des offenen Regelkreises abzulesen.
- ☒ Um sich schnell mit einfachen Konstruktionsregeln einen Überblick zu verschaffen wie sich ein Regelkreis für verschiedene Verstärkungen im Vorwärtszweig verhält.
- ☐ Um die Stabilität mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums zu bestimmen.

$\sum 20$

Aufgabe 2: Dynamische Systeme

a)

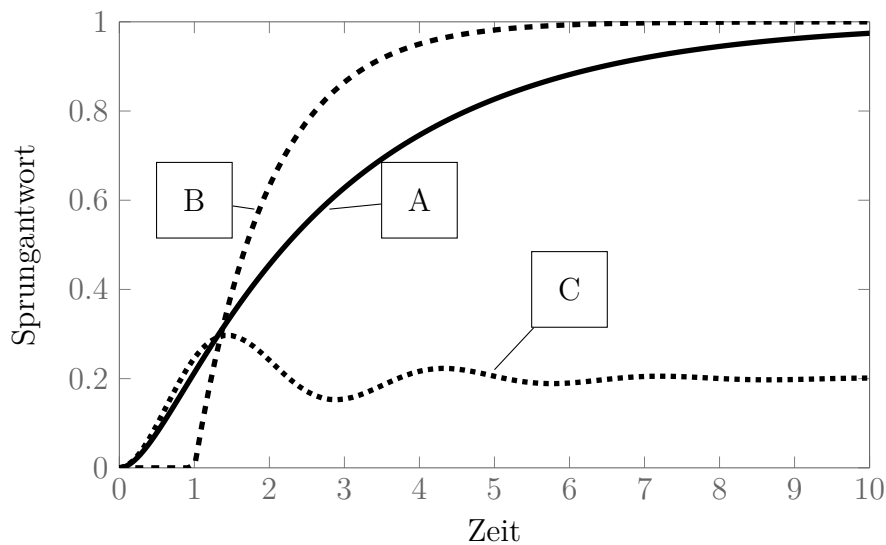
$$s^2 Y_C(s) = -s Y_C(s) - 5 Y_C(s) + U_C(s) \quad (6)$$

$$Y_C(s) = \frac{1}{5 + s + s^2} = \frac{0.2}{1 + 0.2s + 0.2s^2} \quad (7)$$

Damit ergibt sich $\omega_0 = \sqrt{5}$ und $\frac{2D}{\omega_0} = 0.2$ und $D = \frac{1}{10}\sqrt{5}$. Daher ist das System schwingungsfähig. Die Verstärkung beträgt 0.2. 1

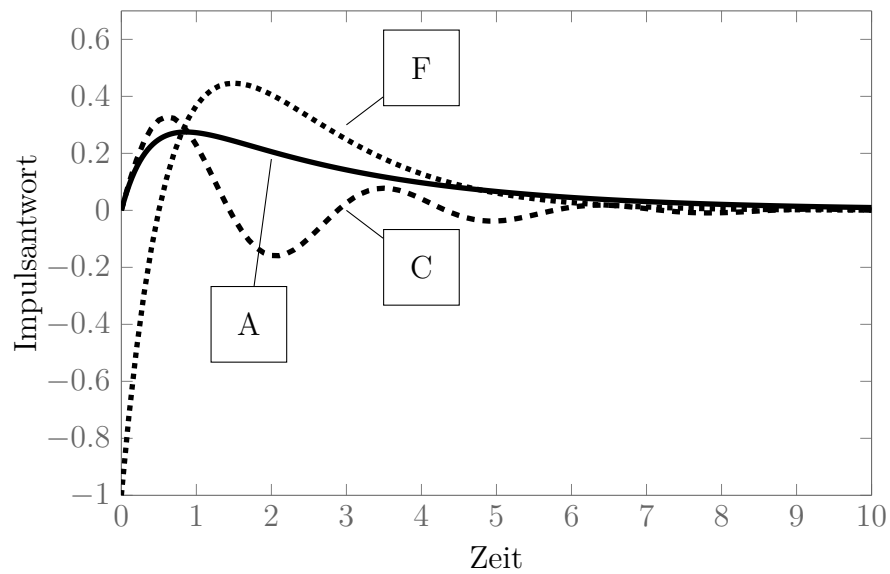
b) Die richtigen Ergebnisse sind in der Tabelle dargestellt:

System	dynamisch	linear	schwingungsfähig	realisierbar	stabil	phasenminimal
A	x	x		x	x	x
B	x	x		x	x	
C	x	x	x	x	x	x
D		x		x	x	x
E	x	x				
F	x	x		x	x	

c) Sprungantworten System C ist als einziges schwingungsfähig. System B hat als ein- 12

ziges eine Totzeit. System C ist das einzige nicht schwingungsfähige System ohne Durchgriff. 3

d) Impulsantworten System F ist das einzige realisierbare nichtphasenminimale System



(gut sichtbare gegenläufige Anfangsbewegung). System C ist schwingungsfähig und System A das einzige schwingungsfähige System ohne Durchgriff.

3

 $\Sigma 19$

Aufgabe 3: Laplace-Transformation / Stabilität

a) Durch Anwendung der Laplace-Transformation erhält man

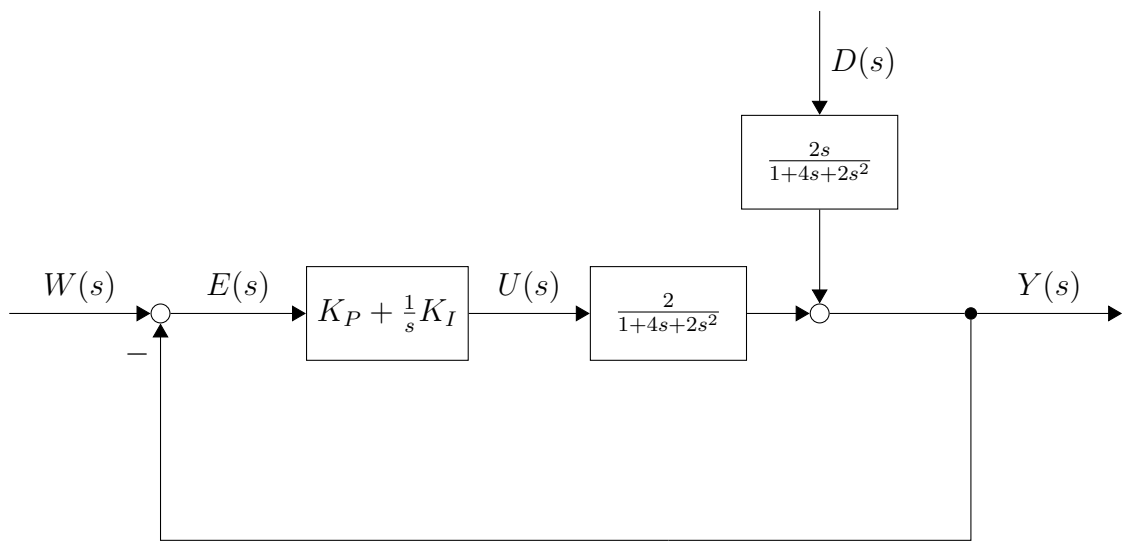
$$Y(s) = 2U(s) - 4Y(s)s - 2Y(s)s^2 + 2D(s)s \quad (8)$$

$$Y(s)(1 + 4s + 2s^2) = 2U(s) + 2D(s)s \quad (9)$$

$$Y(s) = \frac{2}{1 + 4s + 2s^2}U(s) + \frac{2s}{1 + 4s + 2s^2}D(s) \quad (10)$$

3

b) Das Blockschaltbild hat folgendes Aussehen:



3

c) Für die Übertragungsfunktionen ergibt sich:

$$G_{dc} = \frac{G_{Do}}{1 + G_R G_S} = \frac{\frac{2s}{1+4s+2s^2}}{1 + \frac{2K_P s + 2K_I}{s+4s^2+2s^3}} = \frac{2s^2}{2s^3 + 4s^2 + (2K_P + 1)s + 2K_I} \quad (11)$$

$$G_{wc} = \frac{G_R G_S}{1 + G_R G_S} = \frac{\frac{2K_P s + 2K_I}{s+4s^2+2s^3}}{1 + \frac{2K_P s + 2K_I}{s+4s^2+2s^3}} = \frac{2K_P s + 2K_I}{2s^3 + 4s^2 + (2K_P + 1)s + 2K_I} \quad (12)$$

4

d) Anwendung des Hurwitz Kriteriums ergibt:

$$2K_I > 0 \rightarrow K_I > 0 \quad (13)$$

$$2K_P + 1 > 0 \rightarrow K_P > -\frac{1}{2} \quad (14)$$

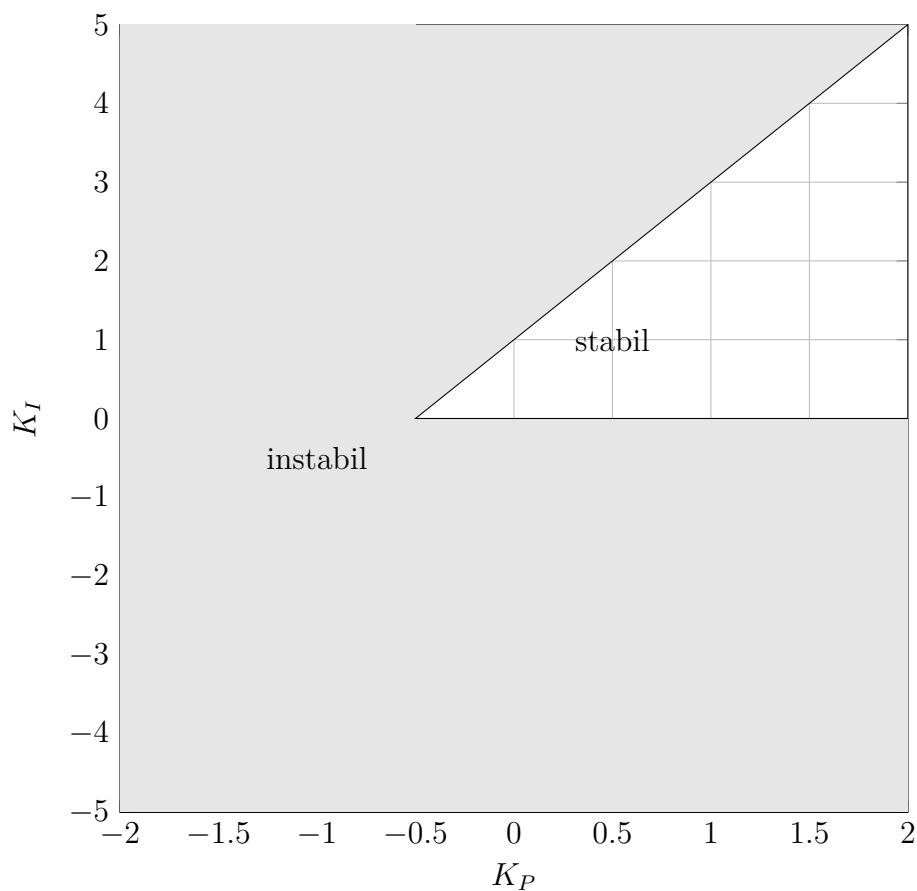
$$4 > 0 \quad \checkmark \quad (15)$$

$$2 > 0 \quad \checkmark \quad (16)$$

$$4(2K_P + 1) - 4K_I > 0 \rightarrow K_I < 2K_P + 1 \quad (17)$$

Damit ergibt sich das unten dargestellte Stabilitätsgebiet:

2

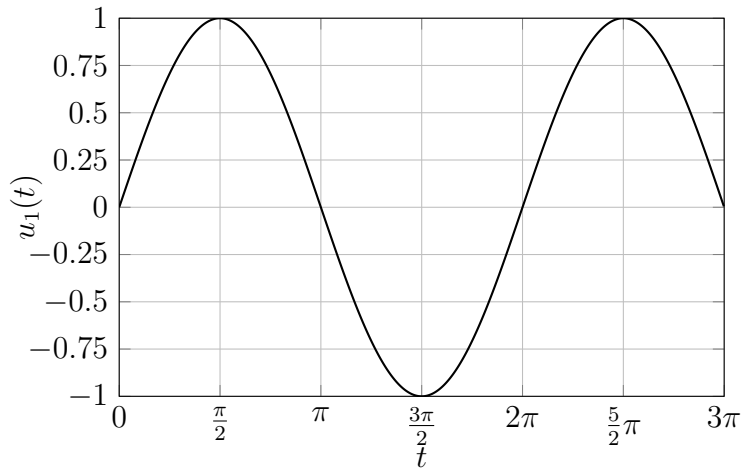


3

$\sum 15$

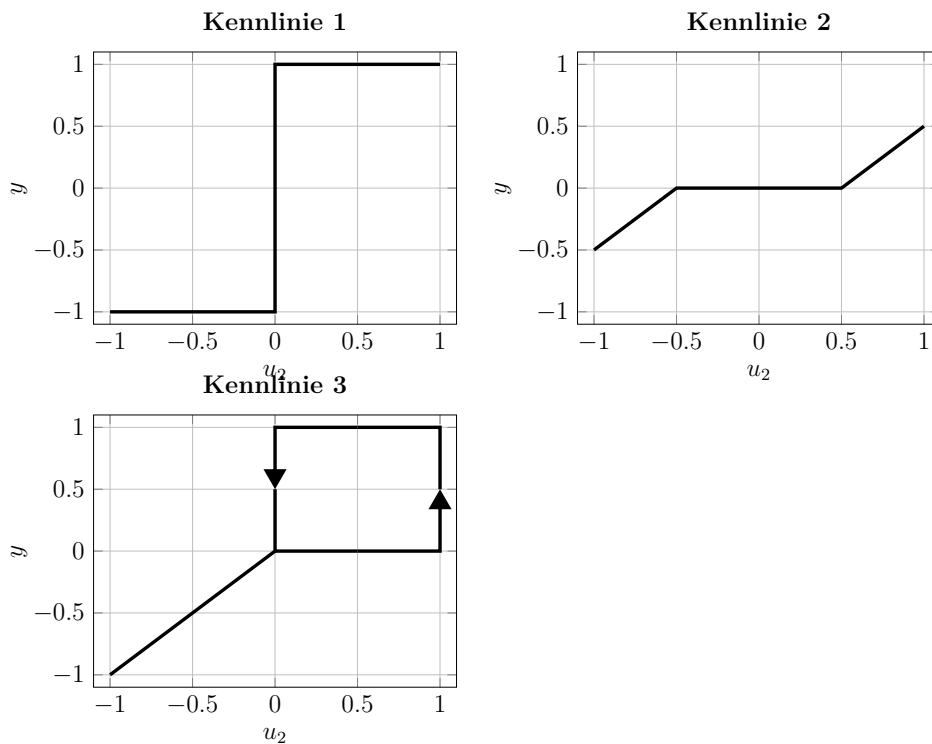
Aufgabe 4: Nichtlineare Systeme

a) Das Integral von $\cos(t)$ ist $u_2(t) = \sin(t)$. Als Antwort ergibt sich daher:



2

b) Die folgenden Kennlinien sind richtig:



7

c) Alle Kennlinien können die gleiche Systemantwort für z.B. $u_2 = 0.2$ und $u_2 = 0.4$ ergeben, daher sind alle nicht invertierbar. Kennlinie 1 und 2 sind eindeutig, Kennlinie 3 ist eine Hysterese und daher nicht eindeutig.

2

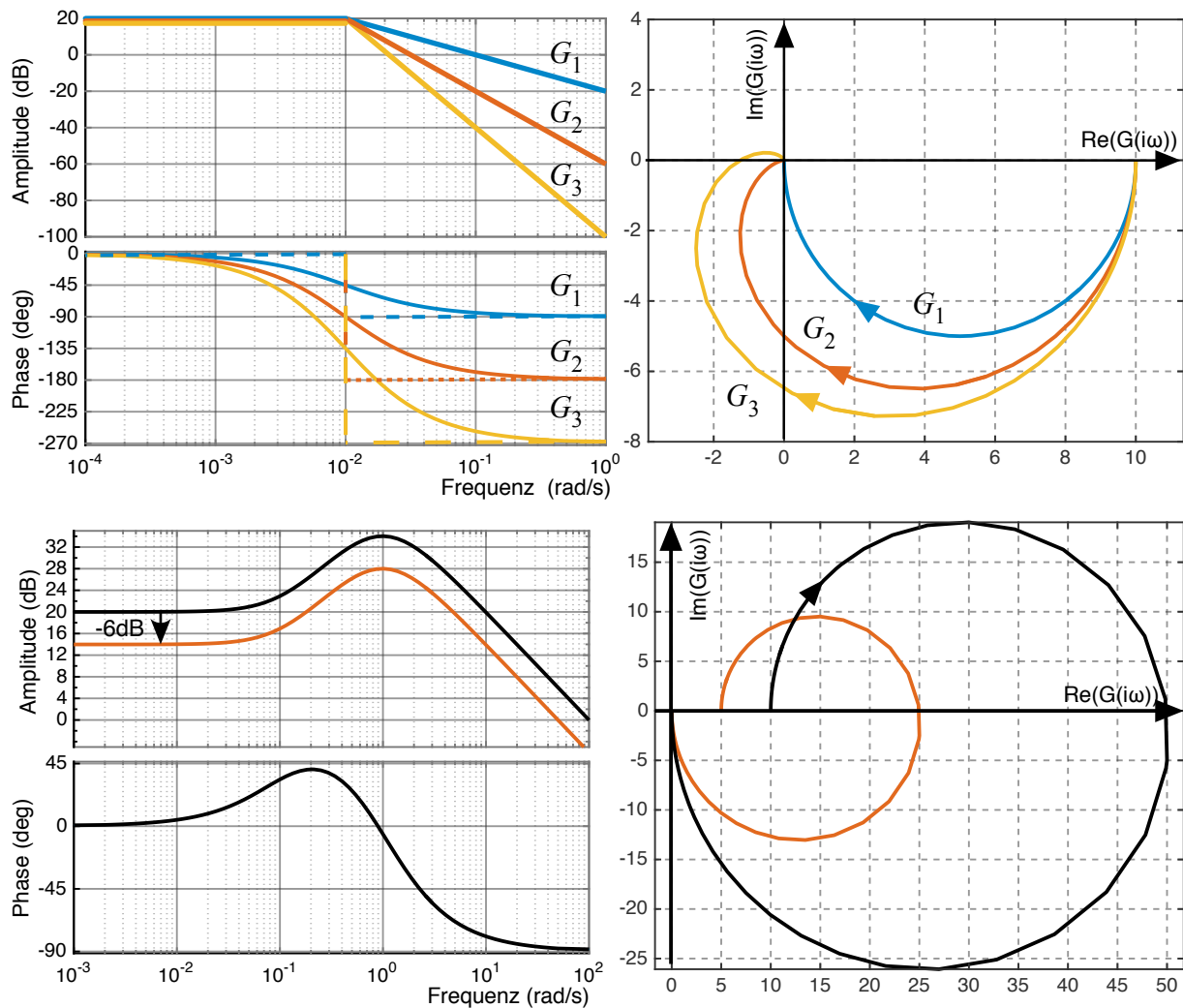
 $\Sigma 11$

Aufgabe 5: Frequenzgänge

- a) Mit der Verstärkung $10 \rightarrow 20\text{dB}$ und der Eckfrequenz $\frac{1}{100} \rightarrow 10^{-2}$ ergeben sich zusammen mit den Asymptotensteigungen $-n \cdot 20\text{ dB/Dekade}$ und den Phasensprüngen von $-n \cdot 90^\circ$ die unten dargestellten asymptotischen Verläufe.

Beim Zeichnen der tatsächlichen Phasengänge sollte beachtet werden, dass bei der Eckfrequenz die Hälfte der jeweiligen maximalen Phasenverschiebung erreicht wird.

Die Ortskurven starten alle auf der reellen Achse, $\varphi(\omega = 0) = 0^\circ$, bei 10 und enden im Koordinatenursprung $A(\omega \rightarrow \infty) = 0$, nachdem sie mit abnehmender Amplitude n Quadranten durchlaufen haben. 9



- b) Für die Stabilität ist zu beachten, dass die Ortskurven für $n = 1$ und $n = 2$ nicht den dritten Quadranten erreichen. Damit kann der Punkt $(-1,0)$ auch bei beliebig großer Verstärkung nicht umschlungen werden (Nyquist-Kriterium). Somit sind diese Systeme *strukturstabil*. 1
- c) Für jede Polstelle ergibt sich eine maximale Phasenverschiebung von -90° . Damit gilt allgemein für ein PT_n -Glieder: $\varphi(\omega \rightarrow \infty) = -n \cdot 90^\circ$. 1

- d) Die Reduzierung um den Faktor 0,5 entspricht einer Absenkung der Amplitude im Bodediagramm um $20 \cdot \log 0,5 = -6 \text{ dB}$. Auf die Phase wirkt sich die Multiplikation mit einer Konstanten grundsätzlich **nicht** aus!

In der Ortskurve wird der Verlauf relativ zum Koordinatenursprung mit dem Faktor 0,5 skaliert. Die Ergebnisse sind in den unteren Diagrammen auf der vorherigen Seite dargestellt.

5

Σ 16

Aufgabe 6: Bode-Diagramm (13 Punkte)

Gegeben sind zwei Regler mit folgenden Übertragungsfunktionen:

$$G_{PD}(s) = K_P \cdot (1 + T_D \cdot s) \quad (18)$$

$$G_{PDT_1}(s) = K_P \cdot \frac{1 + T_D \cdot s}{1 + T_1 \cdot s} \quad (19)$$

Es gilt: $K_P = 1$, $T_D > 0$ und $T_1 > 0$.

- a) Der Ausgang des Reglers ist der Eingang des zu regelnden Systems. Es wird Stellgröße genannt. 1
- b) Die Zeitkonstante des PD-Gliedes wurde auf $T_D = 5$ gesetzt. Das System hat globales P-Verhalten, die Asymptotensteigung ist somit gleich Null für $\omega \rightarrow 0$. Durch die Vorgabe $K_P = 1$ ergibt sich eine Verstärkung von 0 dB. Mit $T_D = 5$ folgt eine Nullstelle bei $n = -2$. Durch die stabile Nullstelle verändert sich die Steigung des asymptotischen Amplitudengangs bei $\omega = 2$ um $+20 \frac{\text{dB}}{\text{Dek}}$. Der Phasengang ist Null für $\omega \rightarrow 0$ aufgrund des globalen Verhaltens. Bei $\omega = 2$ hebt sich die Phase aufgrund der Nullstelle um 90° an. Siehe rote Kurve in Bild 1. 2
- c) Mit der Wahl $T_1 = 0.5$ folgt eine Pol bei $p = -20$. Mit der Nullstelle aus Aufgabenteil 2 folgt der asymptotische Amplitudengang in Bild 1. Die Steigung ist initial gleich Null aufgrund des globalen P-Verhaltens. Die Steigung verändert sich bei $\omega = 2$ um $+20 \frac{\text{dB}}{\text{Dek}}$ und bei $\omega = 20$ um $-20 \frac{\text{dB}}{\text{Dek}}$. Die Phase wird im Bereich von $\omega = 2 \dots 20$ asymptotisch von 0° auf 90° angehoben. Siehe grüne Kurve in Bild 1. 3
- d) Mit der Wahl $T_1 = 5$ folgt eine Pol bei $p = -0.2$. Mit der Nullstelle aus Aufgabenteil 2 folgt der asymptotische Amplitudengang in Bild 1. Die Steigung ist initial gleich Null aufgrund des globalen P-Verhaltens. Die Steigung verändert sich bei $\omega = 0.2$ um $-20 \frac{\text{dB}}{\text{Dek}}$ und bei $\omega = 2$ um $+20 \frac{\text{dB}}{\text{Dek}}$. Die Phase wird im Bereich von $\omega = 2 \dots 20$ asymptotisch von 0° auf -90° abgesenkt. Siehe blaue Kurve in Bild 1. 3
- e) Durch die Wahl $T_D = T_1$ ergibt sich ein P-Glied. Aufgrund fehlender Pol- und Nullstellen, verbleibt der Amplitudengang exakt bei 0 dB. Auch die Phase bleibt unberührt exakt bei 0° . Siehe schwarze Kurve in Bild 1. 2
- f) Ein PD-Regler ist nicht realisierbar aufgrund Zählergrad $>$ Nennergrad. Aus dem asymptotischen Bode-Diagramm lässt sich erkennen, dass hohe Frequenzen beim PD-Regler stark verstärkt werden. Der D-Anteil im PD-Regler führt dazu, dass hochfrequente Eingänge zu sehr großen Stellgrößen führen. Bei einer sprungförmigen Änderung der Führungsgröße würde beispielsweise ein Dirac-Impuls als Stellgröße folgen. Ein PDT₁ hingegen hat eine begrenzte Verstärkungen für große ω . Bei sprungförmigen Änderungen der Führungsgröße wird eine endlich große Stellgröße erzeugt. 2

Σ 13

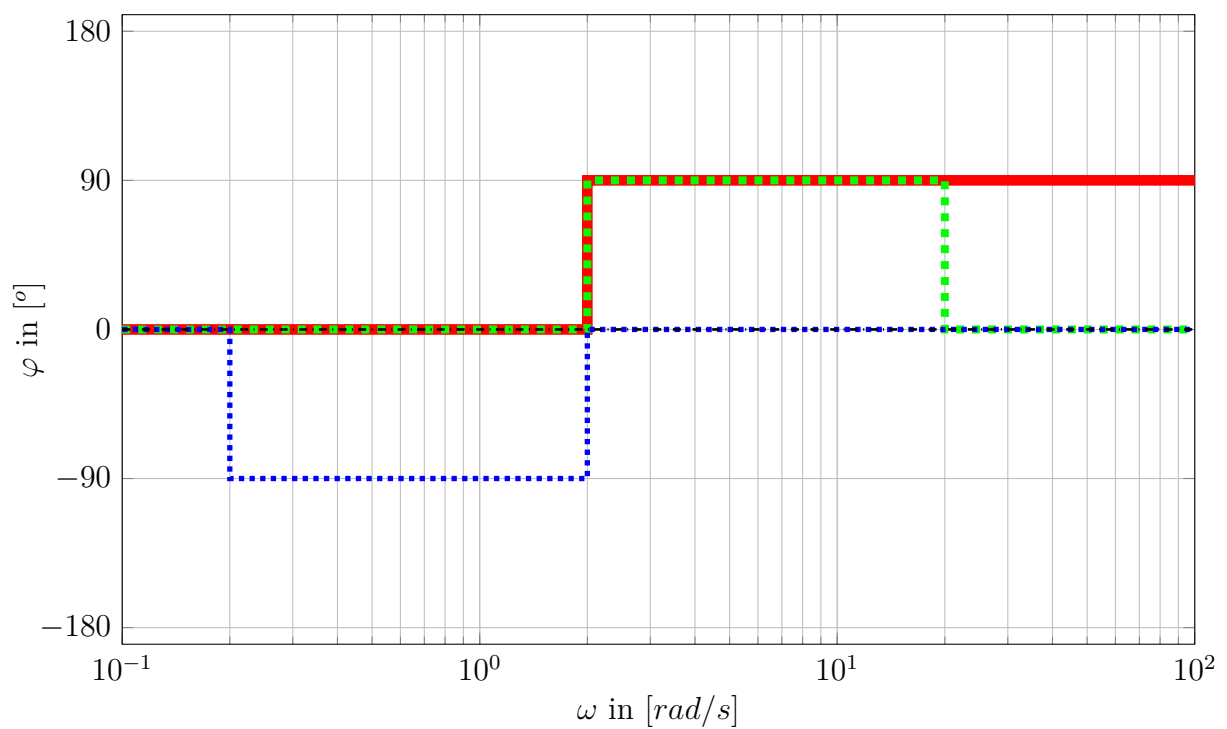
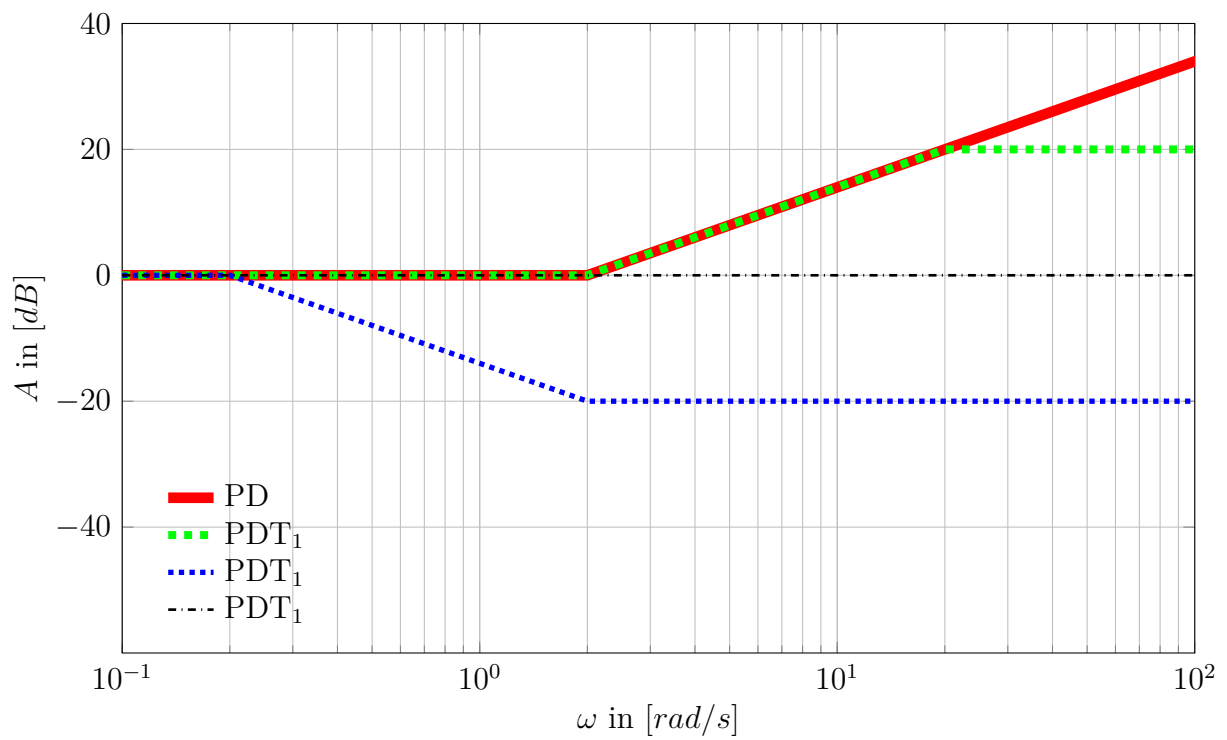


Bild 1: Lösung der asymptotischen Amplituden- und Phasengänge

Aufgabe 7: Wurzelortskurve (12 Punkte)

a) Der offene Regelkreis ergibt sich hier aus Regler und Strecke:

$$G_{R,1}(s) = K_P \cdot (1 + T_D \cdot s) \quad \text{mit} \quad K_P = 1, \quad T_D = 1 \quad (20)$$

$$G_{0,PD}(s) = G_{R,1}(s) \cdot G_S(s) \quad (21)$$

$$= (1 + s) \cdot \frac{1}{(s + 5) \cdot (s + 4) \cdot (s + 3)} \quad (22)$$

$$= \frac{1 + s}{(s + 5) \cdot (s + 4) \cdot (s + 3)} \quad (23)$$

1

$$G_{R,2}(s) = K_P \cdot \frac{1 + T_D \cdot s}{1 + T_1 \cdot s} \quad \text{mit} \quad K_P = 1, \quad T_D = 1, \quad T_1 = \frac{1}{7} \quad (24)$$

$$G_{0,PDT_1}(s) = G_{R,2}(s) \cdot G_S(s) \quad (25)$$

$$= \frac{1 + s}{1 + \frac{1}{7} \cdot s} \cdot \frac{1}{(s + 5) \cdot (s + 4) \cdot (s + 3)} \quad (26)$$

$$= \frac{1 + s}{(s + 5) \cdot (s + 4) \cdot (s + 3) \cdot (1 + \frac{1}{7} \cdot s)} \quad (27)$$

1

b) Siehe Bild 2 (exakte Lösung). Qualitativ ähnliche WOKs geben ebenfalls volle Punktzahl! 3

c) Siehe Bild 3(exakte Lösung). Qualitativ ähnliche WOKs geben ebenfalls volle Punktzahl! 3

d) Vervollständigen Sie unten stehende Tabelle indem Sie „Ja“ oder „Nein“ eintragen. Der geschlossene Regelkreis wird hier mit $G(s)$ abgekürzt.

	Ist $G(s)$ strukturstabil?	Kann $G(s)$ schwingungsfähig werden?	Hat das System eine bleibende Regelabweichung für $W(s) = \frac{1}{s}$?	Welche Polüberschuss hat $G(s)$?
PD	Ja	Ja	Ja	2
PDT ₁	Nein	Ja	Ja	3

4

 $\sum 12$

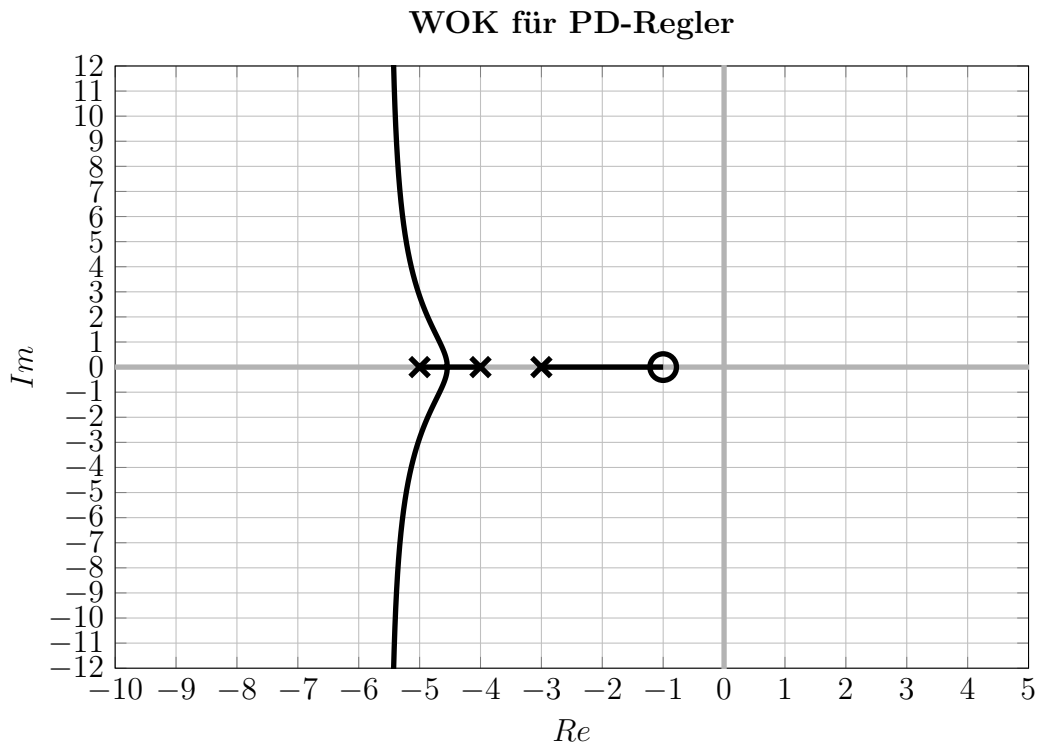
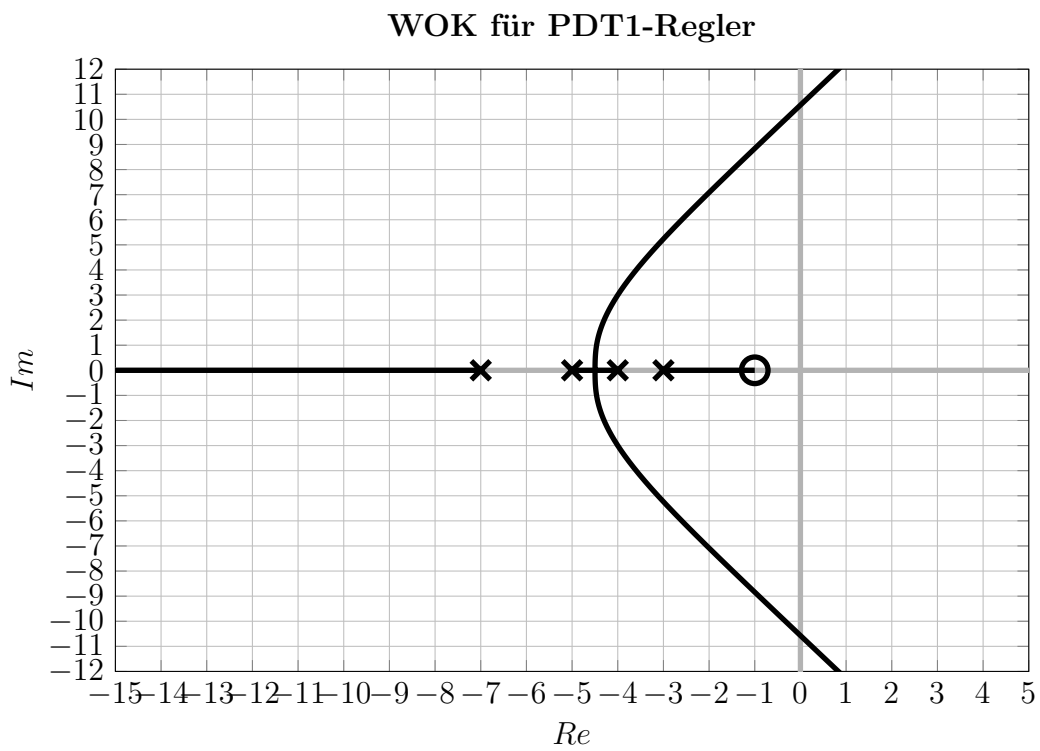
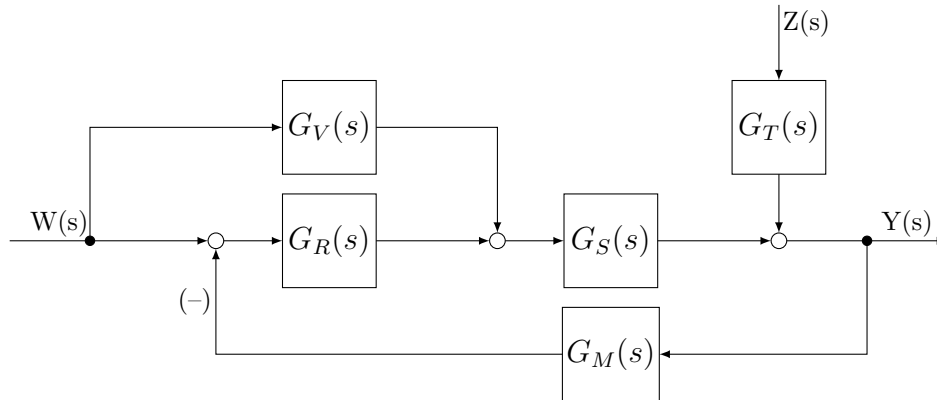


Bild 2: Exakte WOK für das System mit PD-Regler

Bild 3: Exakte WOK für das System mit PDT₁-Regler

Aufgabe 8: Vorsteuer (14 Punkte)

- a) Tragen Sie die im folgenden aufgelisteten Übertragungsfunktionen im obigen Blockschaltbild an der Richtigen Stelle ein:



5

- b) Welche Eigenschaft sollte die Übertragungsfunktion von $W(s)$ nach $Y(s)$ auf jeden Fall besitzen?

Verstärkung = 1

1

- c) Realisierbare Vorsteuer für die gegebene Regelstrecke:

$$G_V^{real}(s) = \frac{C_2 s^2 + C_3 s}{C_1} \frac{1}{(1 + T_v s)^2}$$

2

- d) Übertragungsfunktion von $W(s)$ nach $E(s)$, $G_{W \rightarrow E}(s)$:

$$\begin{aligned} E &= W - ([G_R E + G_V W] G_S + G_T Z) G_M \\ \Leftrightarrow E &= W - (G_R G_S G_M E + G_V G_S G_M W + G_T G_M Z) \\ \Leftrightarrow E (1 + G_R G_S G_M) &= (1 - G_V G_S G_M) W - G_T G_M Z \\ \Leftrightarrow E &= \underbrace{\frac{1 - G_V G_S G_M}{1 + G_R G_S G_M}}_{G_{W \rightarrow E}(s)} W - \frac{G_T G_M}{1 + G_R G_S G_M} Z \end{aligned}$$

6

 $\Sigma 14$