

Prüfungsklausur Mess- und Regelungstechnik 2 (MRT2)

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

16. Juli 2007

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	22	30	30	18	100
Note:	Ist:					

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.

Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!

Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Was ist eine Kaskadenregelung?

- ☐ Eine Reihenschaltung zweier Regelkreise.
- ☐ Eine Regelung, die aus einem inneren und mindestens einem umschließenden äußeren Regelkreis besteht.
- ☐ Eine insbesondere in der Antriebstechnik sehr häufig verwendete Reglerstruktur.

b) Wie lautet die charakteristische Gleichung für den Entwurf eines Zustandsbeobachters mit dem Beobachtervektor \mathbf{k} ?

- ☐ $|s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{k} \cdot \mathbf{c}^T| = 0.$
- ☐ $|s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{k}| = 0.$
- ☐ $|\mathbf{A} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{c}^T| = 0.$

c) Wozu dient ein Vorfilter bei der Zustandsregelung?

- ☐ Zur Reduzierung des Störgrößeneinflusses.
- ☐ Zur Reduzierung des Rauschens der Führungsgröße.
- ☐ Zur Elimination des stationären Regelfehlers, wenn weder die Strecke noch der Zustandsregler einen I-Anteil aufweisen.

d) Was ist ein Smithprädiktor?

- ☐ Als Smithprädiktor bezeichnet man den Regler bei der Prädiktiven Regelung.
- ☐ Ein modellbasiertes Regelverfahren für Regelstecken mit Totzeit.
- ☐ Wenn die Totzeit eines Systems genau bekannt ist, ermöglicht der Smithprädiktor einen Reglerentwurf, bei dem die Totzeit nicht berücksichtigt werden muss.

- e) Was gilt für Anti-Wind-up Methoden?
- ☐ Sie dienen der Verbesserung des Regelverhaltens bei Stellgrößenbeschränkungen.
 - ☐ Sie werden nur benötigt, wenn der **Regler** einen D-Anteil hat.
 - ☐ Sie werden nur benötigt, wenn die **Strecke** einen I-Anteil hat.
- f) Wozu dient die Vorsteuerung?
- ☐ Mit einer Vorsteuerung lassen sich unangenehme nicht phasenminimale Eigenschaften eines Systems (positive Nullstellen, Totzeit) eliminieren.
 - ☐ Mit der Vorsteuerung können Störeinflüsse eliminiert werden.
 - ☐ Da als Vorsteuerung die Inverse der Strecke (gegebenenfalls nur näherungsweise) verwendet wird, ergibt sich bereits ein sehr gutes Führungsverhalten und ein Reglerentwurf ist nur noch für Störungen nötig.
- g) Wann benötigt man Mehrgrößenregelungen?
- ☐ Wenn ein System in Zustandsform vorliegt.
 - ☐ Allgemein, wenn eine Strecke mit mehreren Stell- und Regelgrößen vorliegt.
 - ☐ Insbesondere, wenn eine starke Kopplung mehrerer Stell- und Regelgrößen untereinander vorliegt.
- h) Was ist die Formel von Ackermann?
- ☐ Eine rechnerfreundliche Methode um die Reglerparameter eines Zustandsreglers bei einer Polvorgabe zu bestimmen.
 - ☐ Ein Verfahren zum Stabilitätsnachweis bei Mehrgrößenregelungen.
 - ☐ Implizit wird bei der Formel von Ackermann eine Transformation des Systems auf Regelungsnormalform durchgeführt, um die Reglerparameter zu bestimmen.
- i) Wann ist ein System vollständig zustandsbeobachtbar?
- ☐ Wenn der Anfangszustand \mathbf{x}_0 aus dem über einem endlichen Intervall $[0, t_e]$ bekannten Verlauf von der Ein- und Ausgangsgröße bestimmt werden kann.
 - ☐ Wenn alle Beobachterpole beliebig platziert werden können.
 - ☐ Wenn alle Elemente der Beobachtbarkeitsmatrix ungleich Null sind.
- j) Sie möchten eine Folgeregelung entwerfen, bei der die Regelgröße einer sinusförmigen Führungsgröße mit der Kreisfrequenz ω_0 ohne Regelfehler folgt (Inneres Modell Prinzip). Wann ist dies möglich?
- ☐ Wenn der Regler einen I-Anteil enthält.
 - ☐ Wenn der offene Regelkreis mindestens einen doppelten I-Anteil enthält.
 - ☐ Wenn der offene Regelkreis die Übertragungsfunktion $\frac{1}{s^2 + \omega_0^2}$ enthält.
- k) Eine Beschreibungsfunktion ist ...
- ☐ eine Funktion der Amplitude des Eingangssignals.
 - ☐ eine Funktion der Frequenz des Eingangssignals.
 - ☐ eine Methode zur Berechnung von Amplitude und Frequenz von Dauerschwingungen.

- l) Die Phasenebene ...
- ☐ stellt einen zweidimensionalen Zustandsraum grafisch dar.
 - ☐ ermöglicht die Analyse der Zustandstrajektorien.
 - ☐ kann nur verwendet werden, wenn die Zustände Weg und Geschwindigkeit eines Systems entsprechen.
- m) Die direkte Methode von Ljapunow ...
- ☐ ist ein Verfahren zur Reglersynthese.
 - ☐ ist ein Verfahren zur Stabilitätsprüfung.
 - ☐ kann ausschließlich für nichtlineare Systeme angewandt werden.
- n) Für nichtlineare dynamische Systeme gilt ...
- ☐ das Superpositionsprinzip.
 - ☐ , dass die Reihenfolge der Übertragungsglieder im Blockschaltbild nicht verändert werden darf.
 - ☐ , dass die Laplace-Transformation der Differentialgleichung nicht möglich ist.

Aufgabe 2: Zustandsregelung

Gegeben sind folgende Zustandsdifferentialgleichungen:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) + 3x_2(t) + 2x_1(t) &= u(t) \\ \dot{x}_3(t) + x_3(t) &= 5u(t)\end{aligned}$$

$$y(t) = x_1(t) + x_3(t)$$

- a) Schreiben Sie das System in Matrixform.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{b} \cdot u(t) \\ y(t) &= \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x}(t) + d \cdot u(t)\end{aligned}$$

- b) Zeigen Sie, dass das System nicht vollständig zustandsbeobachtbar ist.
- c) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \mathbf{c}^T (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{b}$ und begründen Sie anhand von $G(s)$, warum das System nicht vollständig zustandsbeobachtbar ist.
- d) Zeigen Sie, dass sich bei der Wahl des Zustandsreglers

$$\mathbf{k}^T = [23 - 10k_3, \quad 7 - 5k_3, \quad k_3]$$

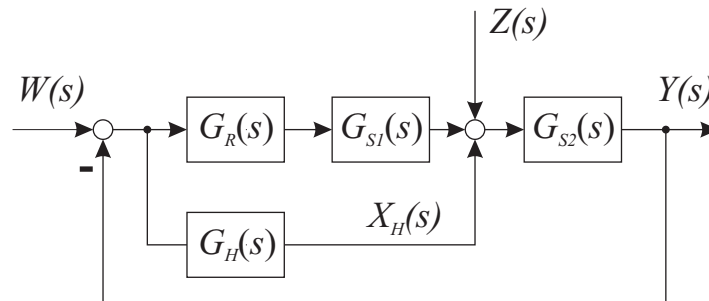
unabhängig von der Wahl des Reglerparameters k_3 stets das charakteristische Polynom

$$(s + 1)(s + 5)^2 = s^3 + 11s^2 + 35s + 25$$

ergibt. Was bedeutet dies für die Zustandssteuerbarkeit des Systems?

Aufgabe 3: Hilfstellgröße

Gegeben ist der unten abgebildete Regelkreis mit der Hilfsstellgröße $X_H(s)$. Die Regelstrecke besteht aus zwei Teilstrecken $G_{S1}(s)$ und $G_{S2}(s)$ zwischen denen eine Störung angreift.



- Leiten Sie aus dem abgebildeten Blockschaltbild die Führungs- und Störübertragungsfunktionen des geregelten Systems her.
- Welchen Vorteil bietet die Einführung der Hilfsstellgröße $X_H(s)$?
- Die Strecken und Reglerübertragungsfunktionen lauten:

$$G_{S1}(s) = \frac{1}{1 + 0,5s}, \quad G_{S2}(s) = \frac{1}{s}, \quad G_R(s) = K_P$$

Bestimmen Sie für den Standardregelkreis **ohne Hilfstellgröße** ($G_H(s) = 0$) den Reglerparameter K_P so, dass der geschlossene Regelkreis zwei reelle Pole hat (Dämpfung $D = 1$).

- Um die Schnelligkeit des Regelkreises abzuschätzen, bestimmen Sie auch die Eigenkreisfrequenz ω_0 . Wie muss K_P verändert werden, um die Regelung schneller zu machen? Was passiert in diesem Fall mit der Dämpfung D ?
- Zeigen Sie, dass es bei Verwendung einer Hilfsregelgröße (P-Hilfsregler $G_H(s) = K_H$) möglich ist, die Dämpfung auf $D = 1$ festzulegen und trotzdem die Eigenkreisfrequenz des Regelkreises auf $\omega_0 = 5 \text{ sec}^{-1}$ zu erhöhen.

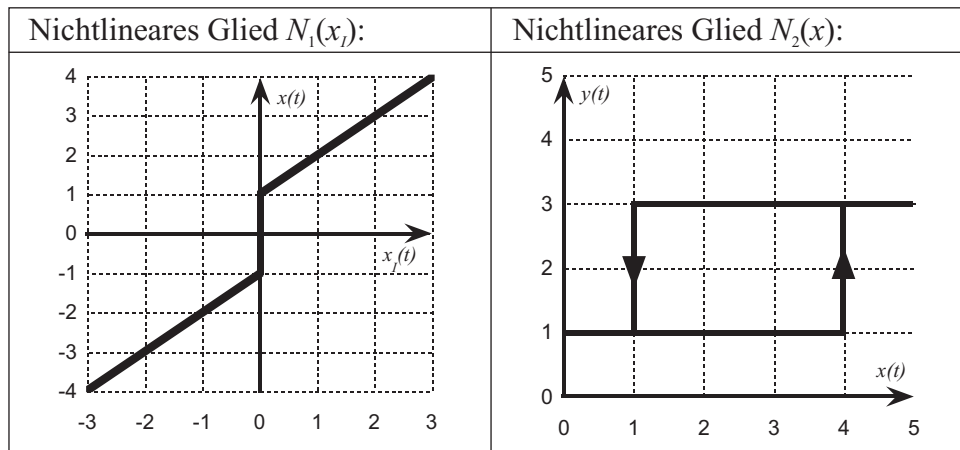
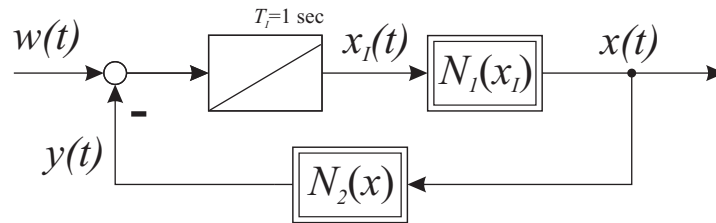
Hinweis: Für den Fall, dass Sie **nicht** in der Lage waren, die Führungsübertragungsfunktion aufzustellen, rechnen Sie bitte mit der folgenden **Ersatzführungsübertragungsfunktion** weiter:

$$G_W(s) = \frac{K_P + K_H(1 + 2s)}{s^2 + (4 + K_H)s + K_P + K_H}$$

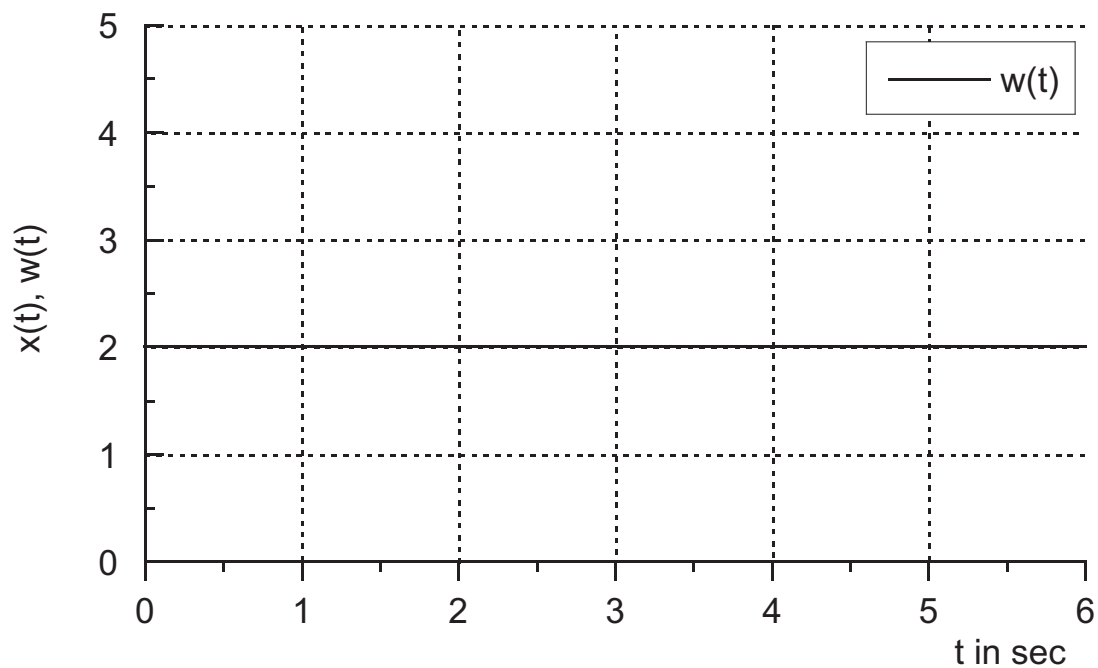
Die oben stehende **Ersatzführungsübertragungsfunktion** $G_W(s)$ stimmt **nicht** mit der korrekt errechneten Führungsübertragungsfunktion aus Aufgabenteil a) überein!

Aufgabe 4: Nichtlinearer Regelkreis

Gegeben ist der unten abgebildete Regelkreis mit den nichtlinearen Gliedern N_1 und N_2 .



Zeichnen Sie den Zeitverlauf $x(t)$ für den angegebenen Verlauf der Führungsgröße $w(t)$ in das unten abgebildete Diagramm. **Beachten** Sie die **Anfangsbedingungen** $x_I(t=0) = 1$ (Integratorausgang) und $y(t=0) = 1$ (Ausgang von N_2)!



Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.

Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!

Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Was ist eine Kaskadenregelung?

- ☐ Eine Reihenschaltung zweier Regelkreise.
- ☒ Eine Regelung, die aus einem inneren und mindestens einem umschließenden äußeren Regelkreis besteht.
- ☒ Eine insbesondere in der Antriebstechnik sehr häufig verwendete Reglerstruktur.

b) Wie lautet die charakteristische Gleichung für den Entwurf eines Zustandsbeobachters mit dem Beobachtervektor \mathbf{k} ?

- ☒ $|s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{k} \cdot \mathbf{c}^T| = 0.$
- ☐ $|s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{k}| = 0.$
- ☐ $|\mathbf{A} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{c}^T| = 0.$

c) Wozu dient ein Vorfilter bei der Zustandsregelung?

- ☐ Zur Reduzierung des Störgrößeneinflusses.
- ☐ Zur Reduzierung des Rauschens der Führungsgröße.
- ☒ Zur Elimination des stationären Regelfehlers, wenn weder die Strecke noch der Zustandsregler einen I-Anteil aufweisen.

d) Was ist ein Smithprädiktor?

- ☐ Als Smithprädiktor bezeichnet man den Regler bei der Prädiktiven Regelung.
- ☒ Ein modellbasiertes Regelverfahren für Regelstecken mit Totzeit.
- ☒ Wenn die Totzeit eines Systems genau bekannt ist, ermöglicht der Smithprädiktor einen Reglerentwurf, bei dem die Totzeit nicht berücksichtigt werden muss.

e) Was gilt für Anti-Wind-up Methoden?

- ☒ Sie dienen der Verbesserung des Regelverhaltens bei Stellgrößenbeschränkungen.
- ☐ Sie werden nur benötigt, wenn der Regler einen D-Anteil hat.
- ☐ Sie werden nur benötigt, wenn die Strecke einen I-Anteil hat.

f) Wozu dient die Vorsteuerung?

- ☐ Mit einer Vorsteuerung lassen sich unangenehme nicht phasenminimale Eigenschaften eines Systems (positive Nullstellen, Totzeit) eliminieren.
- ☐ Mit der Vorsteuerung können Störeinflüsse eliminiert werden.
- ☒ Da als Vorsteuerung die Inverse der Strecke (gegebenenfalls nur näherungsweise) verwendet wird, ergibt sich bereits ein sehr gutes Führungsverhalten und ein Reglerentwurf ist nur noch für Störungen nötig.

g) Wann benötigt man Mehrgrößenregelungen?

- ☐ Wenn ein System in Zustandsform vorliegt.
- ☒ Allgemein, wenn eine Strecke mit mehreren Stell- und Regelgrößen vorliegt.
- ☒ Insbesondere, wenn eine starke Kopplung mehrerer Stell- und Regelgrößen untereinander vorliegt.

h) Was ist die Formel von Ackermann?

- ☒ Eine rechnerfreundliche Methode um die Reglerparameter eines Zustandsreglers bei einer Polvorgabe zu bestimmen.
- ☐ Ein Verfahren zum Stabilitätsnachweis bei Mehrgrößenregelungen.
- ☒ Implizit wird bei der Formel von Ackermann eine Transformation des Systems auf Regelungsnormalform durchgeführt, um die Reglerparameter zu bestimmen.

i) Wann ist ein System vollständig zustandsbeobachtbar?

- ☒ Wenn der Anfangszustand \mathbf{x}_0 aus dem über einem endlichen Intervall $[0, t_e]$ bekannten Verlauf von der Ein- und Ausgangsgröße bestimmt werden kann.
- ☒ Wenn alle Beobachterpole beliebig platziert werden können.
- ☐ Wenn alle Elemente der Beobachtbarkeitsmatrix ungleich Null sind.

j) Sie möchten eine Folgeregelung entwerfen, bei der die Regelgröße einer sinusförmigen Führungsgröße mit der Kreisfrequenz ω_0 ohne Regelfehler folgt (Inneres Modell Prinzip). Wann ist dies möglich?

- ☐ Wenn der Regler einen I-Anteil enthält.
- ☐ Wenn der offene Regelkreis mindestens einen doppelten I-Anteil enthält.
- ☒ Wenn der offene Regelkreis die Übertragungsfunktion $\frac{1}{s^2 + \omega_0^2}$ enthält.

k) Eine Beschreibungsfunktion ist ...

- ☒ eine Funktion der Amplitude des Eingangssignals.
- ☐ eine Funktion der Frequenz des Eingangssignals.
- ☒ eine Methode zur Berechnung von Amplitude und Frequenz von Dauerschwingungen.

l) Die Phasenebene ...

- ☒ stellt einen zweidimensionalen Zustandsraum grafisch dar.
- ☒ ermöglicht die Analyse der Zustandstrajektoren.
- ☐ kann nur verwendet werden, wenn die Zustände Weg und Geschwindigkeit eines Systems entsprechen.

m) Die direkte Methode von Ljapunow ...

- ☐ ist ein Verfahren zur Reglersynthese.
- ☒ ist ein Verfahren zur Stabilitätsprüfung.
- ☐ kann ausschließlich für nichtlineare Systeme angewandt werden.

n) Für nichtlineare dynamische Systeme gilt ...

☐ das Superpositionsprinzip.

☒ , dass die Reihenfolge der Übertragungsglieder im Blockschaltbild nicht verändert werden darf.

☒ , dass die Laplace-Transformation der Differentialgleichung nicht möglich ist.

Σ 22

Aufgabe 2: Zustandsregelung

a) Zustandsgleichungen in Matrixform:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{x}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} \cdot u(t) \quad [4]$$

$$y(t) = \underbrace{[1 \quad 0 \quad 1]}_{\mathbf{c}^T} \cdot \mathbf{x}(t) + \underbrace{0}_d \cdot u(t) \quad [1]$$

b) Zustandsbeobachtbarkeitsmatrix \mathbf{S}_B :

$$\mathbf{S}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^T \\ \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{A} \\ \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{A}^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c}^T = [1 \quad 0 \quad 1], \quad \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{A} = [0 \quad 1 \quad -1], \quad \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{A}^2 = [-2 \quad -3 \quad 1] \quad [4]$$

$$\det(\mathbf{S}_B) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (1 - 3) + 1 \cdot (0 + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \text{Rang}(\mathbf{S}_B) < 3 \quad [1]$$

Das System ist **nicht** vollständig zustandsbeobachtbar.

c) Berechnung der Übertragungsfunktion $G(s) = \mathbf{c}^T (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{b}$:

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 2 & s+3 & 0 \\ 0 & 0 & s+1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{|s\mathbf{I} - \mathbf{A}|} \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{11} & \mathcal{A}_{12} & \mathcal{A}_{13} \\ \mathcal{A}_{21} & \mathcal{A}_{22} & \mathcal{A}_{23} \\ \mathcal{A}_{31} & \mathcal{A}_{32} & \mathcal{A}_{33} \end{bmatrix}^T$$

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = (s+1)(s(s+3) - 2 \cdot (-1)) = (s+1)(s^2 + 3s + 2) \quad [3]$$

Mit $\mathcal{A}_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot U_{ij}$, wobei U_{ij} die Unterdeterminante ist, die durch Streichen von Zeile i und Spalte j in $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$ entsteht:

$$\mathcal{A}_{11} = (s+3)(s+1), \quad \mathcal{A}_{12} = -2(s+1), \quad \mathcal{A}_{13} = 0$$

$$\mathcal{A}_{21} = (s+1), \quad \mathcal{A}_{22} = s(s+1), \quad \mathcal{A}_{23} = 0 \quad [3]$$

$$\mathcal{A}_{31} = 0, \quad \mathcal{A}_{32} = 0, \quad \mathcal{A}_{33} = s^2 + 3s + 2$$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{1}{|s\mathbf{I} - \mathbf{A}|} \cdot [1 \ 0 \ 1] \cdot \begin{bmatrix} (s+3)(s+1) & (s+1) & 0 \\ -2(s+1) & s(s+1) & 0 \\ 0 & 0 & s^2 + 3s + 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow G(s) = \frac{(s+1) + 5(s^2 + 3s + 2)}{(s+1)(s^2 + 3s + 2)} = \frac{(s+1)(1 + 5(s+2))}{(s+1)(s^2 + 3s + 2)} = \boxed{\frac{5s + 11}{s^2 + 3s + 2}} \quad [2]$$

Der Pol bei $s = -1$ kürzt sich gegen eine Nullstelle und kann daher **nicht beobachtet** werden. [2]

d) Berechnen der charakteristischen Gleichung für $\mathbf{k}^T = [23 - 10k_3, 7 - 5k_3, k_3]$:

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{b}\mathbf{k}^T| = \left| \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 2 & s+3 & 0 \\ 0 & 0 & s+1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 23 - 10k_3 & 7 - 5k_3 & k_3 \\ 115 - 50k_3 & 35 - 25k_3 & 5k_3 \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} s & -1 & 0 \\ 25 - 10k_3 & s + 10 - 5k_3 & k_3 \\ 115 - 50k_3 & 35 - 25k_3 & s + 1 + 5k_3 \end{vmatrix} = 0 \quad [5]$$

$$\Rightarrow s[(s + 10 - 5k_3)(s + 1 + 5k_3) - k_3(35 - 25k_3)] + \dots$$

$$\dots (-1)(-1)[(25 - 10k_3)(s + 1 + 5k_3) - k_3(115 - 50k_3)] = 0$$

$$\Rightarrow s[s^2 + (1 + 5k_3 + 10 - 5k_3)s + (10 + 50k_3 - 5k_3 - 25k_3^2 - 35k_3 + 25k_3^2)] + \dots \quad [3]$$

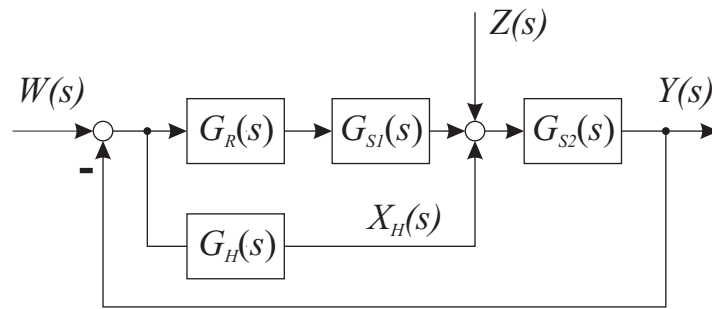
$$\dots + (25 - 10k_3)s + (25 + 125k_3 - 10k_3 - 50k_3 - 115k_3 + 50k_3) = 0$$

$$\Rightarrow s^3 + 11s^2 + 35s + 25 = 0$$

Entspricht dem Sollpolynom $(s+1)(s+5)^2 = s^3 + 11s^2 + 35s + 25!$

Weil ein Reglerparameter beliebig gewählt werden kann, ohne die Pollage des geschlossenen Regelkreises zu verändern, hat das System einen nicht steuerbaren Pol. [2]
 Hierbei kann es sich nur um den Pol $s = -1$ handeln, da dieser ein Pol des unregulierten Systems ist und er außerdem im Sollpolynom verwendet wird. Der Pol $s = -1$ muss Bestandteil des Sollpolynoms sein, anderenfalls ist keine Berechnung der Reglerparameter möglich!

Σ 30

Aufgabe 3: Hilfstellgröße

a) Führungs- und Störübertragungsfunktionen des geregelten Systems:

Aus Gründen der besseren Übersicht wird in der nachfolgenden Lösung auf die Abhängigkeit von s verzichtet.

$$Y = [(W - Y) \cdot G_R \cdot G_{S1} + (W - Y) \cdot G_H + Z] \cdot G_{S2} \quad [2]$$

$$Y = [W \cdot G_R \cdot G_{S1} + W \cdot G_H] \cdot G_{S2} - [Y \cdot G_R \cdot G_{S1} + Y \cdot G_H] \cdot G_{S2} + Z \cdot G_{S2}$$

$$[1 + (G_R \cdot G_{S1} + G_H) \cdot G_{S2}] \cdot Y = (G_R \cdot G_{S1} + G_H) \cdot G_{S2} \cdot W + G_{S2} \cdot Z \quad [2]$$

$$Y = \underbrace{\frac{(G_R \cdot G_{S1} + G_H) \cdot G_{S2}}{1 + (G_R \cdot G_{S1} + G_H) \cdot G_{S2}}}_{G_W} \cdot W + \underbrace{\frac{G_{S2}}{1 + (G_R \cdot G_{S1} + G_H) \cdot G_{S2}}}_{G_Z} \cdot Z \quad [2+2]$$

b) Vorteil der Hilfsstellgröße X_H :

Die Hilfsstellgröße X_H stellt einen zusätzlichen Freiheitsgrad dar, der den Reglerentwurf verbessert. Falls z.B. ein langsamer Streckenteil G_{S1} vorliegt, ist es mit der Hilfsstellgröße möglich, diesen zu umgehen und dadurch einen schnelleren Stelleingriff vorzunehmen. [2]

c) Reglerparameter K_P für den Standardregelkreis ohne Hilfsstell- und Störgröße:

$$G_W = \frac{G_0}{1 + G_0} \quad \underline{\text{mit:}} \quad G_0 = G_R \cdot G_{S1} \cdot G_{S2} \quad [1+1]$$

$$G_{S1} = \frac{1}{1 + 0,5s}, \quad G_{S2} = \frac{1}{s}, \quad G_R = K_P$$

$$G_W = \frac{\frac{K_P}{s \cdot (1 + 0,5s)}}{1 + \frac{K_P}{s \cdot (1 + 0,5s)}} \Rightarrow \boxed{G_W = \frac{2K_P}{s^2 + 2s + 2K_P}} \quad [2]$$

Koeffizientenvergleich für Nennerpolynom:

$$s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2 = s^2 + 2s + 2K_P \quad \underline{\text{mit:}} \quad D = 1 \quad [2]$$

$$1) \quad 2D\omega_0 = 2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega_0 = 1} \quad [1]$$

$$2) \quad \omega_0^2 = 2K_P \quad \Rightarrow \quad \boxed{K_P = \frac{1}{2}} \quad [1]$$

d) Eigenkreisfrequenz ω_0 , Erhöhung der Reglergeschwindigkeit:

$$\boxed{\omega_0 = 1} \quad \text{siehe Aufgabenteil c)}$$

$$\underline{\text{mit 2):}} \quad \omega_0^2 = 2K_P$$

\Rightarrow Wenn die Reglergeschwindigkeit ω_0 erhöht werden soll, muss die Reglerverstärkung K_P vergrößert werden. ($\omega_0^2 \sim K_P$) [2]

$$\underline{\text{mit 1):}} \quad D = \frac{1}{\omega_0}$$

\Rightarrow Wenn die Reglergeschwindigkeit ω_0 erhöht wird, wird die Dämpfung D kleiner. ($D \sim \frac{1}{\omega_0}$) [2]

e) Führungsübertragungsfunktion G_W , Reglerparameter K_H und K_P :

$$G_W = \frac{(G_R \cdot G_{S1} + G_H) \cdot G_{S2}}{1 + (G_R \cdot G_{S1} + G_H) \cdot G_{S2}} \quad \text{siehe Aufgabenteil a)} \quad [1]$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(K_P \cdot \frac{1}{1+0,5s} + K_H) \cdot \frac{1}{s}}{1 + (K_P \cdot \frac{1}{1+0,5s} + K_H) \cdot \frac{1}{s}} \\ &= \frac{K_P + K_H \cdot (1 + 0,5s)}{s \cdot (1 + 0,5s) + K_P + K_H \cdot (1 + 0,5s)} \end{aligned} \quad [1]$$

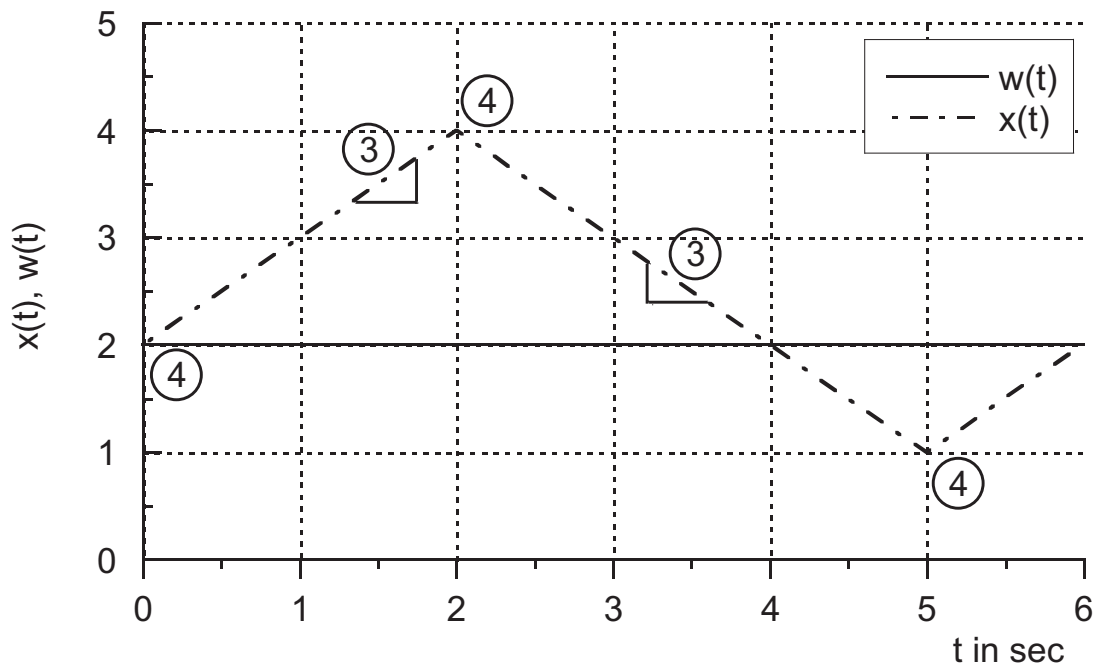
$$\Rightarrow \quad \boxed{G_W = 2 \cdot \frac{K_P + K_H \cdot (1 + 0,5s)}{s^2 + (2 + K_H) \cdot s + 2 \cdot (K_H + K_P)}} \quad [2]$$

Koeffizientenvergleich für Nennerpolynom:

$$s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2 = s^2 + (2 + K_H) \cdot s + 2 \cdot (K_H + K_P) \quad \underline{\text{mit:}} \quad D = 1, \quad \omega_0 = 5 \quad [2]$$

$$1) \quad 10 = 2 + K_H \quad \Rightarrow \quad \boxed{K_H = 8} \quad [1]$$

$$2) \quad 25 = 2 \cdot (K_H + K_P) \quad \Rightarrow \quad \boxed{K_P = 4,5} \quad [1]$$

Aufgabe 4: Nichtlinearer Regelkreis**Erläuterungen:**

Die Anfangsbedingung des Integrators beträgt $x_I(t=0) = 1$ (Integratorausgang). Somit ergibt sich auf Grund des nichtlinearen Gliedes N_1 zum Zeitpunkt $t=0$ ein Startwert der Regelgröße von $x(t) = 2$, wofür 4 Punkte vergeben werden. Da die Anfangsbedingung des nichtlinearen Gliedes N_2 bei $y(t=0) = 1$ liegt, berechnet sich der Regelfehler zum Zeitpunkt $t=0$ wie folgt: $e(t=0) = w(t=0) - y(t=0) = 2 - 1 = 1$. Dieser Regelfehler ist der Eingang des Integrators und somit erhält man am Integratorausgang eine Gerade mit der Steigung 1. Für die korrekt gezeichneten Geradensteigungen erhält man jeweils 3 Punkte. Da der Eingang des nichtlinearen Gliedes N_1 jederzeit $x_I(t) \geq 0$ ist, verhält sich das Glied N_1 linear und verändert daher nicht die Steigung der Geraden. Zum Zeitpunkt $t=2$ liegt die Regelgröße bei $x(t=2) = 4$, was ein Umschalten im nichtlinearen Glied N_2 von $y(t=2) = 1$ auf $y(t=2) = 3$ zur Folge hat. Somit beträgt der Regelfehler $e(t) = 2 - 3 = -1$, wodurch sich eine Gerade mit der Steigung -1 am Integratorausgang ergibt. Zum Zeitpunkt $t=5$ lautet der Wert der Regelgröße $x(t) = 1$, was ein erneutes Umschalten im nichtlinearen Glied N_2 von $y(t=5) = 3$ zurück auf $y(t=5) = 1$ zur Folge hat. Der weitere Verlauf wiederholt sich periodisch. Für die korrekt eingezeichneten Umschaltunkte der Regelgröße $x(t)$ erhält man jeweils 4 Punkte.