

Prüfungsklausur Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

15. August 2015

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	20	15	10	18	14	12	9	22	120
Note:	Ist:									

Dauer der Klausur: 2 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner und 4-seitige Formelsammlung

Aufgabe 1: Verständnisfragen(20 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.

Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!

Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Wie sieht die Übertragungsfunktion eines realen PD-Reglers aus?

- ☐ $G_R(s) = K_P + K_D \cdot \frac{1}{s}$
☐ $G_R(s) = K_P + K_S \cdot s$
☐ $G_R(s) = K_P + K_D \cdot \frac{s}{1 + T_1 s}$

b) Welche Linearisierung der Differenzialgleichung $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + 5 \sin(y(t)) = u(t)$ um den Punkt $y_0 = 0$ ist richtig?

- ☐ $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + 5(y(t) - y_0) = u(t) - u_0$
☐ $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) = u(t) - u_0$
☐ $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) - 5(y(t) - y_0) = u(t) - u_0$

c) Welche Aussagen gelten allgemein für Übertragungsfunktionen ohne Totzeit?

- ☐ Wenn alle Nullstellen einen negativen Realteil haben, sind sie phasenminimal.
☐ Wenn sie mindestens eine Polstelle, gleichgültig ob reell oder konjugiert komplex, mit positivem Realteil haben, sind sie instabil.
☐ Stabile Übertragungsfunktionen sind immer auch phasenminimal.

d) Welche Vorsteuerung für die Strecke $G_s(s) = \frac{5}{(s+2)^2}$ ist sinnvoll?

- ☐ $G_W(s) = \frac{(s+2)^2}{5}$
☐ $G_W(s) = \frac{(s+2)^2}{(1+Ts)^2}$, T möglichst klein.
☐ $G_W(s) = \frac{(s+2)^2}{5(1+Ts)^2}$, T möglichst klein..

e) Welche Aussagen gelten für die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2}$?

- ☐ Die Übertragungsfunktion hat die Verstärkung K .
☐ Für $0 < D < 1$ hat die Übertragungsfunktion konjugiert komplexe Pole.
☐ Für $D > 1$ ist die Übertragungsfunktion schwingungsfähig.

f) Die Sprungantwort eines Systems lautet $y(t) = 2 \cdot (1 - e^{-t})$. Wie lautet die Impulsantwort des gleichen Systems?

- ☐ $y(t) = -2e^{-t}$
☐ $y(t) = 2e^{-t}$
☐ $y(t) = 2 \cdot (1 - e^{-t}) \cdot e^{-t}$

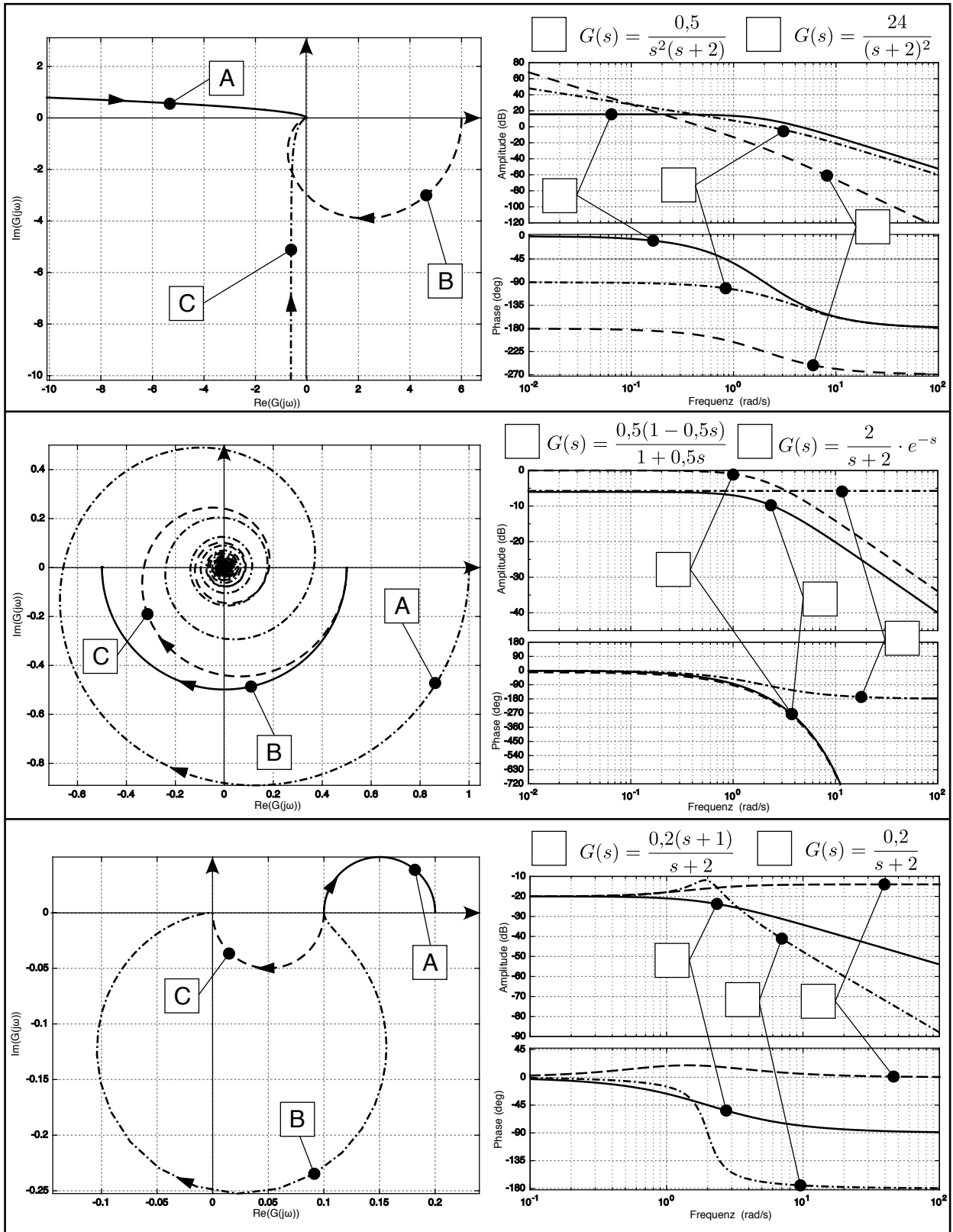
g) Welche Aussagen über bleibende Regelabweichungen sind richtig?

- ☐ Bei Reglern ohne I-Anteil kommt es immer zu bleibenden Regelabweichungen.

- ☐ Um einen bleibenden Regelfehler bei rampenförmiger Führungsgröße zu vermeiden, muss der offene Regelkreis 2 Integratoren enthalten ($\frac{1}{s^2}$).
 - ☐ Eine bleibende Regelabweichung kann durch Erhöhen der Verstärkung des offenen Regelkreises reduziert werden (Stabilität vorausgesetzt).
- h) Die Empfindlichkeitsfunktion. . .
- ☐ beschreibt den Zusammenhang zwischen Stör- und Regelgröße im Standardregelkreis.
 - ☐ ist kleiner als 0 dB im Gegenkopplungsbereich einer Regelung und größer 0 dB im Mittkopplungsbereich.
 - ☐ ist die Inverse der komplementären Empfindlichkeitsfunktion.
- i) In welcher Reihenfolge erfolgt der Reglerentwurf bei der Kaskadenregelung?
- ☐ Vom äußersten Regelkreis nach innen.
 - ☐ Vom innersten Regelkreis nach außen.
 - ☐ Die Reihenfolge ist egal.
- j) Die Regelung von Strecken mit Totzeiten. . .
- ☐ ist problematisch, da Totzeiten die Phase im Frequenzgang absenken.
 - ☐ ist unproblematisch, da Totzeiten für eine Stabilisierung des geschlossenen Regelkreises sorgen.
 - ☐ ist aufwändiger, weil sich viele regelungstechnische Methoden, z.B. das Hurwitz-Kriterium oder der Polvorgabe-Regler, nicht oder nicht direkt anwenden lassen.
- k) Welche Kennlinien lassen sich immer invertieren?
- ☐ Streng monoton fallende oder streng monoton steigende Kennlinien.
 - ☐ Parabelförmige Kennlinien (z.B. $y = u^2$).
 - ☐ Eindeutige Kennlinien.
- l) Welche Vorteile hat der Entwurf eines Kompensationsreglers?
- ☐ Im Gegensatz zum Polvorgaberegler kann auch das Zählerpolynom des geschlossenen Regelkreises vorgegeben werden.
 - ☐ Funktioniert auch bei nichtphasenminimalen und instabilen Systemen.
 - ☐ Das Entwurfsverfahren ergibt nicht nur die Reglerparameter sondern auch die Reglerstruktur.
- m) Was ist bezüglich des D-Anteils im PID Regler zu beachten?
- ☐ Der D-Anteil verstärkt das Messrauschen. Je nach Stärke des Messrauschen ist daher eine geeignete Filterung des Messsignales notwendig, um eine verrauschte Stellgröße zu vermeiden.
 - ☐ Der D-Anteil in einem PID-Regler wirkt sich stets destabilisierend auf die Regelung aus.
 - ☐ Bei sprunghaft veränderlichen Führungsgrößen ist es sinnvoll, das D-Glied nicht auf den Regelfehler sondern nur auf die Regelgröße anzuwenden, um starke Stöße in der Stellgröße zu vermeiden.

Aufgabe 2: Frequenzgänge (15 Punkte)

Gegeben sind 3 Diagramme mit jeweils 3 verschiedenen Frequenzgangsortskurven. Ordnen Sie diese jeweils den rechts abgebildeten 3 Bodediagrammen und 2 Übertragungsfunktionen zu. Geben Sie jeweils eine **kurze** Begründung an.

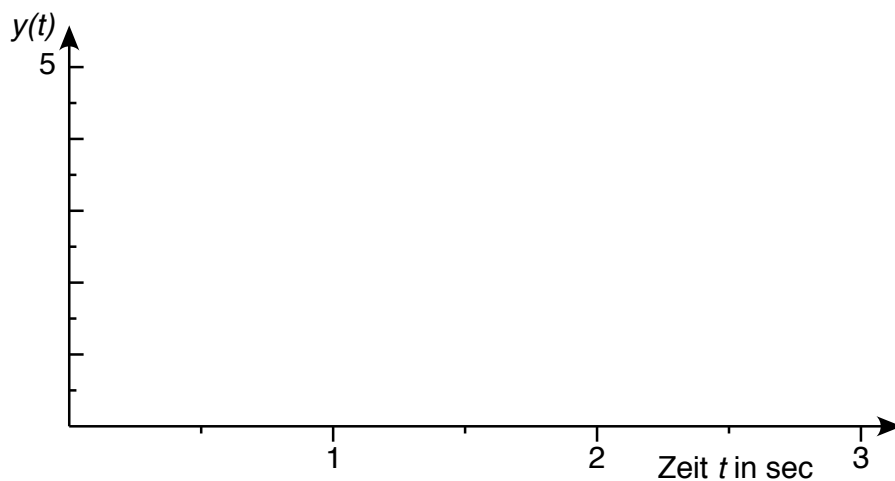


Aufgabe 3: Sprung- und Impulsantwort (10 Punkte)

Gegeben ist die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{4}{s+2} \cdot e^{-0,5s}$$

- a) Wie heißt dieses dynamische System? Geben Sie bitte auch die Kurzbezeichnung (bestehend aus den Elementen P, I, D, T₁, T_t etc.) an.
- b) Berechnen Sie den Anfangs- und Endwert der **Impulsantwort**:
 $y(t) \circ \bullet Y(s) = G(s)$.
- c) Berechnen Sie den Anfangs- und Endwert der **Sprungantwort**:
 $y(t) \circ \bullet Y(s) = \frac{1}{s} \cdot G(s)$.
- d) Skizzieren Sie beide Antworten qualitativ in das Diagramm unten. Benutzen Sie dazu die berechneten Anfangs- und Endwerte sowie die Anfangstangente als Hilfsmittel.



Aufgabe 4: Wurzelortskurve (18 Punkte)

Gegeben ist der in der Abbildung 1 dargestellte Regelkreis. Der Regler $G_R(s)$ ist ein **idealer PD-Regler** mit einer variablen Nullstelle.

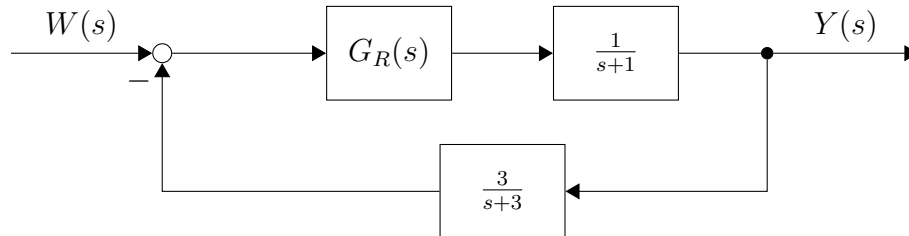
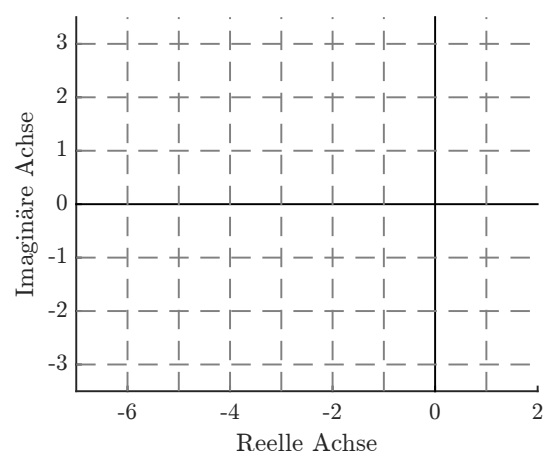
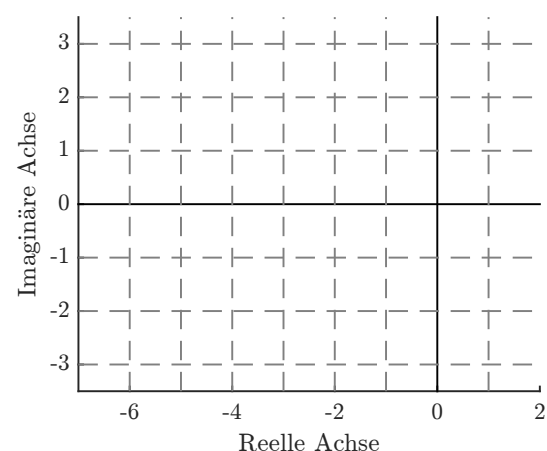
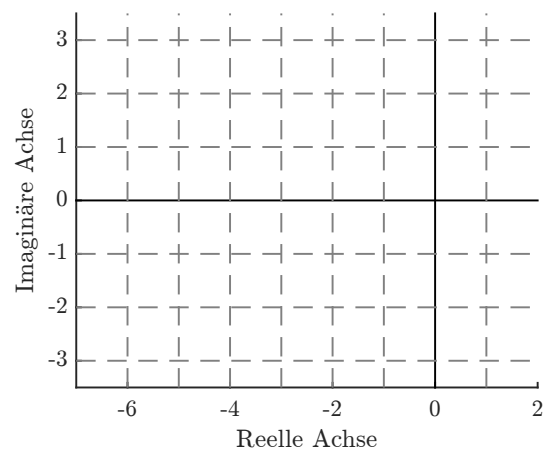
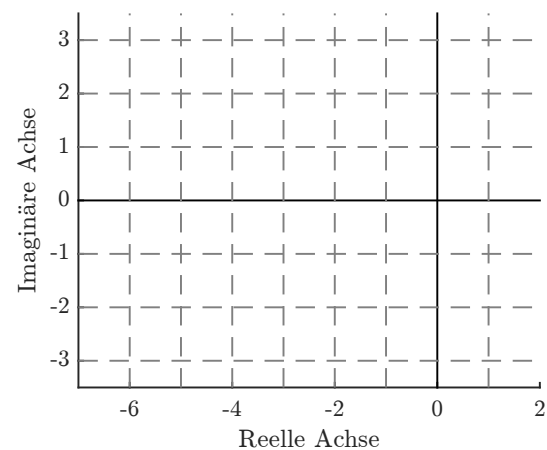
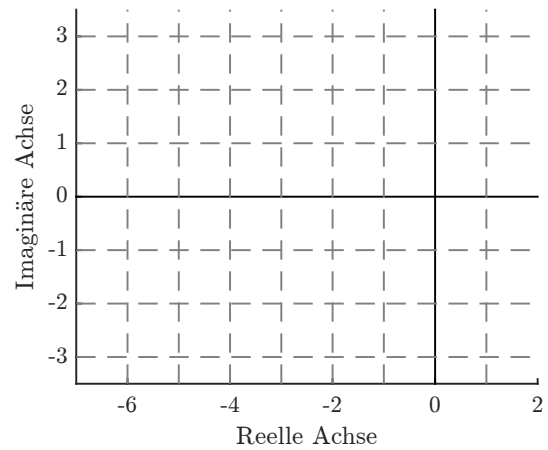
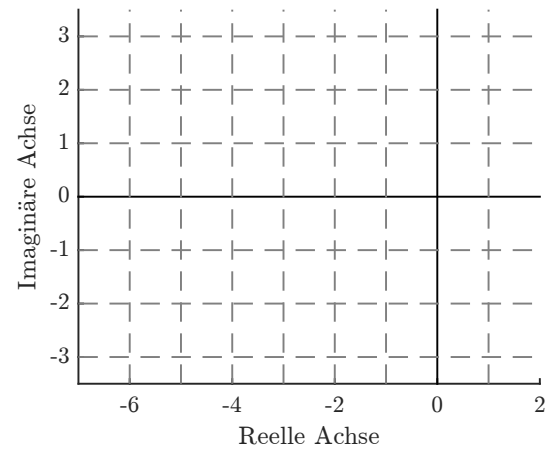


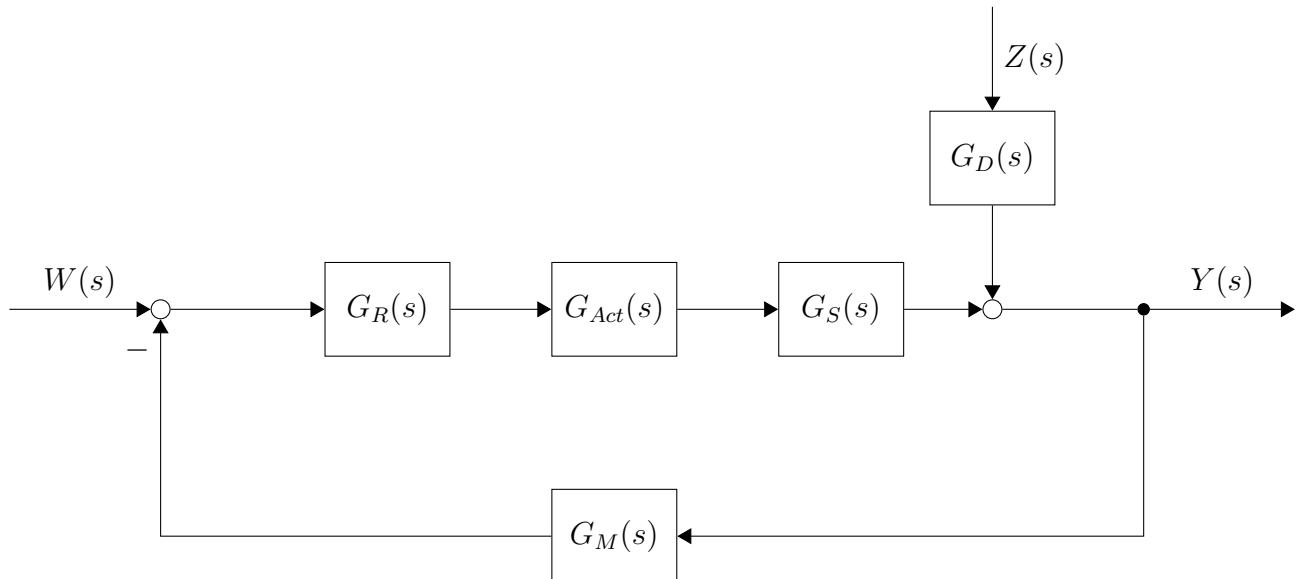
Abbildung 1: Regelkreis

- Was stellen die Äste einer Wurzelortskurve dar? (1 Satz)
- Wie lautet die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises?
- Aus der variablen Nullstelle des Reglers ergeben sich qualitativ unterschiedliche Wurzelortskurven. Skizzieren Sie 6 verschiedene Wurzelortskurven des oben gegebenen Systems (für positive Kreisverstärkung) für jeweils einem beispielhaften Wert für die Nullstelle.
Hinweise: Eine Berechnung von Verzweigungspunkten o.ä. ist nicht nötig, ein ungefährender Verlauf ist ausreichend. Führen Sie die Fälle einer idealen Pol-/Nullstellenkürzung mit auf.
- Begründen Sie kurz, welche der resultierenden, geschlossenen Regelkreise instabil sein können.
- Begründen Sie kurz, welche der resultierenden, geschlossenen Regelkreise schwingungsfähig sein können.
- Begründen Sie kurz, welcher der oben skizzierten Fälle das langsamste Einschwingverhalten besitzt.



Aufgabe 5: Störgrößenaufschaltung (14 Punkte)

Gegeben ist ein Regelkreis, bestehend aus dem Regler $G_R(s)$, der Strecke $G_S(s)$, dem Aktor $G_{Act}(s)$ und der Messeinrichtung $G_M(s)$. Eine messbare Störung $Z(s)$ beeinflusst über eine bekannte Dynamik $G_D(s)$ ebenfalls den Regelkreis (siehe Abbildung).



- Zeichnen Sie eine Störgrößenaufschaltung $G_A(s)$ in den obigen Regelkreis ein, der den Störeinfluss eliminiert.
- Leiten Sie die Übertragungsfunktionen $G_W(s)$ bzw. $G_Z(s)$ des Gesamtsystems (mit Störgrößenaufschaltung $G_A(s)$) her, die zeigen wie die Führungsgröße $W(s)$ bzw. die Störung $Z(s)$ die Regelgröße $Y(s)$ beeinflusst.
- Begründen Sie kurz, wie die Störgrößenaufschaltung $G_A(s)$ die Stabilität des Regelkreises beeinflusst.

Für die folgenden Aufgabenteile sind die Dynamiken des Regelkreises wie folgt gegeben:

$$G_R(s) = K \quad G_{Act} = e^{-\frac{1}{2}s} \quad G_S(s) = \frac{1}{1+5s} e^{-\frac{1}{2}s} \quad G_M(s) = 1$$

Für die Dynamik des Störeinflusses werden zwei verschiedene Fälle angenommen:

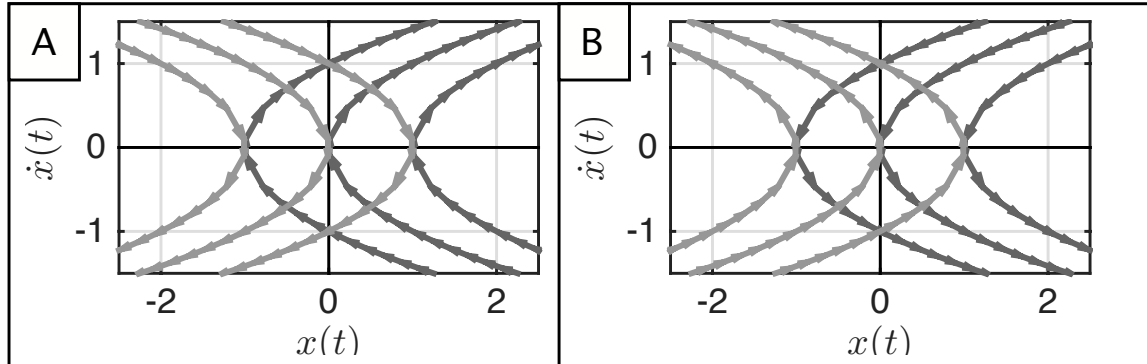
$$G_{D1}(s) = \frac{e^{-2s}}{s+1} \quad G_{D2}(s) = \frac{1}{s+1}$$

- Wie lauten die idealen Störgrößenaufschaltungen $G_{A1,2}(s)$ für $G_{D1}(s)$, bzw. $G_{D2}(s)$?
- Sind die idealen Störgrößenaufschaltungen realisierbar? Begründen Sie jeweils kurz, falls diese es nicht sind.
- Begründen Sie kurz, welche der beiden Störeinflüsse schwieriger auszugleichen ist.

Aufgabe 6: Phasenebene (12 Punkte)

- a) Unten sind zwei Phasenebenen (A und B) dargestellt. Wählen Sie die Richtige und tragen Sie Ihr Ergebnis unten ein.

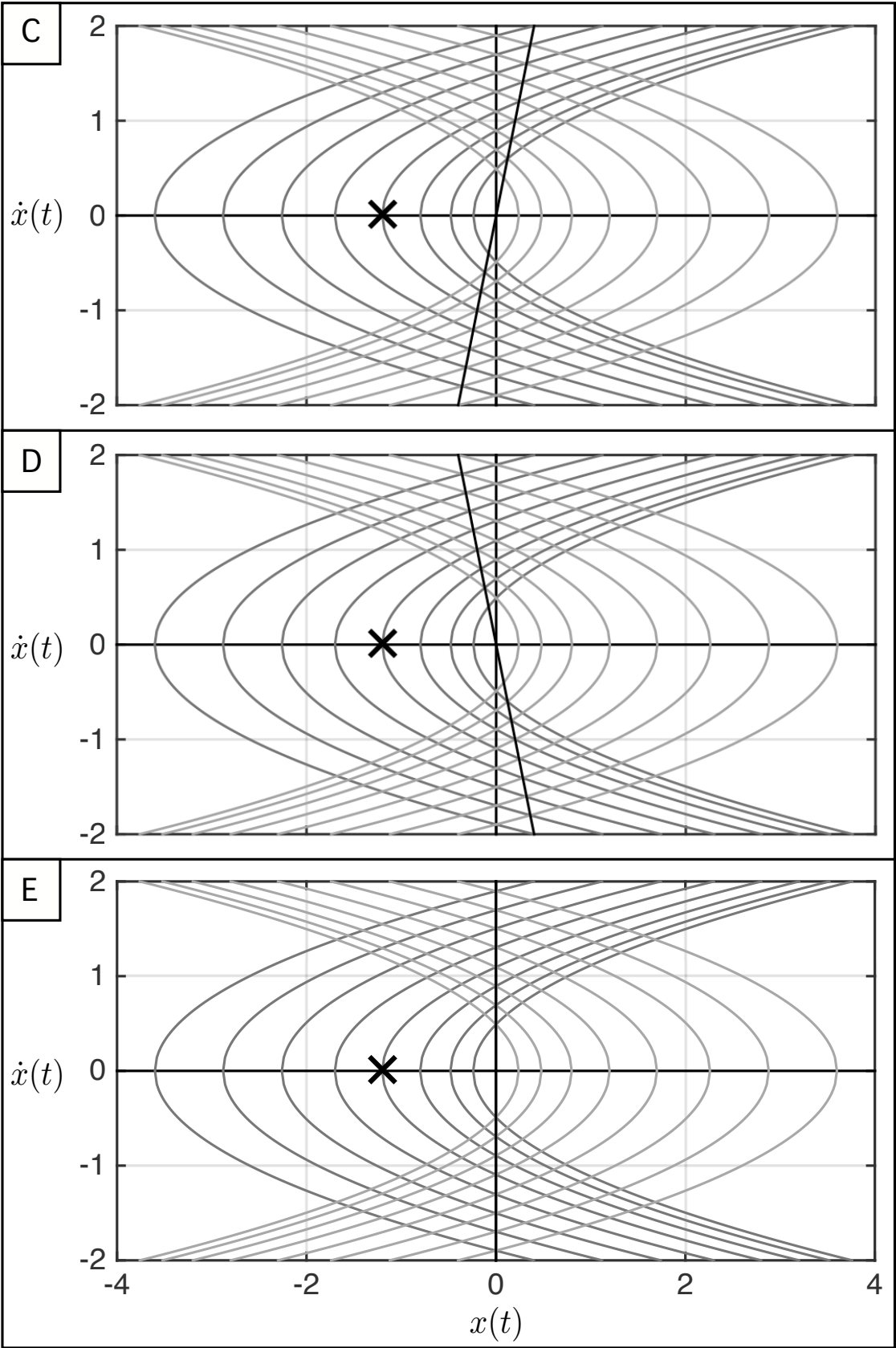
Richtige Phasenebene:



- b) In dem unten stehenden Diagrammen C bis E sind drei Schaltgeraden eingezeichnet. Zeichnen Sie den zeitlichen Verlauf von $\dot{x}(t)$ über $x(t)$ für alle drei Schaltgeraden. Die Startwerte sind für alle drei Fälle gleich: $x(t_0) = -1.2$ und $\dot{x}(t_0) = 0$.

Bitte beachten Sie, dass die Schaltgerade des Diagrammes E mit der $\dot{x}(t)$ -Achse zusammen fällt.

- c) Treffen Sie eine Aussage über die Stabilität der einzelnen Schaltgeraden.
- d) Nach wie vielen Zyklen erreicht der stabile Fall den Ursprung exakt?
- e) Wie muss die Umschaltstrategie geändert werden, damit der Systemzustand möglichst schnell in den Ursprung gezwungen wird? (keine Rechnung, kurze Erklärung)

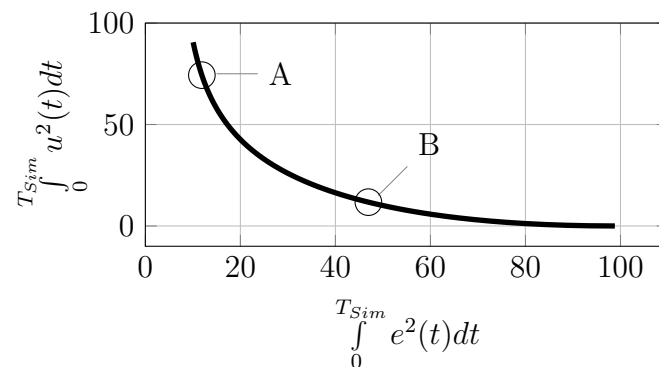


Aufgabe 7: Pareto-optimaler Regler (9 Punkte)

Für die Parameteroptimierung eines Reglers, wird folgende Verlustfunktion verwendet:

$$J = \int_0^{T_{\text{Sim}}} [e^2(t) + \alpha u^2(t)] dt$$

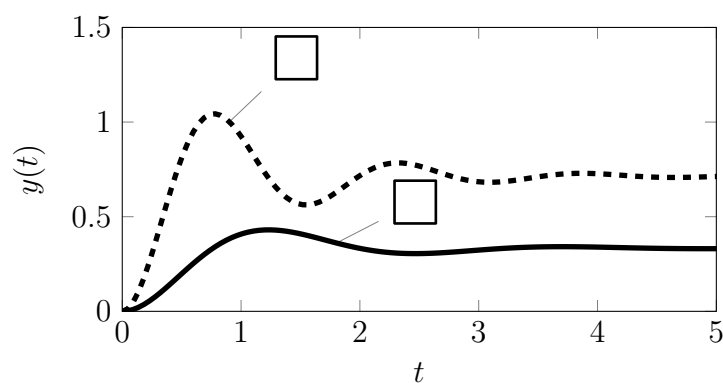
Hierbei entspricht T_{Sim} der Simulationszeit, $e(t)$ dem Regelfehler, $u(t)$ der Stellgröße und α dem einzustellenden Hyperparameter, welcher die Bestrafung der Stellgröße bestimmt.



- a) Vervollständigen Sie die Tabelle. Ordne Sie den in der Pareto Front eingezeichneten Punkten die folgenden qualitativen Eigenschaften zu: klein / groß

Punkt:	Hyperparameter α	Verstärkung K	Integral des Fehlers $\int_0^{T_{\text{Sim}}} e^2(t) dt$
A			
B			

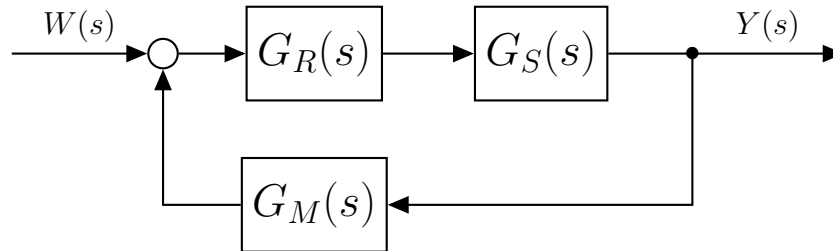
- b) In der unten stehenden Grafik sind die Sprungantworten der Fälle A und B aufgetragen. Ordnen Sie diese richtig zu.
- c) Hat der Regler einen I-Anteil?



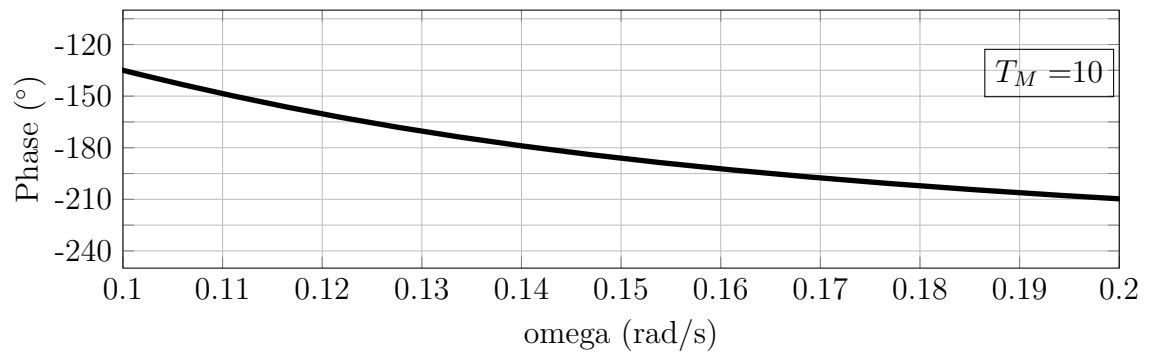
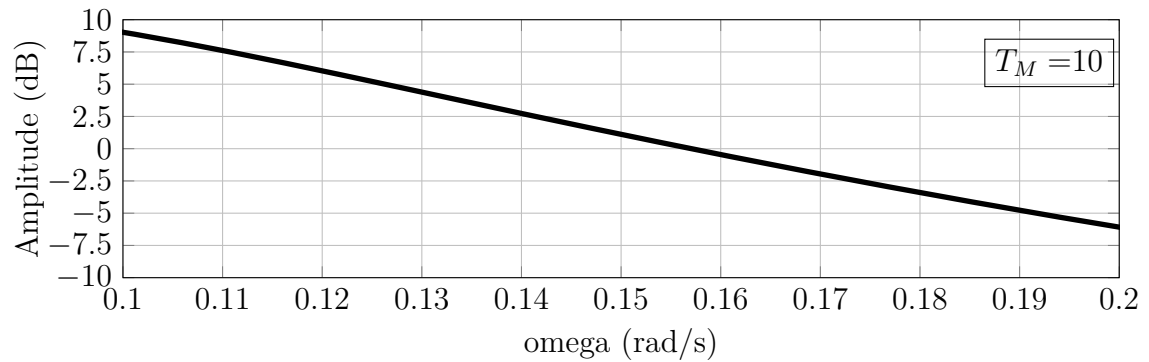
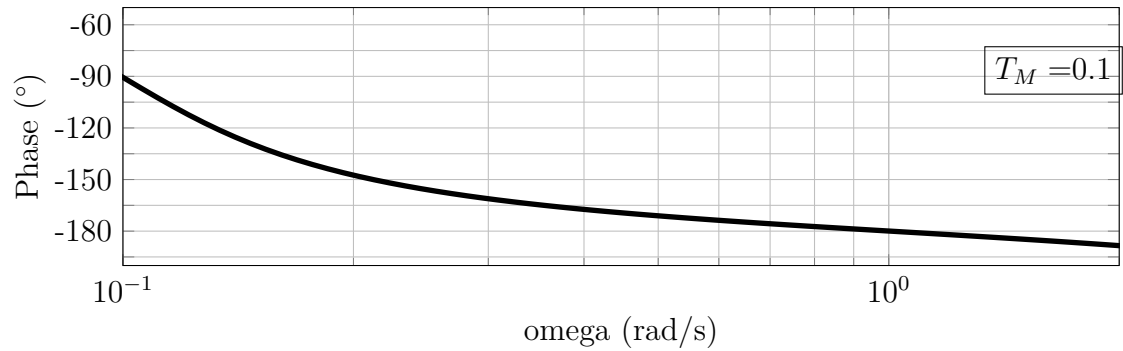
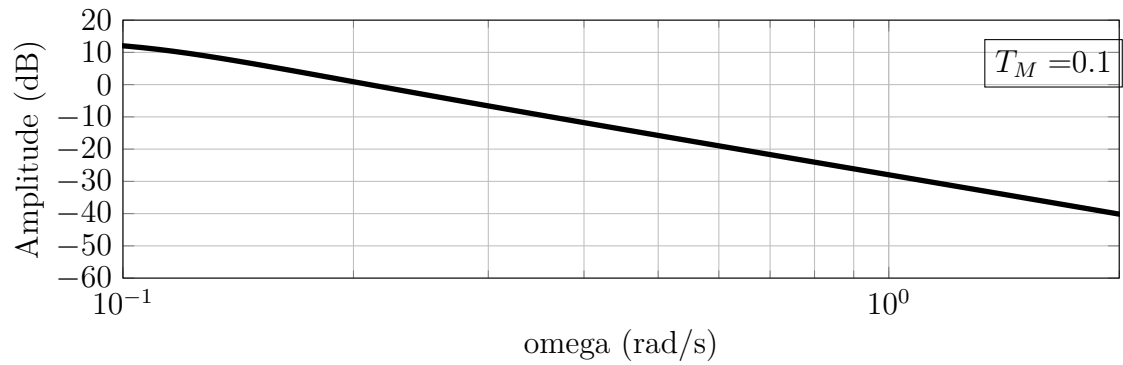
Aufgabe 8: Vernachlässigte Dynamik (22 Punkte)

Im Nachfolgenden wird das System $G_S(s)$ betrachtet. Dieses soll mit einem P-Regler geregelt werden.

$$G_S(s) = \frac{4}{100 \cdot s^2 + 10 \cdot s + 1} \quad ; \quad G_M(s) = \frac{1}{1 + T_M \cdot s} \quad ; \quad G_R(s) = K$$



- a) Zur vereinfachten Modellierung wird die Dynamik des Messgliedes $G_M(s)$ vernachlässigt ($T_M = 0$). Treffen Sie eine kurze Aussage zur ...
- Stabilität.
 - bleibenden Regelabweichung des geschlossenen Regelkreises und endliche Verstärkungen $K > 0$.
 - Sprungfähigkeit des geregelten Systems.
 - Schwingungsfähigkeit für $K = 1$.
- b) Wie verändert sich die Frequenzgangsortskurve des offenen Regelkreises von $T_M = 0$ zu $T_M > 0$?
- c) Sie haben zwei Sensoren mit verschiedenen Zeitkonstanten T_M zur Auswahl. Auf der nachfolgenden Seite sind für $K = 1$ Ausschnitte von zwei Amplituden- und Phasengängen für verschiedene T_M zu sehen.
- Bestimmen Sie Amplituden- und Phasenreserve der beiden Realisierungen grafisch (geben Sie diese Werte quantitativ an).
 - Begründen Sie kurz, welchen der beiden Sensoren Sie einsetzen würden.
- d) Aus Kostengründen wird der Sensor mit $T_M = 10$ gewählt. Stellen Sie die Führungsübertragungsfunktion $G_W(s)$ in Abhängigkeit von der Reglerverstärkung K auf und bestimmen Sie für welche Werte K das geregelte System stabil ist?



Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen(20 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.

Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!

Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Wie sieht die Übertragungsfunktion eines realen PD-Reglers aus?

☐ $G_R(s) = K_P + K_D \cdot \frac{1}{s}$

☐ $G_R(s) = K_P + K_S \cdot s$

☒ $G_R(s) = K_P + K_D \cdot \frac{s}{1 + T_1 s}$

b) Welche Linearisierung der Differenzialgleichung $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + 5 \sin(y(t)) = u(t)$ um den Punkt $y_0 = 0$ ist richtig?

☒ $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + 5(y(t) - y_0) = u(t) - u_0$

☐ $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) = u(t) - u_0$

☐ $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) - 5(y(t) - y_0) = u(t) - u_0$

c) Welche Aussagen gelten allgemein für Übertragungsfunktionen ohne Totzeit?

☒ Wenn alle Nullstellen einen negativen Realteil haben, sind sie phasenminimal.

☒ Wenn sie mindestens eine Polstelle, gleichgültig ob reell oder konjugiert komplex, mit positivem Realteil haben, sind sie instabil.

☐ Stabile Übertragungsfunktionen sind immer auch phasenminimal.

d) Welche Vorsteuerung für die Strecke $G_s(s) = \frac{5}{(s+2)^2}$ ist sinnvoll?

☐ $G_W(s) = \frac{(s+2)^2}{5}$

☐ $G_W(s) = \frac{(s+2)^2}{(1+Ts)^2}$, T möglichst klein.

☒ $G_W(s) = \frac{(s+2)^2}{5(1+Ts)^2}$, T möglichst klein..

e) Welche Aussagen gelten für die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2}$?

☒ Die Übertragungsfunktion hat die Verstärkung K .

☒ Für $0 < D < 1$ hat die Übertragungsfunktion konjugiert komplexe Pole.

☐ Für $D > 1$ ist die Übertragungsfunktion schwingungsfähig.

f) Die Sprungantwort eines Systems lautet $y(t) = 2 \cdot (1 - e^{-t})$. Wie lautet die Impulsantwort des gleichen Systems?

☐ $y(t) = -2e^{-t}$

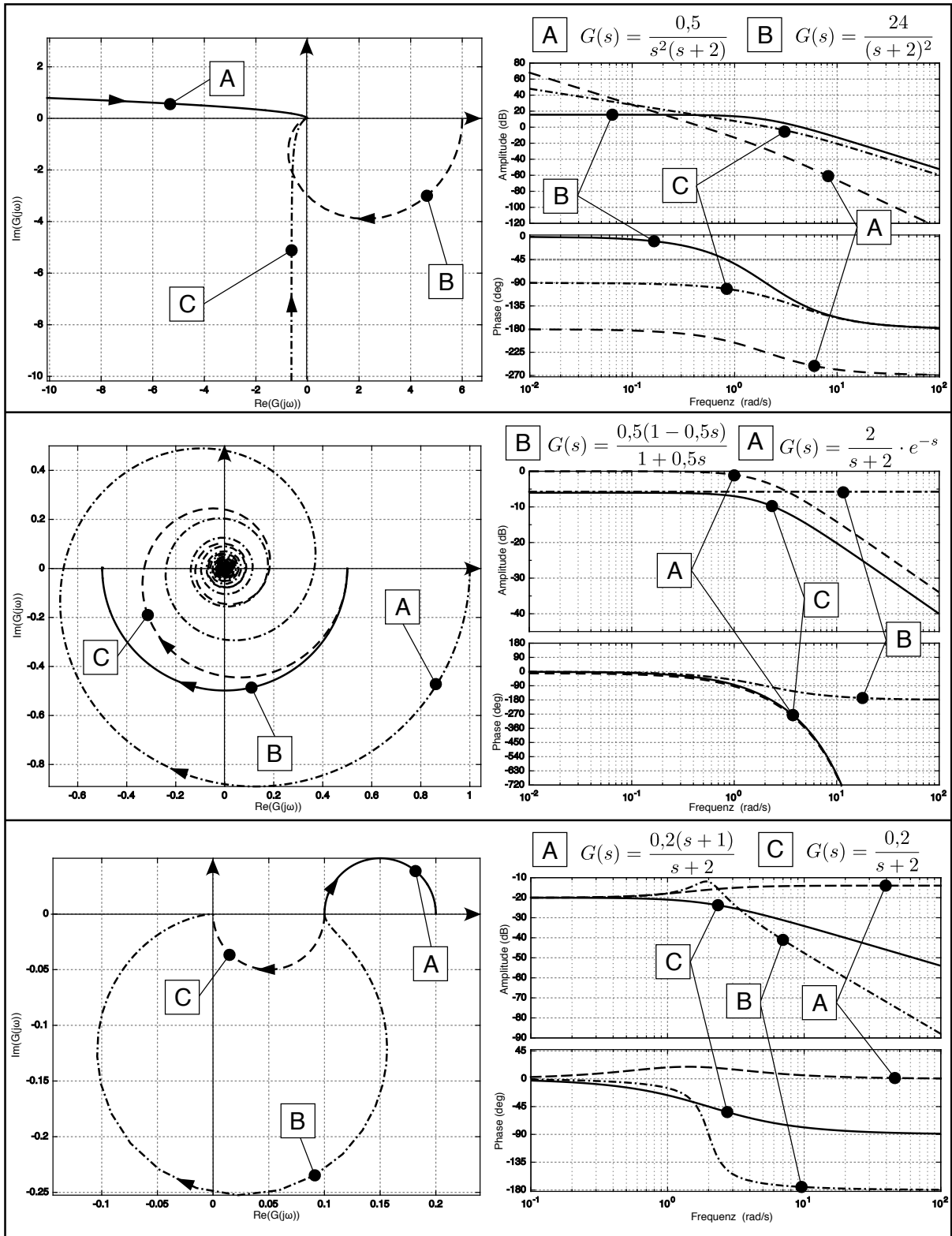
☒ $y(t) = 2e^{-t}$

☐ $y(t) = 2 \cdot (1 - e^{-t}) \cdot e^{-t}$

- g) Welche Aussagen über bleibende Regelabweichungen sind richtig?
- ☐ Bei Reglern ohne I-Anteil kommt es immer zu bleibenden Regelabweichungen.
 - ☒ Um einen bleibenden Regelfehler bei rampenförmiger Führungsgröße zu vermeiden, muss der offene Regelkreis 2 Integratoren enthalten ($\frac{1}{s^2}$).
 - ☒ Eine bleibende Regelabweichung kann durch Erhöhen der Verstärkung des offenen Regelkreises reduziert werden (Stabilität vorausgesetzt).
- h) Die Empfindlichkeitsfunktion. . .
- ☒ beschreibt den Zusammenhang zwischen Stör- und Regelgröße im Standardregelkreis.
 - ☒ ist kleiner als 0 dB im Gegenkopplungsbereich einer Regelung und größer 0 dB im Mittkopplungsbereich.
 - ☐ ist die Inverse der komplementären Empfindlichkeitsfunktion.
- i) In welcher Reihenfolge erfolgt der Reglerentwurf bei der Kaskadenregelung?
- ☐ Vom äußersten Regelkreis nach innen.
 - ☒ Vom innersten Regelkreis nach außen.
 - ☐ Die Reihenfolge ist egal.
- j) Die Regelung von Strecken mit Totzeiten. . .
- ☒ ist problematisch, da Totzeiten die Phase im Frequenzgang absenken.
 - ☐ ist unproblematisch, da Totzeiten für eine Stabilisierung des geschlossenen Regelkreises sorgen.
 - ☒ ist aufwändiger, weil sich viele regelungstechnische Methoden, z.B. das Hurwitz-Kriterium oder der Polvorgabe-Regler, nicht oder nicht direkt anwenden lassen.
- k) Welche Kennlinien lassen sich immer invertieren?
- ☒ Streng monoton fallende oder streng monoton steigende Kennlinien.
 - ☐ Parabelförmige Kennlinien (z.B. $y = u^2$).
 - ☐ Eindeutige Kennlinien.
- l) Welche Vorteile hat der Entwurf eines Kompensationsreglers?
- ☒ Im Gegensatz zum Polvorgaberegler kann auch das Zählerpolynom des geschlossenen Regelkreises vorgegeben werden.
 - ☐ Funktioniert auch bei nichtphasenminimalen und instabilen Systemen.
 - ☒ Das Entwurfsverfahren ergibt nicht nur die Reglerparameter sondern auch die Reglerstruktur.
- m) Was ist bezüglich des D-Anteils im PID Regler zu beachten?
- ☒ Der D-Anteil verstärkt das Messrauschen. Je nach Stärke des Messrauschen ist daher eine geeignete Filterung des Messsignales notwendig, um eine verrauschte Stellgröße zu vermeiden.
 - ☐ Der D-Anteil in einem PID-Regler wirkt sich stets destabilisierend auf die Regelung aus.
 - ☒ Bei sprunghaft veränderlichen Führungsgrößen ist es sinnvoll, das D-Glied nicht

auf den Regelfehler sondern nur auf die Regelgröße anzuwenden, um starke Stöße in der Stellgröße zu vermeiden.

\sum^{20}

Aufgabe 2: Frequenzgänge (15 Punkte)

Jeweils 1 Punkt pro korrekt ausgefülltem Kästchen (mit zugehöriger Begründung).

Begründungen (Beispiel):

1. Diagramm: Globales P-, I- oder doppeltes I-Verhalten, d.h. Frequenzgang beginnt bei

endlichem Wert (**A**), im Unendlichen bei -90° (**C**, s im Nenner) oder im Unendlichen bei -180° (**C**, s^2 im Nenner).

2. Diagramm: Alle Systeme haben globales P-Verhalten (Amplitudenverhältnis beginnt mit endlichem Wert). Allpass (**B**, Amplitude konstant bei veränderlicher Phase bis $-180^\circ \Rightarrow$ 1. Ordnung), 2 Verzögerungsglieder mit Totzeit (Phase strebt gegen $-\infty$, Phase identisch, da gleiche Totzeit, aber unterschiedliche Verstärkungen: **A** \Rightarrow 1 bzw. 0 dB, **C** \Rightarrow 0,5 bzw. -6 dB).

3. Diagramm: Alle Systeme haben globales P-Verhalten. System mit Nullstelle zeigt positive Phasenverschiebung und zunehmende Amplitude zu Beginn (**A**). Verzögerungsglieder haben unterschiedliche Ordnung. 2. Ordnung führt auf Phasenverschiebung von -180° und Asymptotensteigung -40 dB/Dekade (**B**, außerdem Resonanzüberhöhung erkennbar und größte max. Amplitude), 1. Ordnung -90° und -20 dB/Dekade (**C**)

$\sum 15$

Aufgabe 3: Sprung- und Impulsantwort (10 Punkte)

- a) Es handelt sich hier um ein Verzögerungsglied 1. Ordnung mit Totzeit (eine Polstelle bei 2 \Rightarrow Zeitkonstante $T_1 = 0,5$ sec, Totzeit $T_t = 0,5$ sec): **P-T₁T_t**:

1

- b) Impulsantwort:

$$y(t \rightarrow 0) = \lim_{s \rightarrow \infty} (s \cdot Y(s)) = \lim_{s \rightarrow \infty} \left(s \cdot \frac{4}{s+2} \cdot e^{-0,5s} \right) = \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{1 + \frac{2}{s}} \cdot e^{-0,5s} \right)$$

3

$$\Rightarrow y(t \rightarrow 0) = \frac{4}{1+0} \cdot e^{-\infty} = 4 \cdot 0 \Rightarrow y(t \rightarrow 0) = \begin{cases} 4 & \text{ohne Totzeit} \\ 0 & \text{mit Totzeit} \end{cases}$$

$$y(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} (s \cdot Y(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \cdot \frac{4}{s+2} \cdot e^{-0,5s} \right) = 0 \cdot \frac{4}{0+2} \cdot e^0 = 0 \cdot 2 \cdot 1 = 0$$

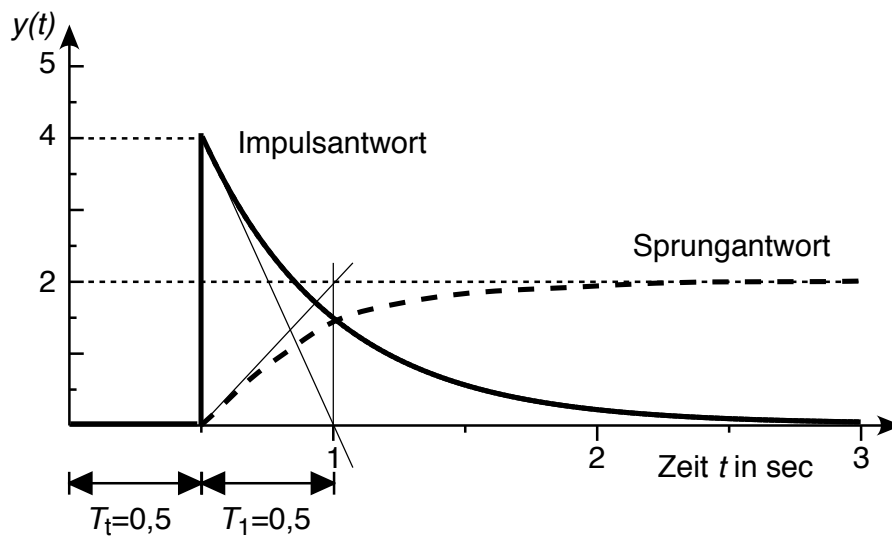
- c) Sprungantwort:

$$y(t \rightarrow 0) = \lim_{s \rightarrow \infty} (s \cdot Y(s)) = \lim_{s \rightarrow \infty} \left(s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{4}{s+2} \cdot e^{-0,5s} \right) = \frac{4}{\infty} \cdot e^{-\infty} = 0 \cdot 0 = 0$$

2

$$y(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} (s \cdot Y(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{4}{s+2} \cdot e^{-0,5s} \right) = \frac{4}{0+2} \cdot e^0 = 2 \cdot 1 = 2$$

- d) Skizze (mit Anfangstangenten als Konstruktionshilfe):



4

 $\Sigma 10$

Aufgabe 4: Wurzelortskurve (18 Punkte)

- a) Die Äste der Wurzelortskurve entsprechen den Polen des geschlossenen Regelkreises für verschiedene Verstärkungen. 1

- b) Die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises lautet

$$G_0 = \frac{3 K (1 + T_D s)}{(s + 1)(s + 3)} = \frac{3 K T_D (\frac{1}{T_D} + s)}{(s + 1)(s + 3)}.$$

2

- c) Sieben qualitativ unterschiedliche Fälle sind möglich (siehe Abbildung). Nicht abgebildet ist der Fall ohne Nullstelle. 6

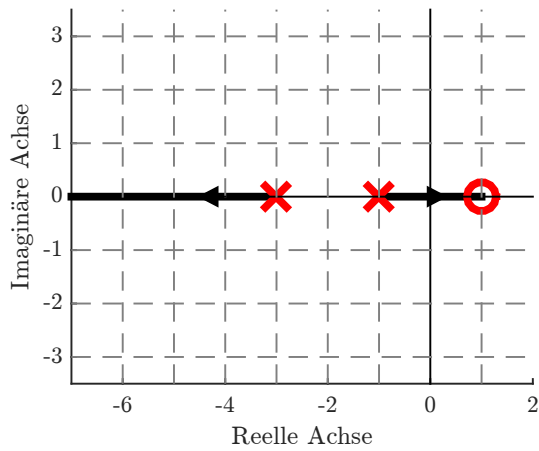
- d) Für den Fall $\frac{1}{T_D} < 0$ kann die Nullstelle in der rechten Halbebene liegen. Daraus resultierend verlässt dann ein Ast der WOK die linke Halbebene. Der geschlossene Regelkreis kann also für einen bestimmten Wertebereich von K einen instabilen Pol aufweisen und somit instabil sein. 3

- e) Für den Fall $\frac{1}{T_D} > 3$ liegt die Nullstelle "links" von beiden Polen. Daraus resultierend verlassen zwei Äste der WOK die reelle Achse. Der geschlossene Regelkreis kann also für einen bestimmten Wertebereich von K ein konjugiert komplexes Polpaar aufweisen und somit schwingungsfähig sein. 3

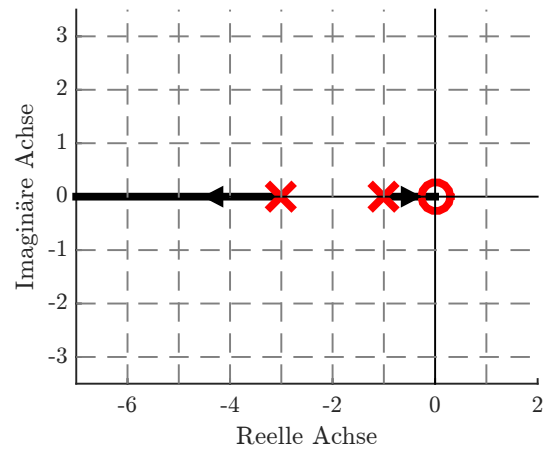
- f) Der langsamste Pol des geschlossenen Regelkreises dominiert die Dauer von Einschwingvorgängen. Nur für den Fall $\frac{1}{T_D} < 1$ kann ein Pol des geschlossenen Regelkreises "rechts" beider Pole des offenen Regelkreises liegen. Er ist somit der "langsamste Fall". 3

 Σ 18

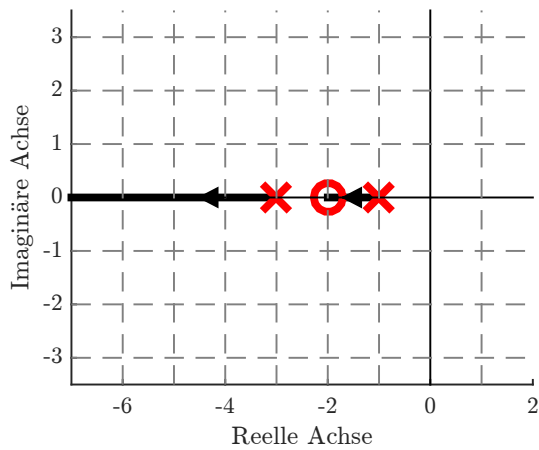
(a) Nullstelle rechts und nicht phasenminimal



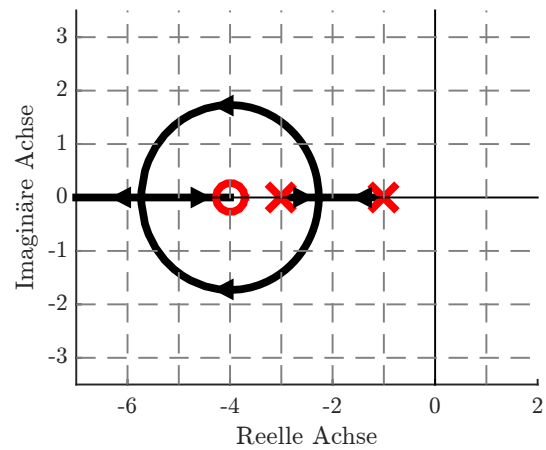
(b) Nullstelle rechts und phasenminimal



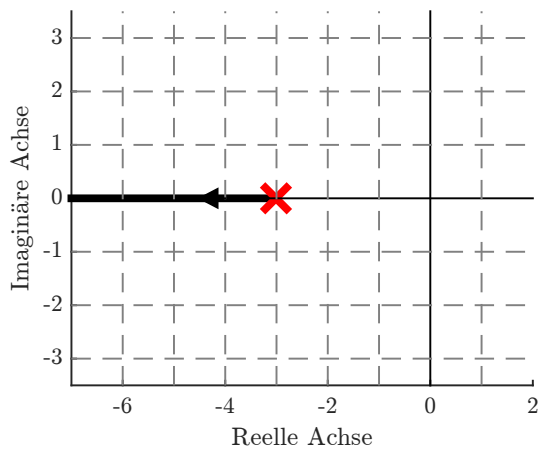
(c) Nullstelle zwischen den Polen



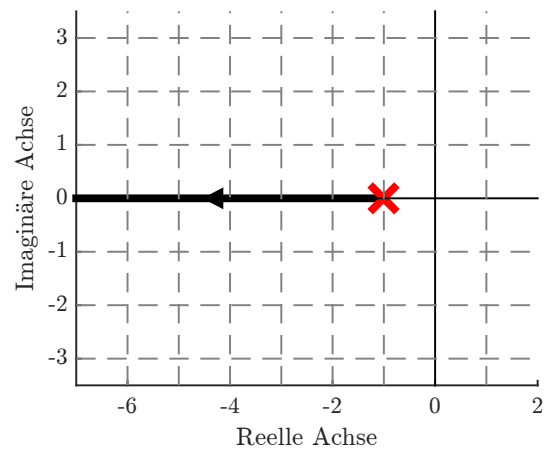
(d) Nullstelle links



(e) Ideale Pol/Nullstellenkürzung 1

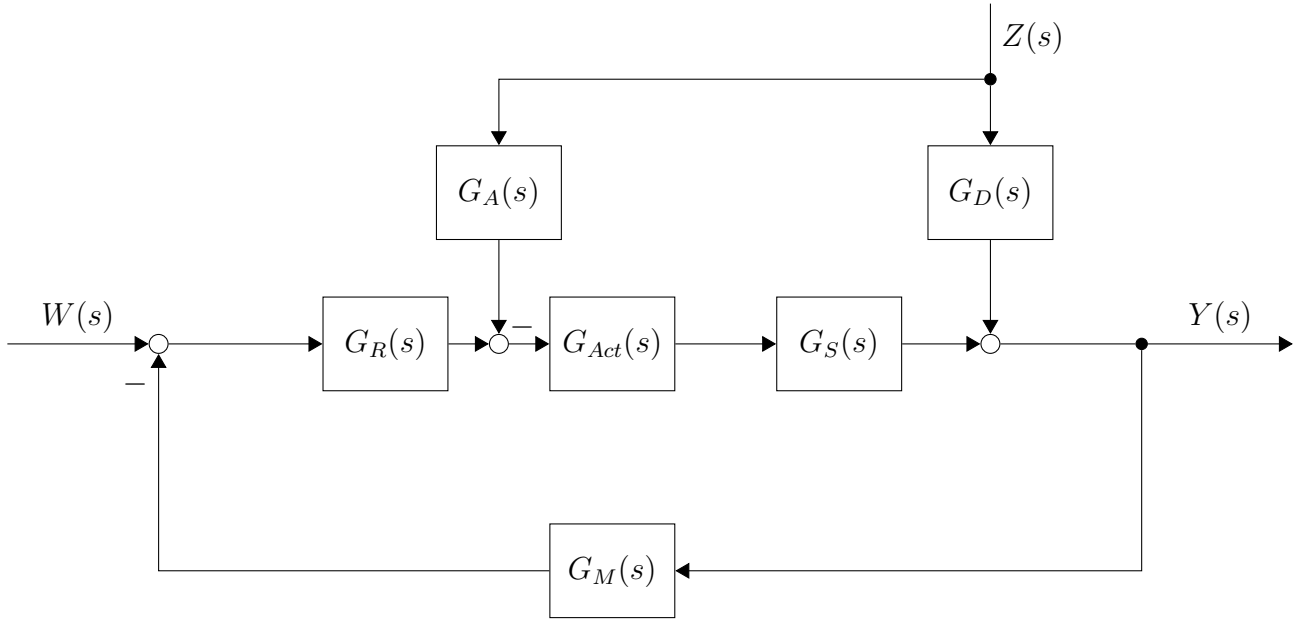


(f) Ideale Pol/Nullstellenkürzung 2



Aufgabe 5: Störgrößenaufschaltung (14 Punkte)

a)



2

b)

$$\begin{aligned}
 Y(s) &= G_D(s) Z(s) \\
 &\quad + G_S(s) \cdot G_{Act}(s) \cdot [-G_A(s) Z(s) + G_R(s) \cdot (W(s) - G_M(s) Y(s))] \\
 \Leftrightarrow Y(s) &= \underbrace{\frac{G_R(s) G_{Act}(s) G_S(s)}{1 + G_R(s) G_{Act}(s) G_S(s) G_M(s)}}_{G_W(s)} W(s) \\
 &\quad + \underbrace{\frac{G_D(s) - G_S(s) G_{Act}(s) G_A(s)}{1 + G_R(s) G_{Act}(s) G_S(s) G_M(s)}}_{G_Z(s)} Z(s)
 \end{aligned}$$

4

c) Die Störgrößenaufschaltung $G_A(s)$ beeinflusst die Stabilität des Regelkreises nicht, da sie nur steuernd in den Regelkreis eingreift und $G_W(s)$ nicht beeinflusst.

2

d) Die ideale Störgrößenaufschaltung erzwingt $G_Z(s) = 0$, d.h. $G_D(s) = G_S(s) G_{Act}(s) G_A(s)$. Es muss also gelten

$$G_{A1,ideal} = \frac{G_{D1}(s)}{G_S(s) G_{Act}(s)} = \frac{1 + 5s}{s + 1} \cdot e^{-s} \quad (1)$$

$$G_{A2,ideal} = \frac{G_{D2}(s)}{G_S(s) G_{Act}(s)} = \frac{\frac{1}{s+1}}{\frac{1}{1+5s} \cdot e^{-s}} = \frac{1 + 5s}{s + 1} \cdot e^{+s} \quad (2)$$

2

e) $G_{A1,ideal}$ ist realisierbar, da Zählerordnung und Nennerordnung identisch sind und die Totzeit positiv ist.

$G_{A2,ideal}$ ist nicht realisierbar, da eine negative Totzeit nicht realisierbar ist.

2

- f) Die Stellgröße ist bedingt durch die Totzeit in G_S langsamer als eine durch G_{D2} unverzögerte Störung. G_{D2} ist daher schwieriger auszugleichen, da die Störung schneller auf den Ausgang wirkt, als die Regelung/Störgrößenaufschaltung (bedingt durch das langsamere Streckenverhalten) auf den Ausgang wirkt.

2

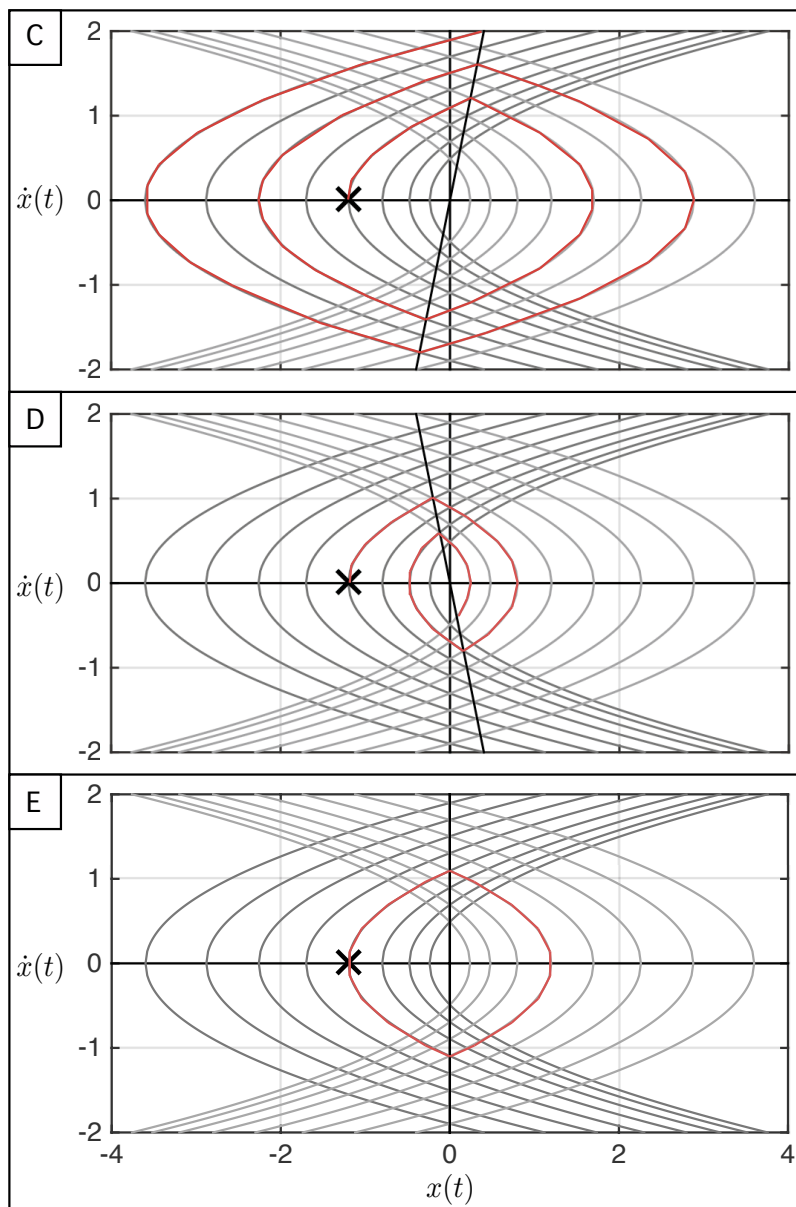
\sum 14

Aufgabe 6: Phasenebene (12 Punkte)

a) Die korrekte Phasenebene ist in Abbildung A zu sehen. Weil \dot{x} die Ableitung von x ist. Beispiel: Bei einem Zuwachs von x ist die Ableitung ebenso positiv. Daher haben alle Trajektorien für $\dot{x} > 0$ einen Anteil in positive x Richtung.

1

b) Unten sind die korrekten Verläufe aufgezeigt



3

c) Schaltgerade C: instabil

Schaltgerade D: stabil

Schaltgerade E: grenzstabil

3

d) Der Ursprung wird nie, bzw im unendlichen getroffen

2

- e) Laut dem Satz von Feldbaum muss hier maximal einmal umgeschaltet werden. Dies ist möglich, wenn man die Trajektorien durch den Ursprung als Schaltgerade definiert.

3

\sum^{12}

Aufgabe 7: Pareto-optimaler Regler (9 Punkte)

- a) Bei dieser Aufgabe wird nur volle Punktzahl erreicht, wenn die gesamte Spalte richtig ausgefüllt ist.

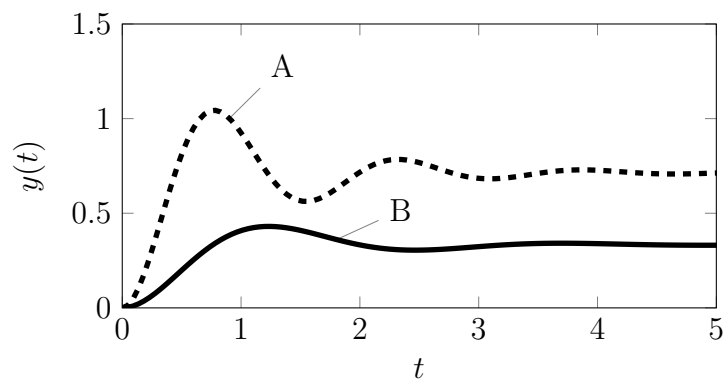
Punkt:	Hyperparameter α	Verstärkung K	Integral des Fehlers $\int_0^{T_{\text{Sim}}} e^2(t) dt$
A	klein	groß	klein
B	groß	klein	groß

6

- b) Begründung:

Bei Punkt B wird die Stellgröße stark bestraft, wegen dem großen Wert für α . Dies hat zur Folge, dass eine kleine Verstärkung des Reglers gewählt wird. Dies führt hier zu einer großen Regelabweichung mit einem großen kumulierten Fehler.

Die Stellgröße wird in Punkt A hingegen kaum bestraft, was zu einer hohen Verstärkung und geringer Regelabweichung/geringen Fehler führt.



2

- c) Weder Strecke noch Regler besitzt einen I-Anteil, was sich in der bleibenden Regelabweichung der Sprungantworten zeigt.

1

 $\Sigma 9$

Aufgabe 8: Vernachlässigte Dynamik (22 Punkte)**a) Stabilität:**

Die Stabilität lässt sich mit mehreren Methoden belegen (Eine reicht aus):

1) Hurwitz:

$$G_W(s) = \frac{4K}{100s^2 + 10s + 1 + 4K}$$

$$c_0 = 1 + 4K \quad ; \quad c_1 = 10 \quad ; \quad c_2 = 100$$

Hier genügt, dass alle $c_i > 0 \quad \forall \quad K \geq 0$
 \Rightarrow stabil

2) vereinfachtes Nyquist Kriterium:

Aufgrund der maximalen Phasenverschiebung von $\varphi_{\max} = -180^\circ$ kann die Frequenzgangsortskurve des geschlossenen Regelkreises den Punkt $(-1, 0)$ nicht umschlingen \Rightarrow stabil.

3) WOK:

Die Äste der WOK starten in den stabilen Polen und laufen parallel zur Imaginären Achse. Kein Ast der WOK ist in der rechten s -Halbebene \Rightarrow stabil.

Bleibende Regelabweichung:

Da weder ein I-Anteil in der Strecke, oder dem Regler vorhanden ist, bleibt eine Regelabweichung für $t \rightarrow \infty$.

Alternative Lösung mit Endwertsatz:

$$y(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_W(s) \cdot \frac{1}{s} = \frac{4K}{1 + 4K} \neq 1 \quad \text{für endliche } K$$

mit: $G_W(s) = \frac{4K}{100s^2 + 10s + 1 + 4K}$

Sprungfähigkeit:

Da der Zählergrad $m = 0$ nicht gleich dem Nennergrad $n = 2$ ist, ist das System nicht sprungfähig.

Alternativ Anfangswertsatz mit Einheitssprung:

$$y(t \rightarrow 0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot G_W(s) \cdot \frac{1}{s} = 0$$

mit: $G_W(s) = \frac{4K}{100s^2 + 10s + 1 + 4K}$

Zum Zeitpunkt des Sprungs verbleibt das System in der Ruhelage und verlässt diese nicht sprungartig (PT2 Verhalten).

Schwingungsfähigkeit: Für $K = 1$ folgt:

$$G_W(s) = \frac{4}{100s^2 + 10s + 5}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{5}{100}} \quad ; \quad D = \frac{0.1}{2 \cdot \sqrt{\frac{5}{100}}}$$

$$D \approx 0.22 \quad \Rightarrow \quad \text{Schwingungsfähig, da } D < 1$$

Alternativ Lösung mit p, q -Formel:

$$100s^2 + 10s + 5 = 0 \Rightarrow p = 0.1, q = 0.05$$

$$s_{1,2} = -\frac{0.1}{2} \pm \sqrt{\underbrace{\left(\frac{0.1}{2}\right)^2 - 0.05}_{<0}}$$

Aufgrund der negativen Diskriminante existiert nur eine konjugiert komplexe Lösung
 \Rightarrow schwingungsfähig. 8

b) Die schnelle Dynamik bewirkt eine zusätzliche Phasenverschiebung von -90° . Dies führt zu einer weiteren Drehung der Frequenzgangsortskurve. Diese läuft somit durch drei Quadranten. 2

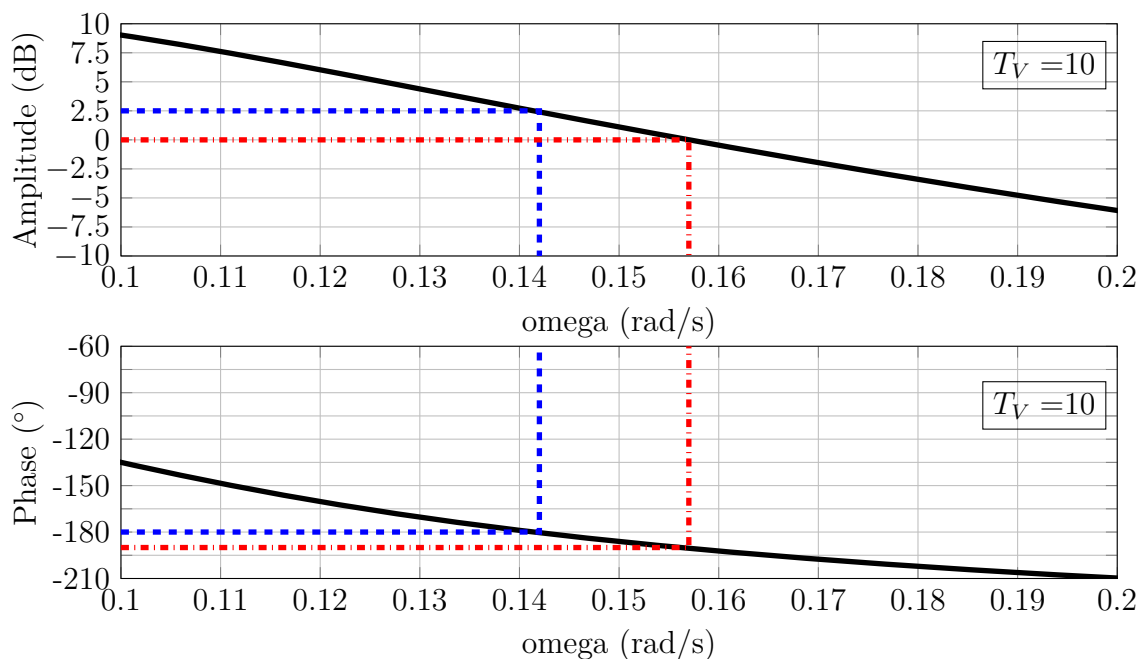
c) Betrachten wir die Bode-Diagramme:

- $T_M = 10$

Für die Amplitudenreserve startet man im Phasengang bei $\varphi = 180^\circ$. Der zugehörige Wert von ω zu $\varphi = 180^\circ$ wird im Amplitudengang gesucht und der Wert hierfür abgelesen. Hiermit ergibt sich der Amplitudenrand zu:

$$|G_0(i\omega_{-180^\circ})| = 2.5\text{dB} \Rightarrow k_R = \frac{1}{|G_0(i\omega_{\varphi(\omega)-180^\circ})|} = \frac{1}{2.5\text{dB}} \approx \frac{1}{1.33} = 0.752$$

Der Amplitudenrand ist kleiner eins, daher liegt ein instabiler geschlossener Regelkreis vor.



Für den Phasenrand wird die Stelle gesucht, wo der Amplitudengang durch 0dB geht. Bei dem zugehörigen Wert für ω liest man die Phasenverschiebung ab:

$$\begin{aligned}\varphi(\omega_{|G_0(i\omega)|=0\text{dB}}) &= -190^\circ \\ \Rightarrow \varphi_R &= 180^\circ - |\varphi(\omega_{|G_0(i\omega)|=0\text{dB}})| = 180^\circ - |-190^\circ| = -10^\circ\end{aligned}$$

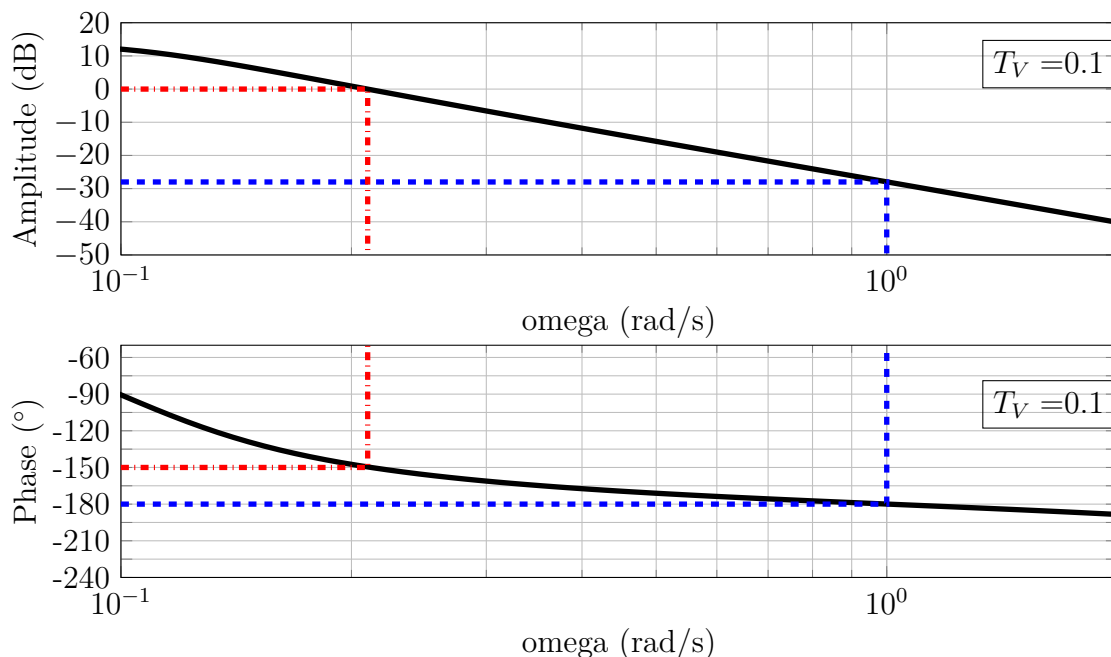
Ein negativer Phasenrand weist ebenfalls auf einen instabilen geschlossenen Regelkreis hin.

- $T_M = 0.1$

Das Vorgehen ist gleich zu dem bei $T_M = 10$. Es folgt für Amplitudenrand und Phasenreserve:

$$\begin{aligned}|G_0(i\omega_{-180^\circ})| &= -28\text{dB} \quad \Rightarrow \quad k_R = \frac{1}{|G_0(i\omega_{\varphi(\omega)-180^\circ})|} = \frac{1}{-28\text{dB}} \approx \frac{1}{0.04} = 25 \\ \varphi(\omega_{|G_0(i\omega)|=0\text{dB}}) &= -150^\circ \\ \Rightarrow \varphi_R &= 180^\circ - |\varphi(\omega_{|G_0(i\omega)|=0\text{dB}})| = 180^\circ - |-150^\circ| = 30^\circ\end{aligned}$$

Es ergibt sich sowohl ein Amplitudenrand größer eins, als auch eine positive Phasenreserve. Das geregelte System ist stabil!



Aus den oben berechneten Amplitudenreserven und Phasenrändern ergibt sich, dass bei sonst identischen Bedingungen, der Sensor mit $T_M = 10$ instabil ist, der Sensor mit $T_M = 0.1$ hingegen bleibt stabil. Somit würde Letzterer bevorzugt.

d) Die Übertragungsfunktion lässt sich aus dem Blockschaltbild ablesen:

$$\begin{aligned}
 G_W(s) &= \frac{G_R G_S}{1 + G_R G_S G_M} \\
 &= \frac{K \cdot \frac{4}{100 \cdot s^2 + 10 \cdot s + 1}}{1 + K \cdot \frac{4}{100 \cdot s^2 + 10 \cdot s + 1} \cdot \frac{1}{1 + T_M \cdot s}} \left| \cdot \frac{(100 \cdot s^2 + 10 \cdot s + 1)(1 + T_M \cdot s)}{(100 \cdot s^2 + 10 \cdot s + 1)(1 + T_M \cdot s)} \right. \\
 \Rightarrow G_W(s) &= \frac{4K \cdot (1 + T_M \cdot s)}{100 \cdot T_M s^3 + (100 + 10 \cdot T_M)s^2 + (10 + T_M)s + 1 + 4K} \\
 \text{mit: } T_M &= 10 \\
 G_W(s) &= \frac{4K \cdot (1 + 10 \cdot s)}{1000s^3 + 200s^2 + 20s + 1 + 4K}
 \end{aligned}$$

3

e) Das System ist stabil, wenn alle Pole in der linken s -Halbenene liegen. Lösung mittels Hurwitz:

1. Bedingung:

$$\begin{aligned}
 0 &= \underbrace{1000}_{=c_3} s^3 + \underbrace{200}_{=c_2} s^2 + \underbrace{20}_{=c_1} s + \underbrace{1 + 4K}_{=c_0} \\
 \text{aus } c_0 \text{ folgt: } &K > -\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

2. Bedingung:

$$\begin{aligned}
 D_2 &= \det \begin{pmatrix} c_1 & c_3 \\ c_0 & c_2 \end{pmatrix} > 0 \\
 \Rightarrow c_1 c_2 - c_0 c_3 &> 0 \\
 200 \cdot 20 - 1000 \cdot (1 + 4K) &> 0 \\
 \Rightarrow K &< \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

Aus beiden Bedingungen ergibt sich der stabile Bereich in abhängigkeit von K :

$$-\frac{1}{4} < K < \frac{3}{4}$$

3

 $\sum 22$