

Prüfungsklausur Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

20. August 2016

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	20	16	15	11	19	13	12	14	120
Note:	Ist:									

Dauer der Klausur: 2 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner und 4-seitige Formelsammlung

Aufgabe 1: Verständnisfragen (20 Punkte)

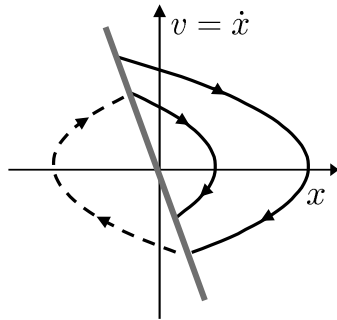
Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.

Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!

Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

- a) Woran erkennt man, ob ein System sprungfähig ist?
- ☐ Am Verlauf der Sprungantwort für $t \rightarrow \infty$.
 - ☐ Am Verlauf der Sprungantwort für $t \rightarrow 0$.
 - ☐ Am Verlauf des Frequenzgangs für $\omega \rightarrow \infty$ (Steigung 0 dB/Dek. und 0° Phase).
- b) Welche gemeinsamen Eigenschaften haben Allpass und Totzeit?
- ☐ Sie sind beide nichtphasenminimal.
 - ☐ Ihre Phasengänge streben für $\omega \rightarrow \infty$ gegen $-\infty^\circ$
 - ☐ Ihre Amplitudengänge sind für alle Frequenzen gleich 0 dB.
- c) Wie kann ein zylindrischer Flüssigkeitsbehälter (Querschnittsfäche k_A in m^2) mit der Ausgangsgröße $Y(s)$ (Füllstand in m) und der Eingangsgröße $U(s)$ (Volumenstrom in m^3/sec) als Übertragungsfunktion beschrieben werden:
- ☐ $G(s) = k_A \cdot s$
 - ☐ $G(s) = \frac{k_A}{s}$
 - ☐ $G(s) = \frac{1}{k_A \cdot s}$
- d) Welche Aussagen gelten für nichtphasenminimale Systeme?
- ☐ Sie haben nichtlineares Verhalten.
 - ☐ Der sonst im asymptotischen Bodediagramm beobachtbare Zusammenhang $k \cdot 20 \text{ dB/Dek. Steigung im Amplitudengang entsprechen } k \cdot 90^\circ \text{ Phase}$ gilt nicht.
 - ☐ Nichtphasenminimale Systeme verschlechtern durch eine zusätzliche Phasenabsenkung die Phasenreserve in Regelkreisen. Die Regelung ist daher schwieriger.
- e) Was zeigt der Wasserbett-Effekt?
- ☐ Eine Verbesserung der Regelgüte bei niedrigen Frequenzen hat eine Verschlechterung bei höheren Frequenzen zur Folge.
 - ☐ Bei sehr hohen Frequenzen wirkt die Regelung gar nicht.
 - ☐ Durch geeignete Wahl der Reglerverstärkung kann für alle Frequenzen die Regelgüte verbessert werden.
- f) Was gilt bei einer Störgrößenaufschaltung?
- ☐ Es wird keine Messung der Störung benötigt.
 - ☐ Obwohl eine Messung benötigt wird, ist die Störgrößenaufschaltung von ihrer Struktur her keine Regelung sondern eine Steuerung.
 - ☐ Sie beeinflusst die Stabilität des Regelkreises.

- g) Nachfolgend ist die Trajektorie eines geregelten dynamischen Systems dargestellt. Die graue Linie im Diagramm stellt die *Schaltgerade* des verwendeten Zweipunktreglers dar. Welche Aussagen sind richtig?



- ☐ Die Regelung ist **instabil**.
- ☐ Die Regelung ist **stabil**.
- ☐ Durch Drehen der Schaltgeraden durch den Koordinatenursprung kann das dynamische Verhalten und somit die Stabilität beeinflusst werden.
- h) Welche Aussagen zum sogenannten Wind-up-Effekt sind richtig?
- ☐ Der Effekt tritt bei Regelungen mit Stellgrößenbeschränkung und PD-Regler auf.
- ☐ Er kann durch geeignete Maßnahmen, die auf den Integrator des Reglers wirken, reduziert werden.
- ☐ Er kann durch einen möglichst großen I-Anteil im Regler vermieden werden.
- i) Eine Kaskadenregelung ist ein Regelkreis, ...
- ☐ der aus ineinander geschachtelten Regelkreisen besteht.
- ☐ der aus hintereinander geschalteten Regelkreisen (Reihenschaltung) besteht.
- ☐ der aus parallel geschalteten Regelkreisen besteht.
- j) Die Empfindlichkeitsfunktion ...
- ☐ ... beschreibt den Einfluss der Rückkopplung im Regelkreis oder den Unterschied zwischen offenem und geschlossenem Regelkreis
- ☐ ... ist z.B. im Zusammenhang mit dem Wasserbetteffekt wichtig.
- ☐ ... wird durch die Wahl des Reglers nicht beeinflusst.
- k) Welche Aussagen gelten für die Frequenzgangsortskurve?
- ☐ Sie ist hilfreich bei der Stabilitätsuntersuchung mit dem Nyquist-Kriterium.
- ☐ Man kann für eine gewünschte Frequenz leicht Amplitude und Phase ablesen.
- ☐ Sie ist für $\omega \geq 0$ immer symmetrisch zur reellen (waagerechten) Achse.
- l) Welche Aussagen für Polvorgabe- und Kompensationsregler sind richtig?
- ☐ Mit dem Kompensationsregler können Pole **und** Nullstellen vorgegeben werden.
- ☐ Mit dem Kompensationsregler können nur die Pole vorgegeben werden.
- ☐ Der Polvorgaberegler kann nicht für instabile Systeme verwendet werden.

m) Welche Aussagen gelten für die Wurzelortskurve?

- ☐ Sie ist immer symmetrisch zur reellen (waagerechten) Achse.
- ☐ Sie ist gut geeignet, um sich mit einfachen Konstruktionsregeln einen Überblick zu verschaffen, wie sich ein Regelkreis für verschiedene Verstärkungen verhält.
- ☐ Sie wird benutzt, um die Stabilität mit dem Nyquist-Kriterium zu bestimmen.

Aufgabe 2: Eigenschaften von Systemen (16 Punkte)

Gegeben sind die folgenden Systeme:

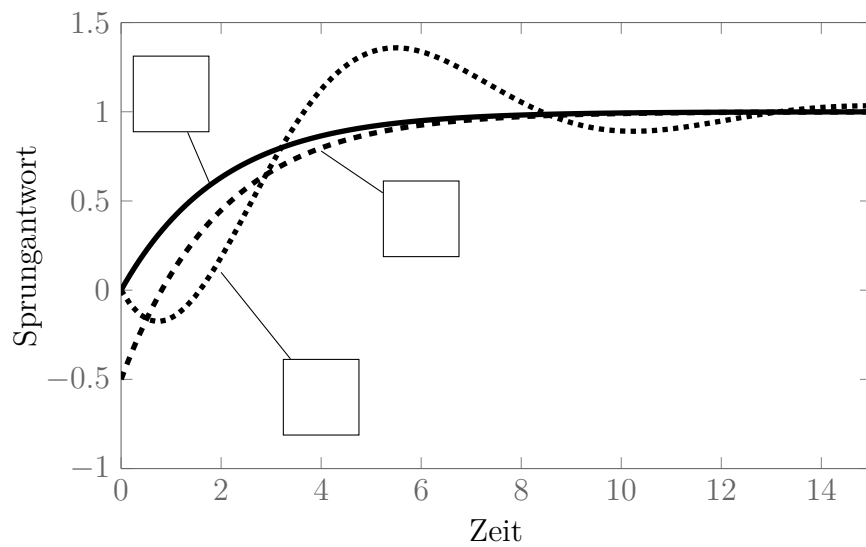
A	$Y_A(s) = -\frac{s-1}{2s+1}U_A(s)$	B	$Y_B(s) = -\frac{s-1}{2s^2+s+1}U_B(s)$
C	$y_D(t) = 2u_D(t)$	D	$\ddot{y}_C(t) = -\dot{y}_C(t) - 5y_C(t) + u_C(t-1)$
E	$Y_E(s) = \frac{s^3-2}{s^2-3}U_E(s)$	F	$Y_F(s) = \frac{1}{2s+1}U_F(s)$

- a) Transformieren Sie System D in den Laplace-Bereich
- b) Welche Eigenschaften treffen auf das jeweilige System zu? Kennzeichnen Sie in der Tabelle zutreffende Eigenschaften mit einem 'x'.

System	dynamisch	linear	schwingungsfähig	realisierbar	stabil	phasenminimal
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Hinweis zur Bepunktung: In jeder Zeile können 2 Punkte erreicht werden, für jedes falsche Kreuz wird 1 Punkt abgezogen und es gibt keine negativen Punkte pro Zeile.

- c) Ordnen Sie den dargestellten **Sprungantworten** das entsprechende System zu. Begründen Sie ihre Auswahl kurz.



Begründung (1-2 Sätze):

Aufgabe 3: Laplace-Transformation / Stabilität (15 Punkte)

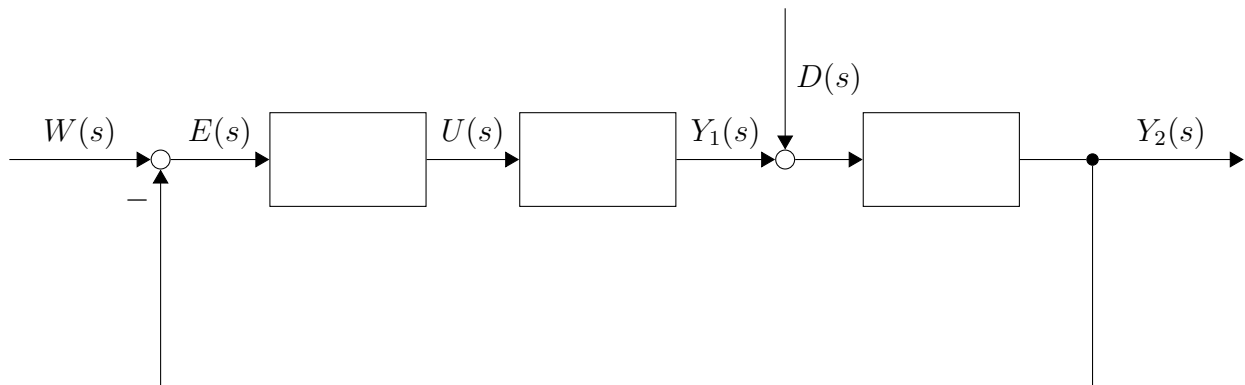
Gegeben ist folgendes dynamische System:

$$y_1(t) = -2\dot{y}_1 + u(t)$$

$$y_2(t) = -2\dot{y}_2 + d(t) + y_1(t)$$

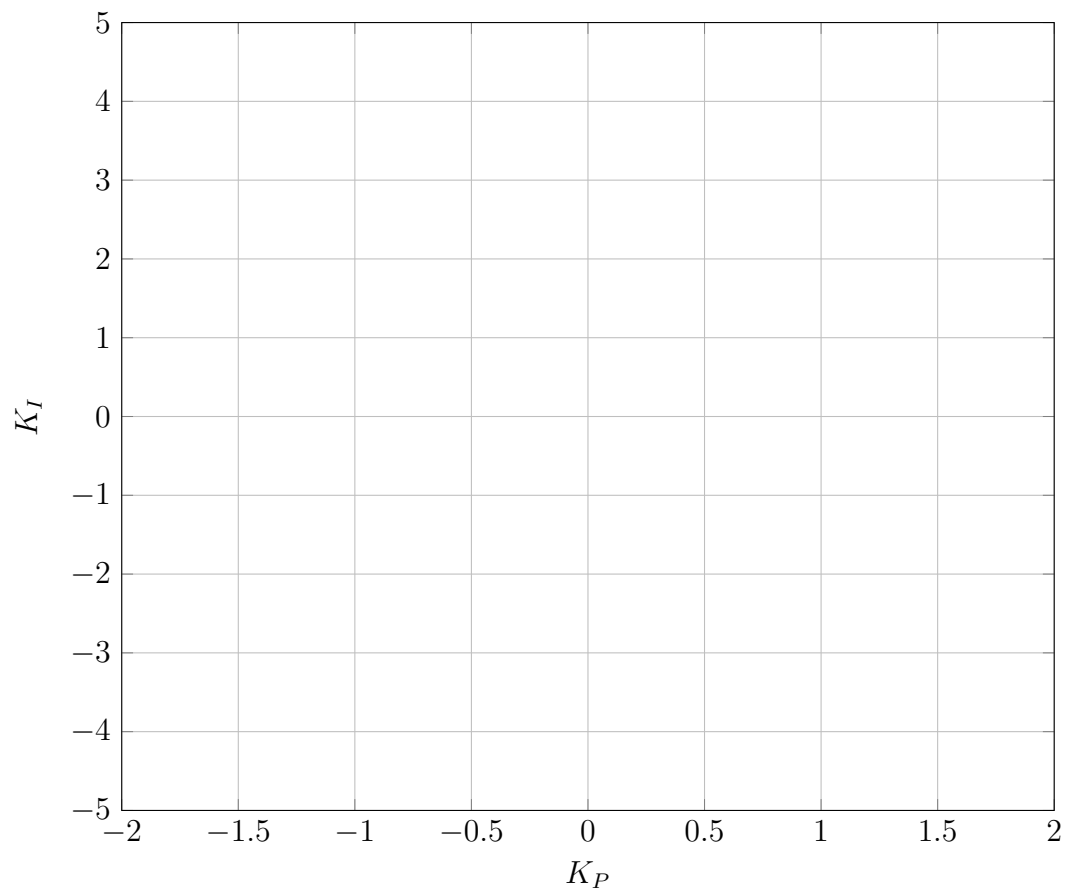
Hierbei ist $y_2(t)$ die Regelgröße, $y_1(t)$ eine innere Größe der Strecke, $u(t)$ die Stellgröße und $d(t)$ die Störgröße.

- Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion der Störung $G_{Do}(s)$ und die Übertragungsfunktion der Stellgröße $G_S(s)$ auf die Regelgröße $y_2(t)$ im offenen Regelkreis.
- Das System soll mit einem PI-Regler mit der Übertragungsfunktion $G_R = K_P + \frac{1}{s} \cdot K_I$ geregelt werden, ergänzen Sie das folgende Blockschaltbild um die entsprechenden Übertragungsfunktionen.



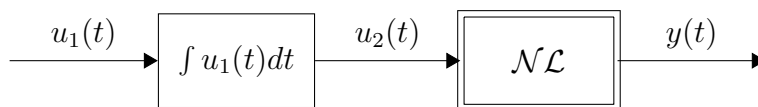
- Berechnen Sie die Störübertragungsfunktion G_d und die Führungsübertragungsfunktion G_w des geschlossenen Regelkreises bei Verwendung des PI-Reglers.

- d) Berechnen Sie den Stabilitätsbereich für die Parameter K_P und K_I des Reglers und zeichnen Sie das sich ergebende Stabilitätsgebiet in das folgende Diagramm ein.

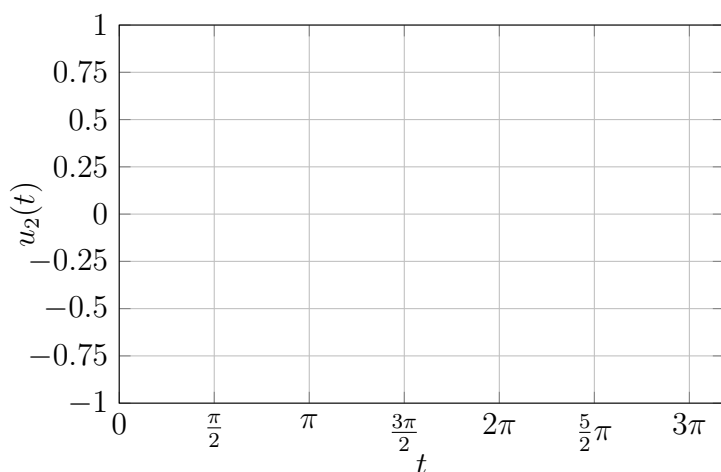
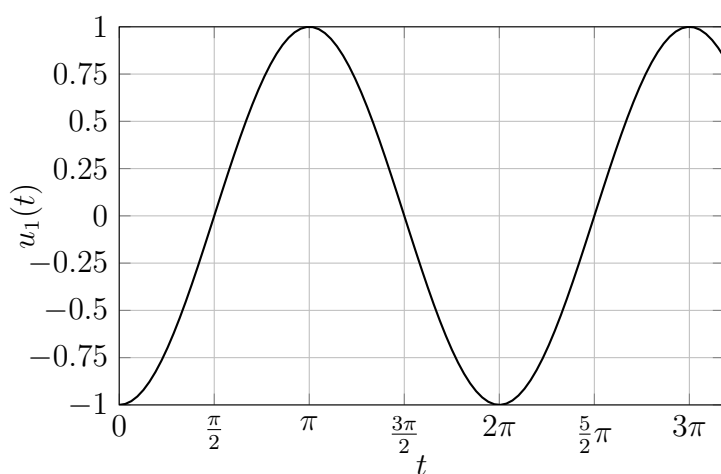


Aufgabe 4: Nichtlineare Systeme (11 Punkte)

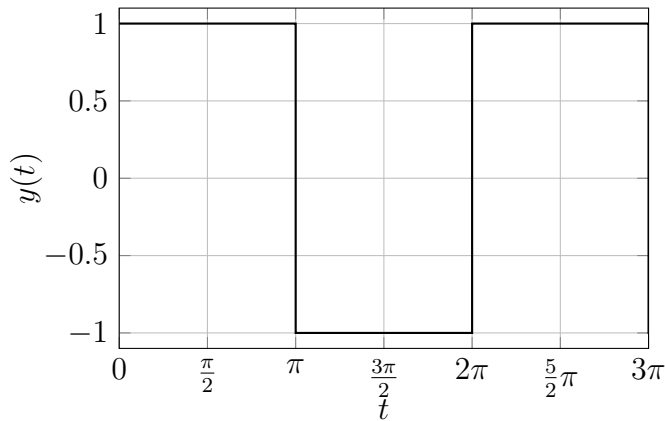
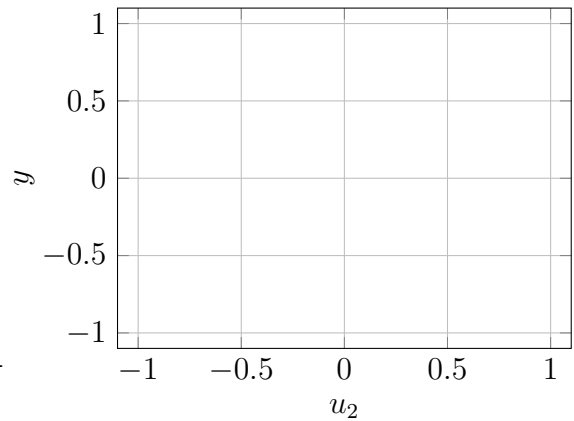
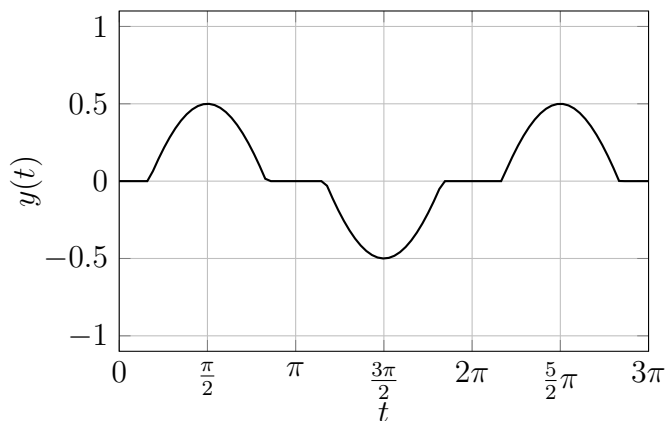
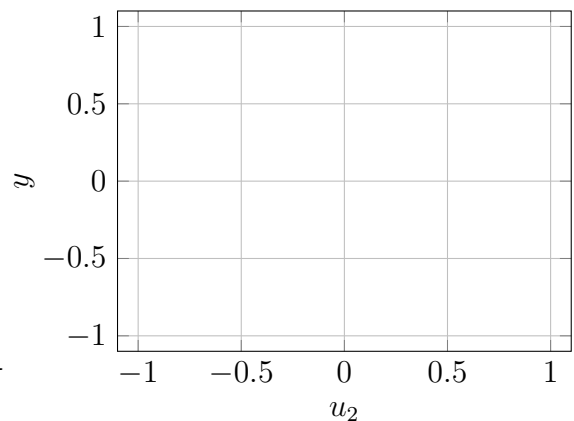
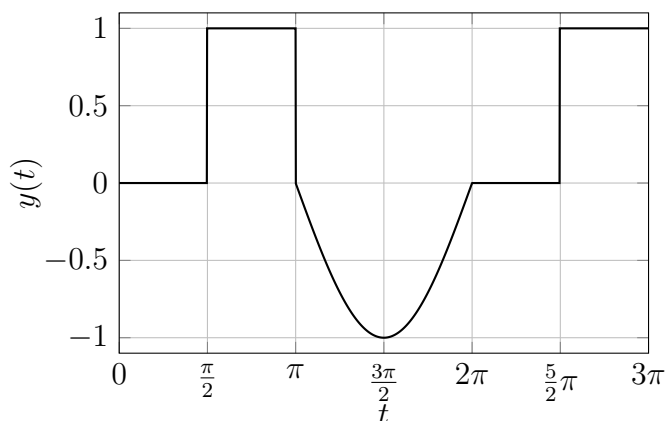
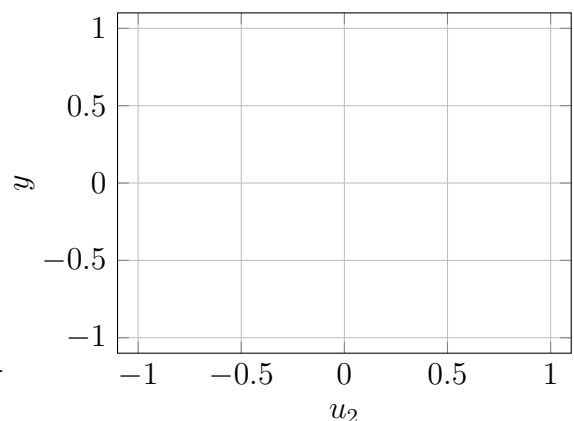
Gegeben ist das folgende dynamische und nichtlineare System:



- a) Das System wird mit dem dargestellten Eingangssignal $u_1(t) = -\cos(t)$ beaufschlagt. Zeichnen Sie $u_2(t)$ in das untere Diagramm ein. Die Anfangsbedingung des Integrators ist $u_2(0) = 0$.



- b) Es werden 3 unterschiedliche Nichtlinearitäten betrachtet. Zu diesen sind jeweils die Systemantworten $y(t)$ angegeben. Zeichnen Sie die Kennlinie für jede der Nichtlinearitäten in die nebenstehenden Diagramme ein.

Nichtlinearität 1**Kennlinie 1****Nichtlinearität 2****Kennlinie 2****Nichtlinearität 3****Kennlinie 3**

- c) Welche der Kennlinien sind invertierbar, welche sind eindeutig? Begründen Sie Ihre Antwort kurz.

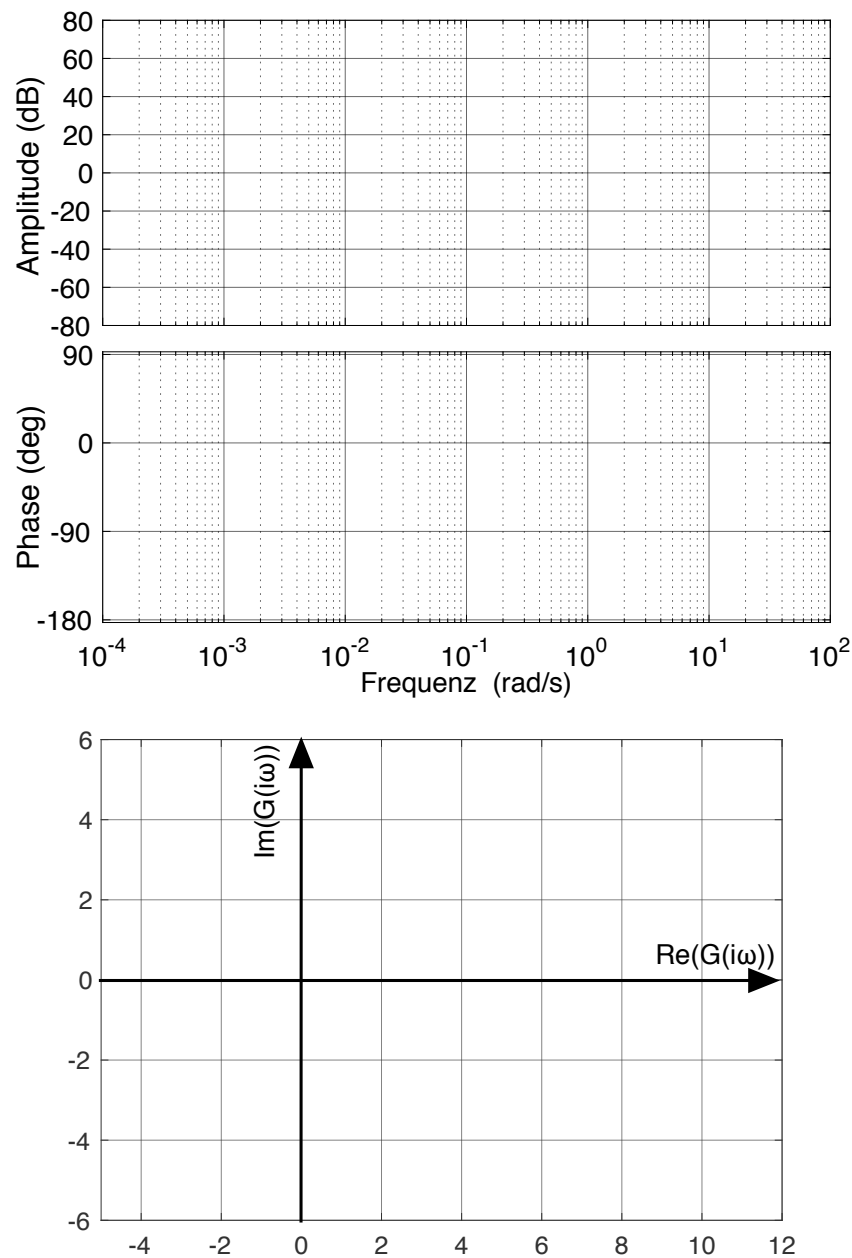
Aufgabe 5: Frequenzgänge (19 Punkte)

a) Gegeben sind folgende Übertragungsglieder:

$$G_1(s) = \frac{10s}{1+s}, \quad G_2(s) = \frac{10}{1+100s}, \quad G_3(s) = \frac{1}{s(1+2s)}$$

Zeichnen Sie in die folgenden Diagramme:

- **Exakt** die asymptotischen Amplituden- und Phasengänge (oberes Diagramm).
- **Näherungsweise** die tatsächlichen Phasengänge (oberes Diagramm).
- **Näherungsweise** die Frequenzgangsortskurven (unteres Diagramm).



b) G_1 , G_2 und G_3 seien Übertragungsfunktionen offener Regelkreise. Können diese Regelkreise bei ausreichend großer Verstärkung instabil werden (**kurze Begründung**)?

Aufgabe 6: Bode-Diagramm (13 Punkte)

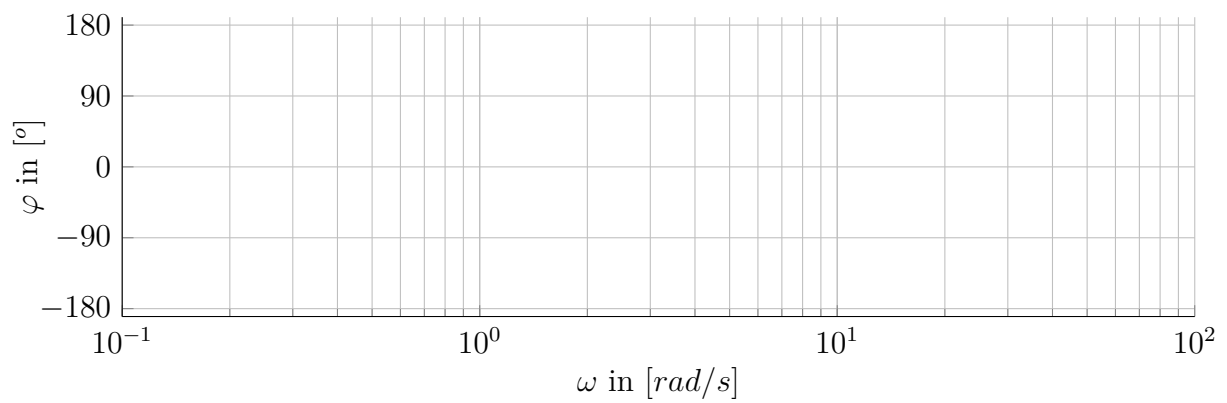
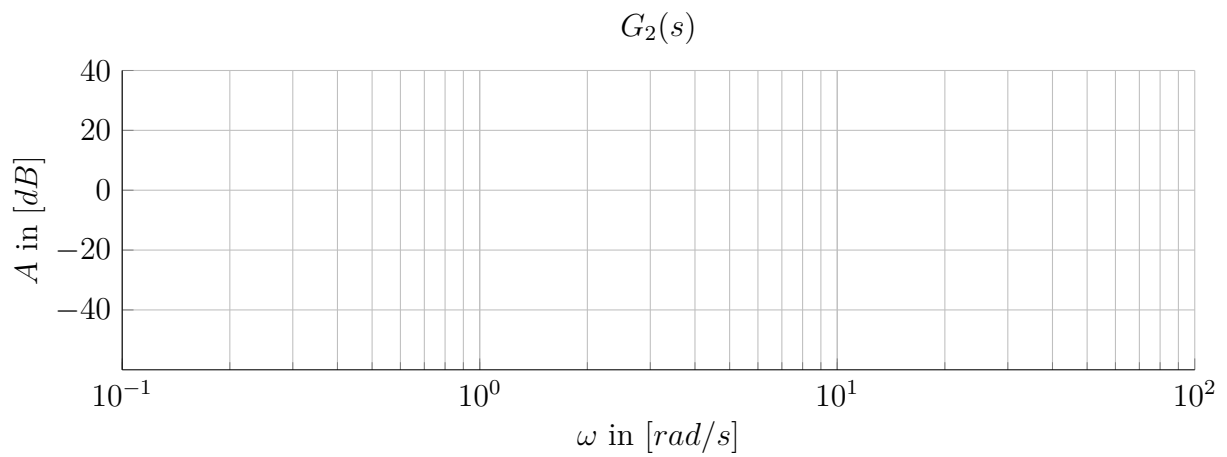
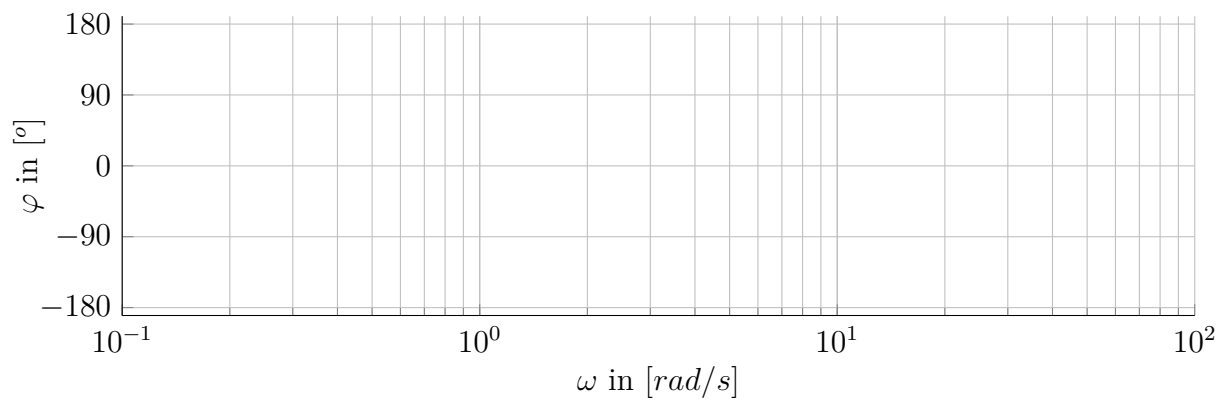
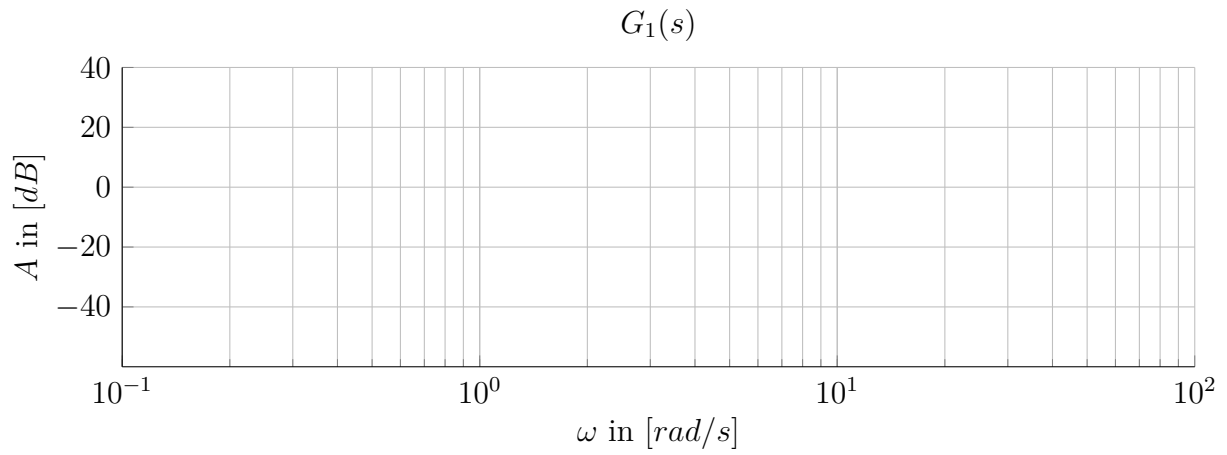
Gegeben sind folgende Systeme:

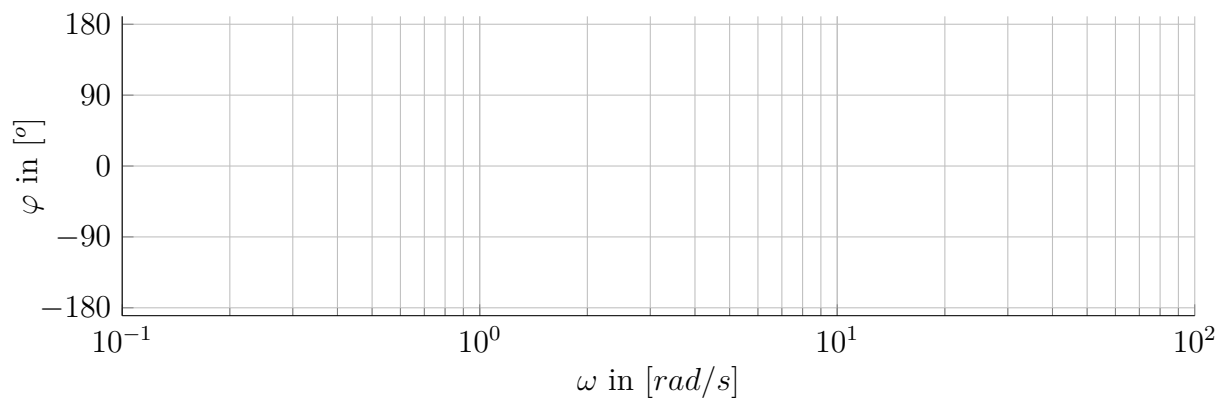
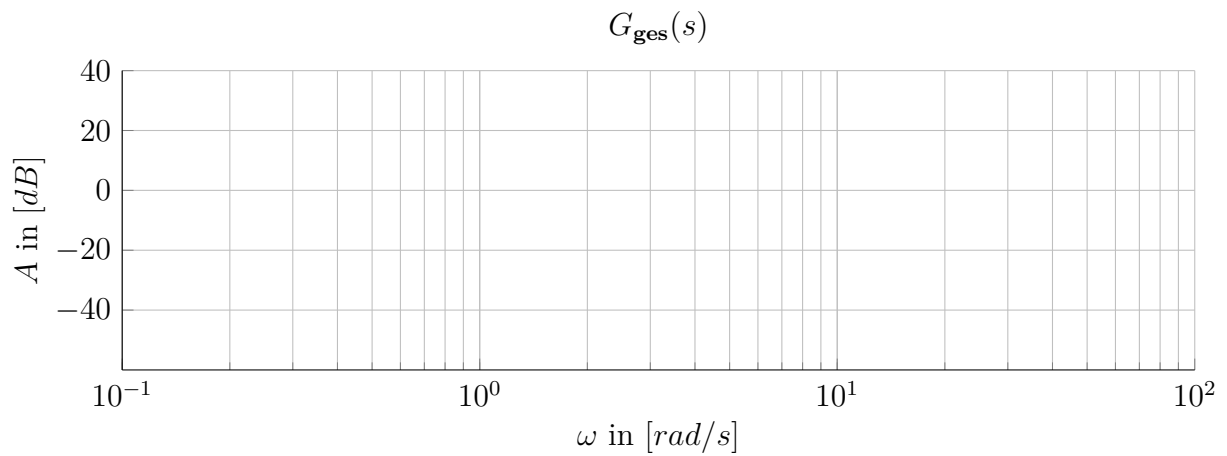
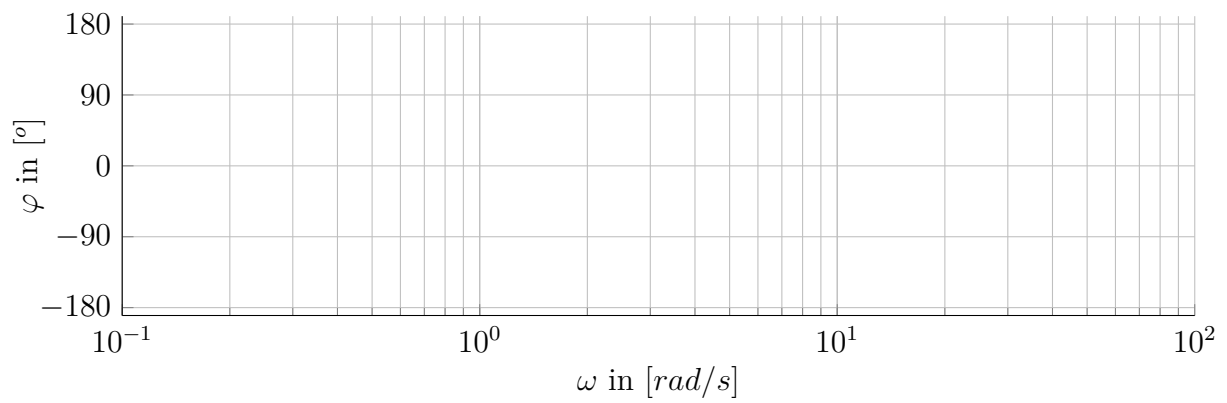
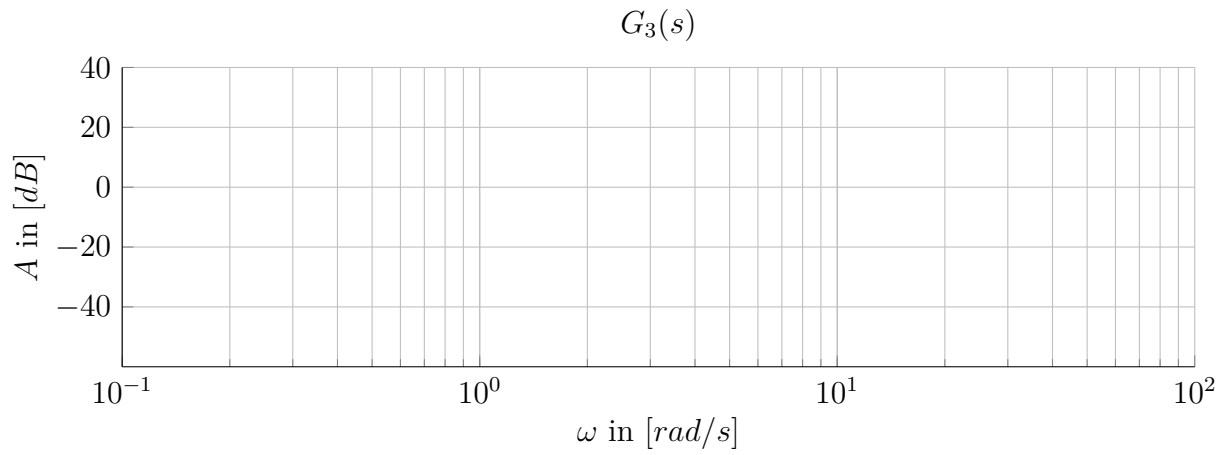
$$G_1(s) = \frac{1}{(1 + 0.1s)^2} \quad (1)$$

$$G_2(s) = \frac{1}{10s} \quad (2)$$

$$G_3(s) = 1 + s \quad (3)$$

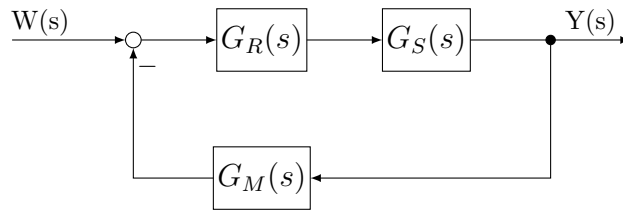
- a) Berechnen Sie den Endwert der Sprungantwort für die o.g. Systeme.
- b) Zeichnen Sie die asymptotischen Bode-Diagramme für jedes der o.g. Systeme. Kennzeichnen sie die Eckfrequenzen deutlich.
- c) Im Folgenden sollen die Systeme in Reihe geschaltet werden. Bestimmen Sie die sich hieraus ergebende Gesamtübertragungsfunktion $G_{\text{ges}}(s)$.
- d) Wie lautet die Bezeichnung des dynamischen Systems $G_{\text{ges}}(s)$ (P, PI, PD, P-T1, ...)?
- e) Zeichnen Sie das asymptotische Bode-Diagramm von $G_{\text{ges}}(s)$.
- f) Welches globale Verhalten hat $G_{\text{ges}}(s)$? Begründen Sie Ihre Wahl anhand des asymptotischen Amplitudengangs und der Übertragungsfunktion.





Aufgabe 7: Wurzelortskurve (12 Punkte)

Gegeben ist folgendes Blockschaltbild:



Das zu regelnde System ist ein PT_2 mit folgender Struktur:

$$G_S(s) = \frac{1}{(s+4) \cdot (s+3)} \quad (4)$$

Das System soll mit einem PDT_1 -Regler geregelt werden:

$$G_R(s) = K_P \cdot \frac{1 + T_D \cdot s}{1 + T_1 \cdot s} \quad \text{mit} \quad K_P = 1, \quad T_D = 1, \quad T_1 = \frac{1}{5} \quad (5)$$

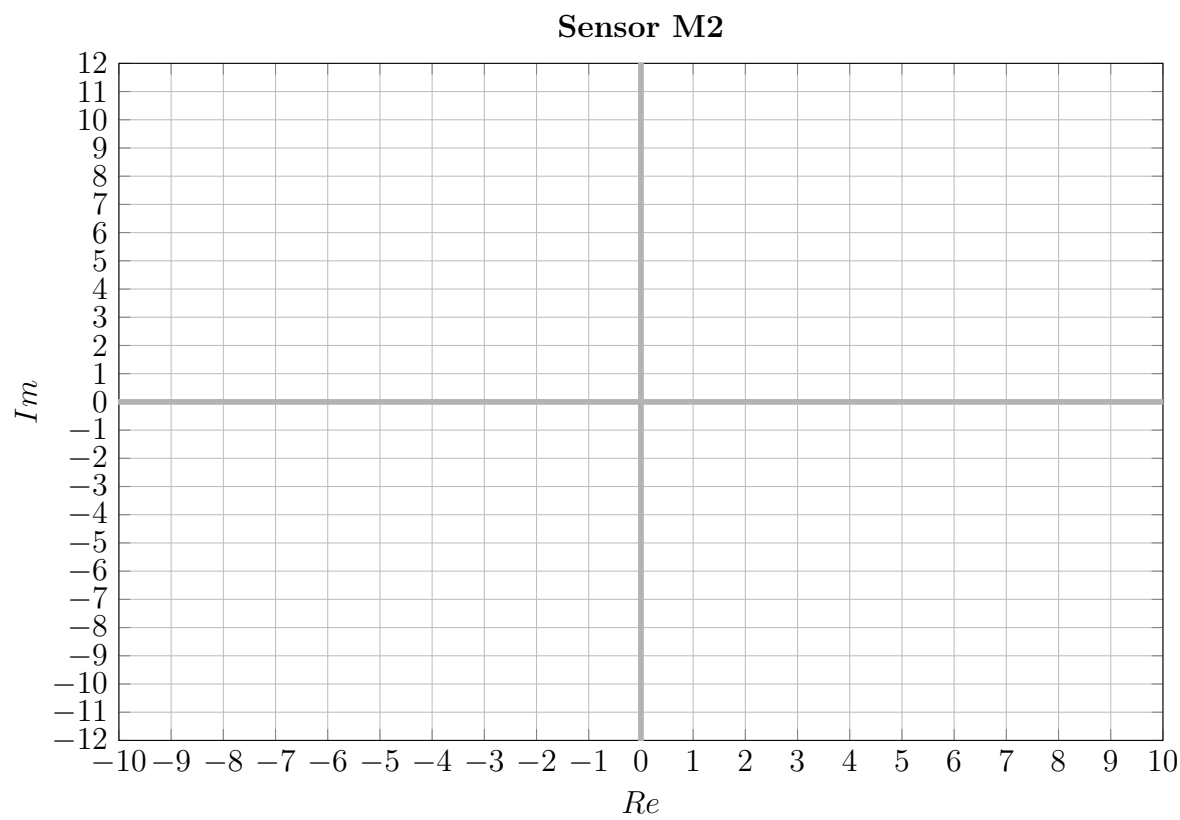
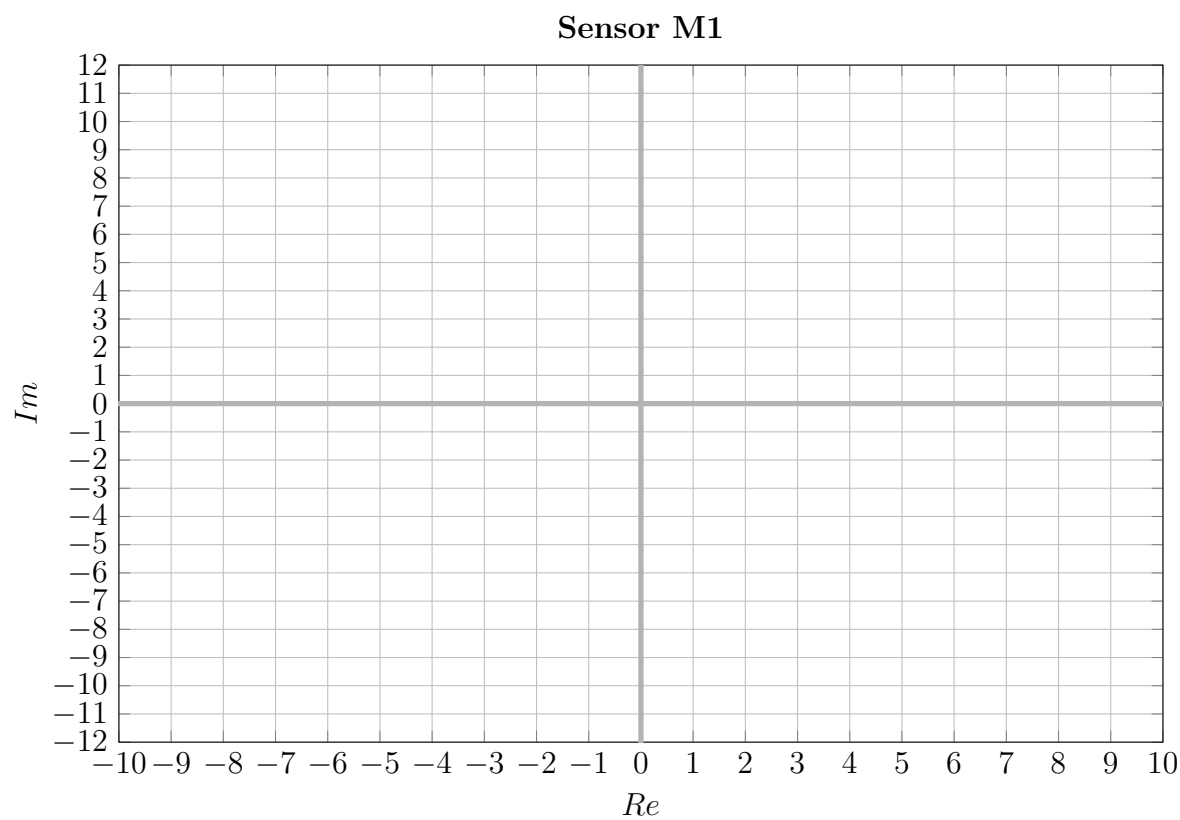
Außerdem stehen zwei verschiedene Sensoren zu Verfügung um die Regelgröße y zu erfassen:

$$G_{M1}(s) = 1 \quad (6)$$

$$G_{M2}(s) = \frac{7}{s+7} \quad (7)$$

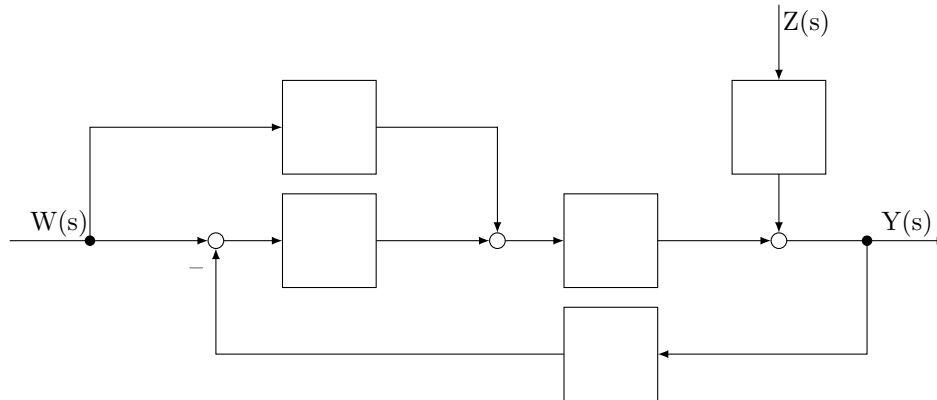
Der hochwertige Sensor M1 ist sehr schnell sodass keine Verzögerung auftritt. Der Sensor M2 hingegen schwingt nur langsam ein, ist dafür deutlich kostengünstiger.

- Bestimmen Sie die Übertragungsfunktionen der offenen Regelkreise $G_{0,M1}(s)$ und $G_{0,M2}(s)$. Nehmen Sie hierfür die Sensordynamiken aus Gleichung 6 und 7.
- Skizzieren Sie die Wurzelortskurve für das System mit der Sensordynamik $G_{M1}(s)$. Eine genaue Berechnung von Verzweigungs-/ Vereinigungs-/ und Asymptotenschnittpunkten ist NICHT notwendig!
- Aus Kostengründen wird der langsame Sensor (M2) verwendet. Skizzieren Sie die Wurzelortskurve für das System mit der Sensordynamik $G_{M2}(s)$. Eine genaue Berechnung von Verzweigungs-/ Vereinigungs-/ und Asymptotenschnittpunkten ist NICHT notwendig!
- Wie ändert sich Schwingungsfähigkeit und Stabilität wenn die Verstärkung des Reglers erhöht wird (Je für Sensor M1 und M2)?
- Wie viele Äste der WOK gehen ins Unendliche (Je für Sensor M1 und M2)?
- Hat der geschlossene Regelkreis (Je für Sensor M1 und M2) eine bleibende Regelabweichung bei einem Führungssprung ($W(s) = \frac{1}{s}$)?



Aufgabe 8: Vorsteuerung (14 Punkte)

Gegeben ist das Blockschaltbild zur Realisierung einer Vorsteuerung



a) Tragen Sie die im folgenden aufgelisteten Übertragungsfunktionen im obigen Blockschaltbild an der Richtigen Stelle ein:

- 1) $G_S(s)$: Übertragungsfunktion der Regelstrecke
- 2) $G_M(s)$: Übertragungsfunktion des Messglieds
- 3) $G_R(s)$: Übertragungsfunktion des Reglers
- 4) $G_T(s)$: Übertragungsfunktion der Störgröße
- 5) $G_V(s)$: Vorgegebenes Führungsverhalten (inklusive evt. notwendiger PT_n Glieder)

b) Welche Eigenschaft sollte die Übertragungsfunktion von $W(s)$ nach $Y(s)$ auf jeden Fall besitzen?

c) Gegeben ist nun die Übertragungsfunktion der Regelstrecke:

$$G_S(s) = \frac{s}{s+1} e^{-s}.$$

Entwerfen Sie eine realisierbare Vorsteuerung $G_V(s)$ für die Regelstrecke.

d) Zeichnen Sie in das bestehende Blockschaltbild eine Störgrößenaufschaltung ein.

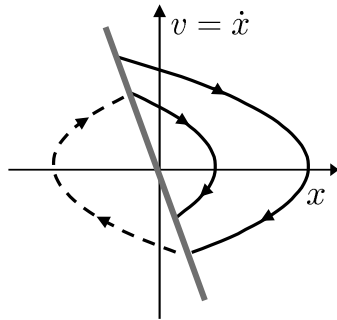
e) Berechnen Sie die realisierbare Übertragungsfunktion der Störgrößenaufschaltung für den Fall: $G_T(s) = 1/(2+s)$ und $G_S(s) = (s/(s+1)) \cdot e^{-s}$

Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen

- a) Woran erkennt man, ob ein System sprungfähig ist?
- ☐ Am Verlauf der Sprungantwort für $t \rightarrow \infty$.
 - ☒ Am Verlauf der Sprungantwort für $t \rightarrow 0$.
 - ☒ Am Verlauf des Frequenzgangs für $\omega \rightarrow \infty$ (Steigung 0 dB/Dek. und 0° Phase).
- b) Welche gemeinsamen Eigenschaften haben Allpass und Totzeit?
- ☒ Sie sind beide nichtphasenminimal.
 - ☐ Ihre Phasengänge streben für $\omega \rightarrow \infty$ gegen $-\infty^\circ$
 - ☒ Ihre Amplitudengänge sind für alle Frequenzen gleich 0 dB.
- c) Wie kann ein zylindrischer Flüssigkeitsbehälter (Querschnittsfäche k_A in m^2) mit der Ausgangsgröße $Y(s)$ (Füllstand in m) und der Eingangsgröße $U(s)$ (Volumenstrom in m^3/sec) als Übertragungsfunktion beschrieben werden:
- ☐ $G(s) = k_A \cdot s$
 - ☐ $G(s) = \frac{k_A}{s}$
 - ☒ $G(s) = \frac{1}{k_A \cdot s}$
- d) Welche Aussagen gelten für nichtphasenminimale Systeme?
- ☐ Sie haben nichtlineares Verhalten.
 - ☒ Der sonst im asymptotischen Bodediagramm beobachtbare Zusammenhang $k \cdot 20 \text{ dB/Dek. Steigung im Amplitudengang entsprechen } k \cdot 90^\circ \text{ Phase}$ gilt nicht.
 - ☒ Nichtphasenminimale Systeme verschlechtern durch eine zusätzliche Phasenabsenkung die Phasenreserve in Regelkreisen. Die Regelung ist daher schwieriger.
- e) Was zeigt der Wasserbett-Effekt?
- ☒ Eine Verbesserung der Regelgüte bei niedrigen Frequenzen hat eine Verschlechterung bei höheren Frequenzen zur Folge.
 - ☒ Bei sehr hohen Frequenzen wirkt die Regelung gar nicht.
 - ☐ Durch geeignete Wahl der Reglerverstärkung kann für alle Frequenzen die Regelgüte verbessert werden.
- f) Was gilt bei einer Störgrößenaufschaltung?
- ☐ Es wird keine Messung der Störung benötigt.
 - ☒ Obwohl eine Messung benötigt wird, ist die Störgrößenaufschaltung von ihrer Struktur her keine Regelung sondern eine Steuerung.
 - ☐ Sie beeinflusst die Stabilität des Regelkreises.

- g) Nachfolgend ist die Trajektorie eines geregelten dynamischen Systems dargestellt. Die graue Linie im Diagramm stellt die *Schaltgerade* des verwendeten Zweipunktreglers dar. Welche Aussagen sind richtig?



- ☐ Die Regelung ist **instabil**.
☒ Die Regelung ist **stabil**.
☒ Durch Drehen der Schaltgeraden durch den Koordinatenursprung kann das dynamische Verhalten und somit die Stabilität beeinflusst werden.
- h) Welche Aussagen zum sogenannten Wind-up-Effekt sind richtig?
- ☐ Der Effekt tritt bei Regelungen mit Stellgrößenbeschränkung und PD-Regler auf.
☒ Er kann durch geeignete Maßnahmen, die auf den Integrator des Reglers wirken, reduziert werden.
☐ Er kann durch einen möglichst großen I-Anteil im Regler vermieden werden.
- i) Eine Kaskadenregelung ist ein Regelkreis, ...
- ☒ der aus ineinander geschachtelten Regelkreisen besteht.
☐ der aus hintereinander geschalteten Regelkreisen (Reihenschaltung) besteht.
☐ der aus parallel geschalteten Regelkreisen besteht.
- j) Die Empfindlichkeitsfunktion ...
- ☒ ... beschreibt den Einfluss der Rückkopplung im Regelkreis oder den Unterschied zwischen offenem und geschlossenem Regelkreis
☒ ... ist z.B. im Zusammenhang mit dem Wasserbetteffekt wichtig.
☐ ... wird durch die Wahl des Reglers nicht beeinflusst.
- k) Welche Aussagen gelten für die Frequenzgangsortskurve?
- ☒ Sie ist hilfreich bei der Stabilitätsuntersuchung mit dem Nyquist-Kriterium.
☐ Man kann für eine gewünschte Frequenz leicht Amplitude und Phase ablesen.
☐ Sie ist für $\omega \geq 0$ immer symmetrisch zur reellen (waagerechten) Achse.
- l) Welche Aussagen für Polvorgabe- und Kompensationsregler sind richtig?
- ☒ Mit dem Kompensationsregler können Pole **und** Nullstellen vorgegeben werden.
☐ Mit dem Kompensationsregler können nur die Pole vorgegeben werden.
☐ Der Polvorgaberegler kann nicht für instabile Systeme verwendet werden.

m) Welche Aussagen gelten für die Wurzelortskurve?

- ☒ Sie ist immer symmetrisch zur reellen (waagerechten) Achse.
- ☒ Sie ist gut geeignet, um sich mit einfachen Konstruktionsregeln einen Überblick zu verschaffen, wie sich ein Regelkreis für verschiedene Verstärkungen verhält.
- ☐ Sie wird benutzt, um die Stabilität mit dem Nyquist-Kriterium zu bestimmen.

\sum 20

Aufgabe 2: Dynamische Systeme

a)

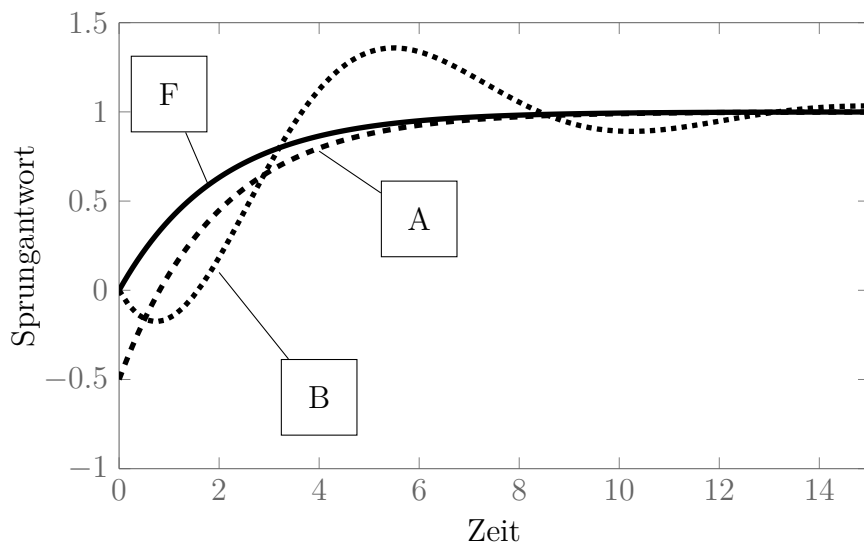
$$s^2 Y_c(s) = -s Y_c(s) - 5 Y_c(s) + U_c(s) e^{-s} \quad (8)$$

$$\frac{Y_c(s)}{U_c(s)} = \frac{e^{-s}}{s^2 + s + 5} \quad (9)$$

Damit ergibt sich $\omega_0 = \sqrt{5}$ und $\frac{2D}{\omega_0} = 0.2$ und $D = \frac{1}{10}\sqrt{5}$. Daher ist das System schwingungsfähig. Die Verstärkung beträgt 0.2. 1

b) Die richtigen Ergebnisse sind in der Tabelle dargestellt:

System	dynamisch	linear	schwingungsfähig	realisierbar	stabil	phasenminimal
A	x	x		x	x	
B	x	x	x	x	x	
C		x		x	x	x
D	x	x	x	x	x	
E	x	x				
F	x	x		x	x	x

c) Sprungantworten System F zeigt das klassische PT_1 -Verhalten. System B ist als einzi- 12

ges schwingungsfähig, A ist nicht phasenminimal, realisierbar und nicht schwingungsfähig. 3

$\sum 16$

Aufgabe 3: Laplace-Transformation / Stabilität

a) Durch Anwendung der Laplace-Transformation erhält man

$$Y_1(s) = -2sY_1(s) + U(s) \quad (10)$$

$$Y_2(s) = -2sY_2(s) + D(s) + Y_1(s) \quad (11)$$

Umformen der ersten Gleichung

$$Y_1(s) = \frac{1}{1+2s} U(s) \quad (12)$$

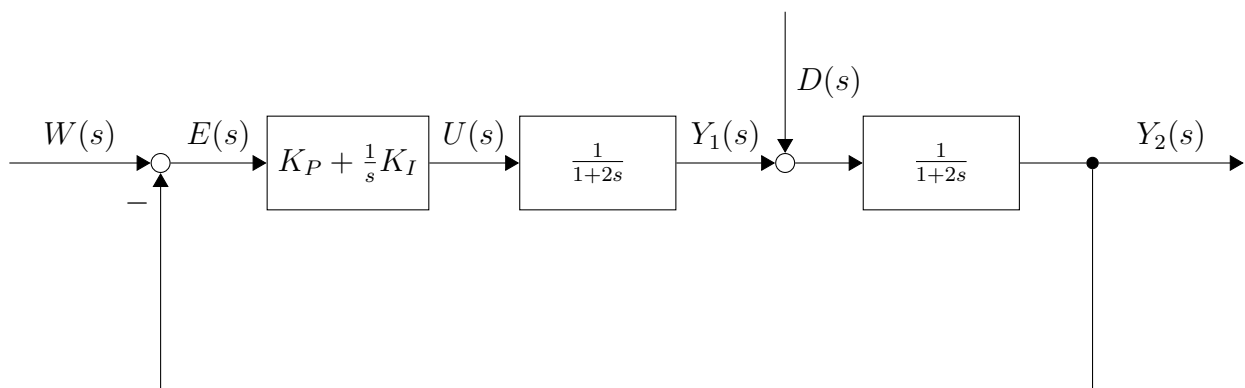
Einsetzen in die zweite Gleichung

$$Y_2(s) = -2sY_2(s) + D(s) + \frac{1}{1+2s} U(s) \quad (13)$$

$$Y_2(s) = \underbrace{\frac{1}{1+2s}}_{G_{Do}} D(s) + \underbrace{\frac{1}{(1+2s)^2}}_{G_S} U(s) \quad (14)$$

3

b) Das Blockschaltbild hat folgendes Aussehen:



3

c) Für die Übertragungsfunktionen ergibt sich:

$$G_d = \frac{G_{Do}}{1 + G_R G_S} = \frac{\frac{1}{1+2s}}{1 + \frac{K_P s + K_I}{s(2s+1)^2}} = \frac{2s^2 + s}{4s^3 + 4s^2 + (K_P + 1)s + K_I} \quad (15)$$

$$G_w = \frac{G_R G_S}{1 + G_R G_S} = \frac{\frac{K_P s + K_I}{(2s+1)^2 s}}{1 + \frac{K_P s + K_I}{s(2s+1)^2}} = \frac{K_P s + K_I}{4s^3 + 4s^2 + (K_P + 1)s + K_I} \quad (16)$$

4

d) Anwendung des Hurwitz Kriteriums ergibt:

$$K_I > 0 \rightarrow K_I > 0 \quad (17)$$

$$K_P + 2 > 0 \rightarrow K_P > -2 \quad (18)$$

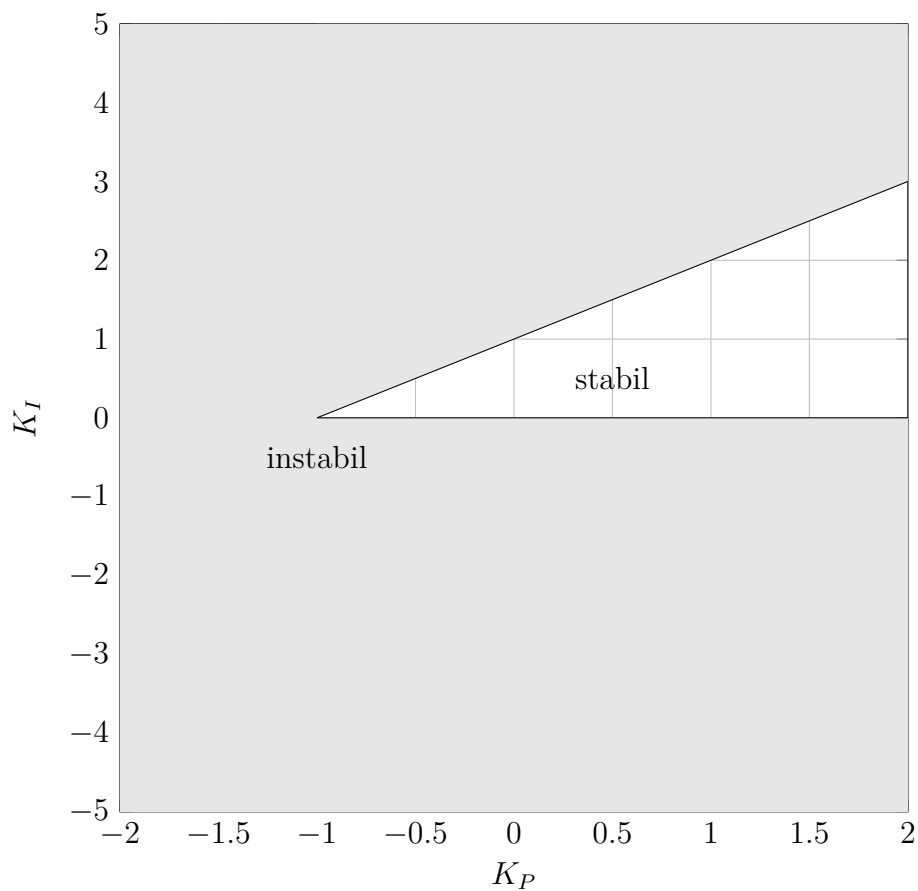
$$2 > 0 \quad \checkmark \quad (19)$$

$$4 > 0 \quad \checkmark \quad (20)$$

$$4(K_P + 1) - 4K_I > 0 \rightarrow K_I < K_P + 1 \quad (21)$$

Damit ergibt sich das unten dargestellte Stabilitätsgebiet:

2

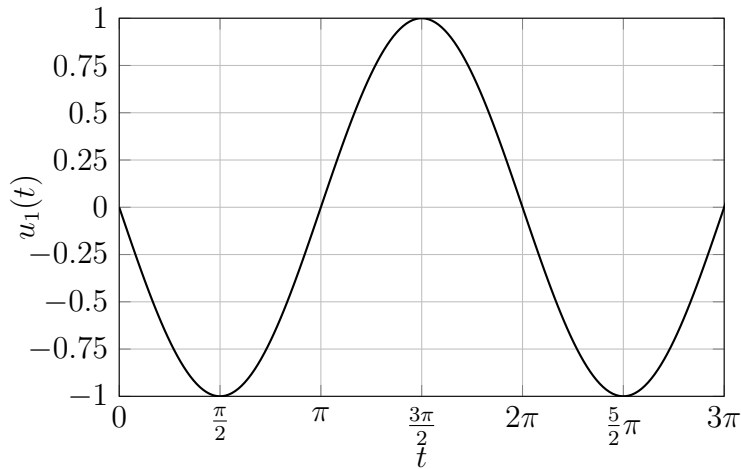


3

Σ^{15}

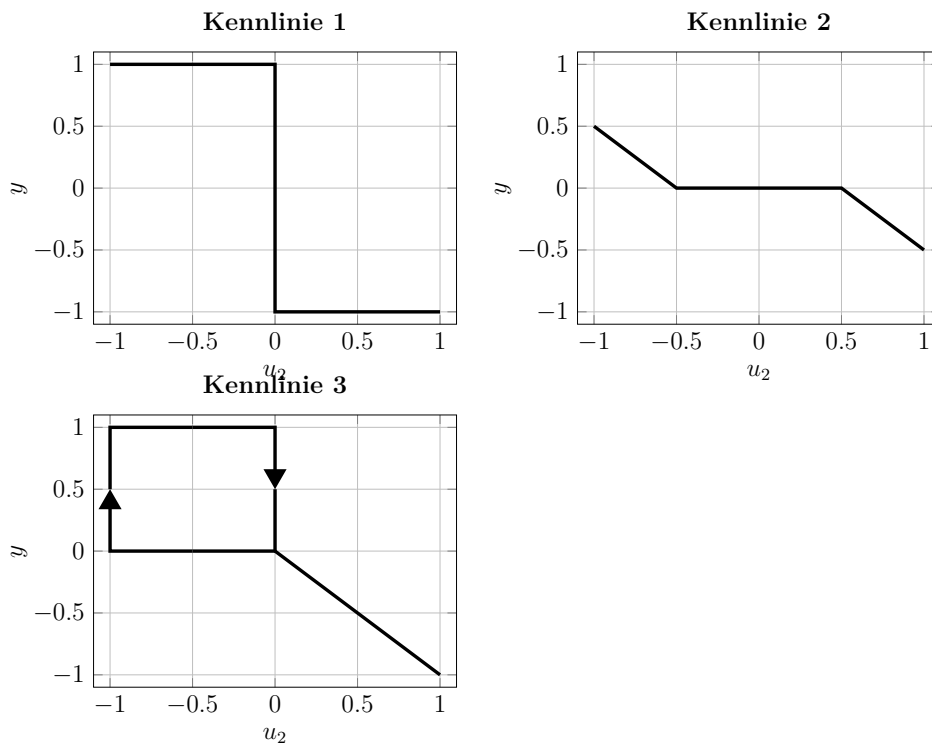
Aufgabe 4: Nichtlineare Systeme

a) Das Integral von $-\cos(t)$ ist $u_2(t) = -\sin(t)$. Als Antwort ergibt sich daher:



2

b) Die folgenden Kennlinien sind richtig:



7

c) Alle Kennlinien können die gleiche Systemantwort für z.B. $u_2 = 0.2$ und $u_2 = 0.4$ ergeben, daher sind alle nicht invertierbar. Kennlinie 1 und 2 sind eindeutig, Kennlinie 3 ist eine Hysterese und daher nicht eindeutig.

2

 $\Sigma 11$

Aufgabe 5: Frequenzgänge

a) Amplitudengänge:

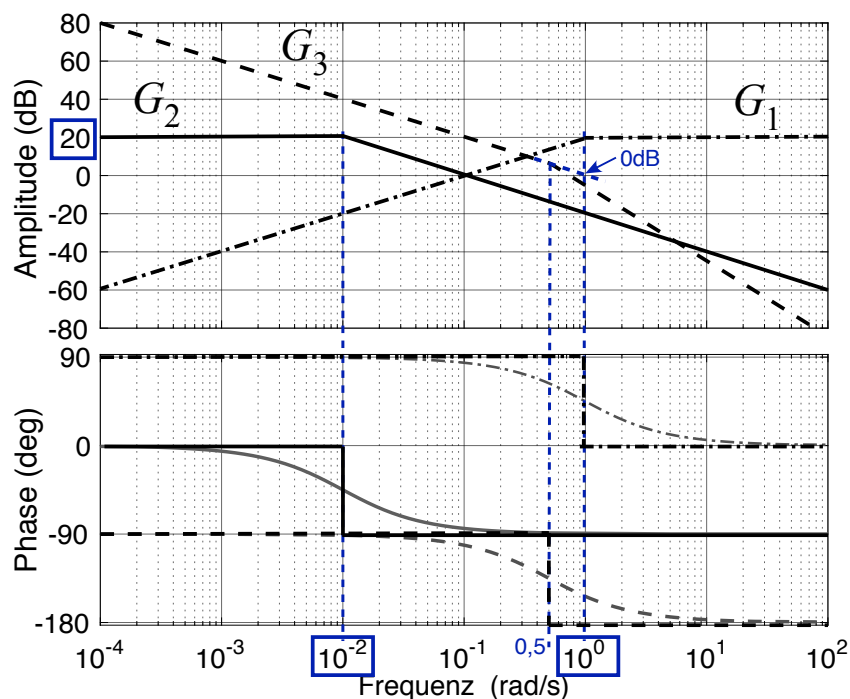
$G_1(s) = \frac{10s}{1+s}$ ist ein DT₁-Glieder und hat globales D-Verhalten (s im Zähler), der Amplitudengang beginnt daher mit 20 dB/Dek. Steigung und knickt durch den Pol bei -1 bei der Eckfrequenz $\omega_1 = 1$ rad/sec auf 0 dB/Dek. ab. Wegen der Verstärkung 10, muss das D-Glied bei $\omega = 1$ rad/sec 20 dB erreichen.

$G_2(s) = \frac{10}{1+100s}$ ist ein PT₁-Glieder mit der Verstärkung 10 \rightarrow 20dB und der Eckfrequenz $\frac{1}{100} \rightarrow 10^{-2}$. Der Amplitudengang beginnt daher bei 20 dB mit 0 dB/Dek. Steigung und knickt bei $\omega = 10^{-2}$ rad/sec auf -20 dB/Dek. ab.

$G_3(s) = \frac{1}{s(1+2s)}$ ist ein IT₁-Glieder und hat globales I-Verhalten (s im Nenner). Der Amplitudengang beginnt daher mit -20 dB/deK. Steigung und das I-Glied muss, da G_3 die Verstärkung 1 hat, bei $\omega = 1$ rad/sec durch 0 dB gehen (siehe blaue Verlängerung de Amplitudengangs über Eckfrequenz hinaus). Durch den Pol bei $-\frac{1}{2} = -0,5$ knickt der Amplitudengang bei der Eckfrequenz $\omega = 0,5$ rad/sec auf -40 dB/Dek ab.

Phasengänge:

Aus Asymptotensteigungen $n \cdot 20$ dB/Dekade ergeben sich die Werte für die asymptotischen Phasengänge von $n \cdot 90^\circ$. Beim näherungsweisen Zeichnen der tatsächlichen Phasengänge sollte beachtet werden, dass bei der Eckfrequenz die Hälfte der jeweiligen maximalen Phasenverschiebung erreicht wird.

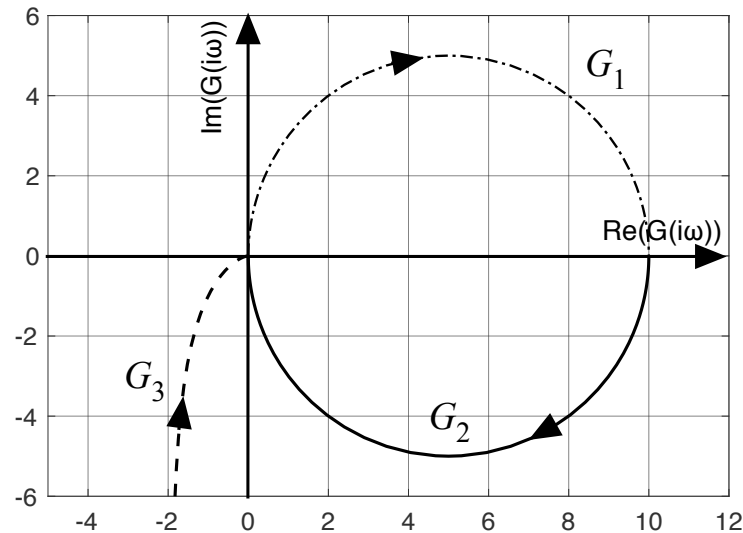


Die Ortskurven können anhand der Phasenverschiebungen und der Amplituden für $\omega \rightarrow \infty$ und $\omega \rightarrow 0$ näherungsweise gezeichnet werden.

G_1 muss beispielsweise bei $+90^\circ$ Phase und Amplitude 0 ($-\infty$ dB) im Ursprung beginnen (typisch für D-Verhalten) und mit kontinuierlich auf Null abfallender Phase bei 10 (20 dB) auf der reellen Achse enden.

G_2 beginnt bei Amplitude 20 dB und Phase 0° (also bei 10 auf der reellen Achse, typisch für P-Verhalten) und läuft mit kontinuierlich auf 0 abnehmender Amplitude mit -90° in den Ursprung ein.

G_3 kommt aus dem Unendlichen bei -90° (typisches I-Verhalten) und läuft mit -180° in den Ursprung ein.



6

- b) Für die Stabilität ist zu beachten, dass die Ortskurven für alle drei Systeme nicht den dritten Quadranten erreichen. Damit kann der Punkt $(-1,0)$ auch bei beliebig großer Verstärkung nicht umschlungen werden (Nyquist-Kriterium). Somit sind alle Systeme *strukturstabil*.

1

 Σ 19

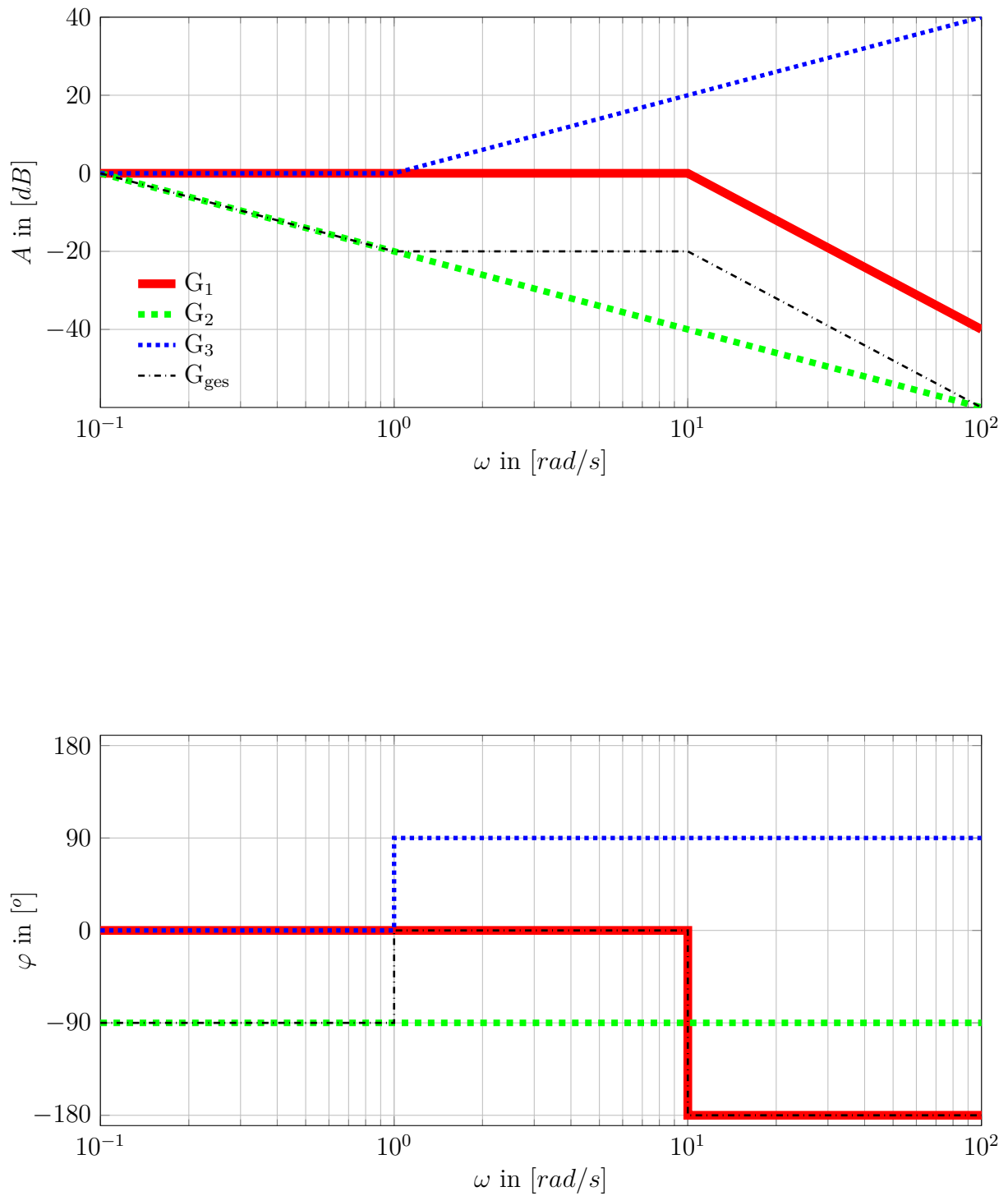
Aufgabe 6: Bode-Diagramm (13 Punkte)

Bild 1: Lösung

a) Berechnen Sie den Endwert der Sprungantwort für die o.g. Systeme.

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_1(s) \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{(1 + 0.1 \cdot 1)^2} = 1 \quad (22)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_2(s) \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{10 \cdot 0} = \infty \quad (23)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_3(s) \cdot \frac{1}{s} = (1 + 0) = 1 \quad (24)$$

1

b) Zeichnen Sie die asymptotischen Bode-Diagramme für jedes der o.g. Systeme. Kennzeichnen sie die Eckfrequenzen deutlich.

Siehe Bild 1

- $G_1(s)$

2

- $G_2(s)$

2

- $G_3(s)$

2

c) Im Folgenden sollen die Systeme in Reihe geschaltet werden. Bestimmen Sie die sich hieraus ergebende Gesamtübertragungsfunktion $G_{\text{ges}}(s)$.

$$G_{\text{ges}}(s) = \frac{1}{(1 + 0.1s)^2} \cdot \frac{1}{10s} \cdot (1 + s) \quad (25)$$

$$G_{\text{ges}}(s) = \frac{\frac{1}{s} + 1}{10(1 + 0.1s)^2} \quad (26)$$

1

d) Die Bezeichnung lautet PIT₂

1

e) Zeichnen Sie das asymptotische Bode-Diagramm von $G_{\text{ges}}(s)$.

Siehe Bild 1

3

f) Welches globale Verhalten hat $G_{\text{ges}}(s)$? Begründen Sie Ihre Wahl anhand des asymptotischen Amplitudengangs und der Übertragungsfunktion.

- Da ein Term $\frac{1}{s}$ in $G_{\text{ges}}(s)$ ausgeklammert werden kann, liegt globales I-Verhalten vor.
- Da der asymptotische Amplitudengang für $\omega \rightarrow 0$ eine Steigung von $-20 \frac{\text{dB}}{\text{Dek}}$ besitzt, liegt einfaches I-Verhalten vor.

1

Σ 13

Aufgabe 7: Wurzelortskurve (12 Punkte)

a) Der offene Regelkreis ergibt sich hier aus Regler, Strecke und Sensordynamik:

$$G_{0,M1}(s) = G_R(s) \cdot G_S(s) \cdot G_{M1}(s) \quad (27)$$

$$= \frac{1+s}{1+\frac{1}{5} \cdot s} \cdot \frac{1}{(s+4) \cdot (s+3)} \cdot 1 \quad (28)$$

$$= \frac{5 \cdot (1+s)}{(s+5) \cdot (s+4) \cdot (s+3)} \quad (29)$$

1

$$G_{0,M2}(s) = G_R(s) \cdot G_S(s) \cdot G_{M2}(s) \quad (30)$$

$$= \frac{1+s}{1+\frac{1}{5} \cdot s} \cdot \frac{1}{(s+4) \cdot (s+3)} \cdot \frac{7}{s+7} \quad (31)$$

$$= \frac{35 \cdot (1+s)}{(s+5) \cdot (s+4) \cdot (s+3) \cdot (7+s)} \quad (32)$$

1

b) Siehe Bild 2 (exakte Lösung). Qualitativ ähnliche WOKs geben ebenfalls volle Punktzahl! 3

c) Siehe Bild 3 (exakte Lösung). Qualitativ ähnliche WOKs geben ebenfalls volle Punktzahl! 3

d) • Stabilität

M1 strukturstabil (unabhängig von Verstärkung)

M2 Nur für kleine Verstärkungen stabil: Zwei Äste der WOK gehen für große Verstärkungen in die rechte s -Halbebene.

• Schwingungsfähigkeit

M1 Schwingt für große Verstärkungen: Äste verlassen reelle Achse.

M2 Schwingt für große Verstärkungen: Äste verlassen reelle Achse. 2

e) Anzahl der Ästewelche ins Unendliche gehen entspricht dem Polüberschuss des offenen Regelkreises:

M1 Polüberschuss gleich 2 \Rightarrow 2 Äste gehen ins Unendliche.

M2 Polüberschuss gleich 3 \Rightarrow 3 Äste gehen ins Unendliche. 1

f) M1 Kein I-Anteil in Regler, oder Strecke. Bleibende Regelabweichung bleibt.

M2 Kein I-Anteil in Regler, oder Strecke. Bleibende Regelabweichung bleibt. 1

 $\Sigma 12$

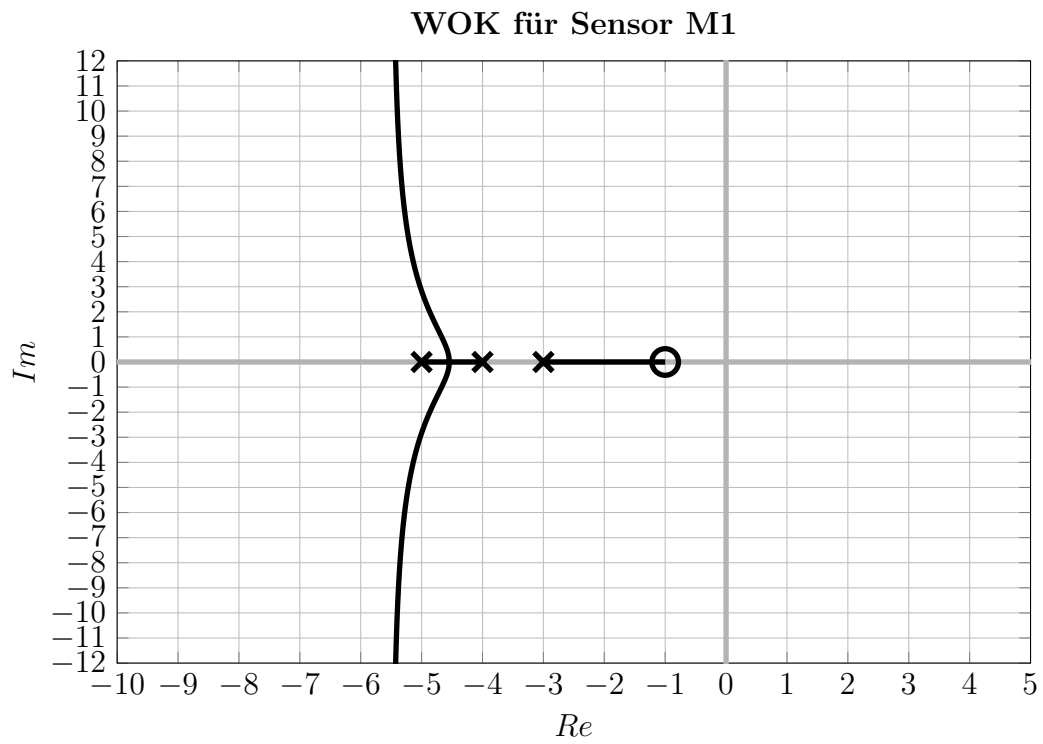


Bild 2: Exakte WOK für Sensor M1

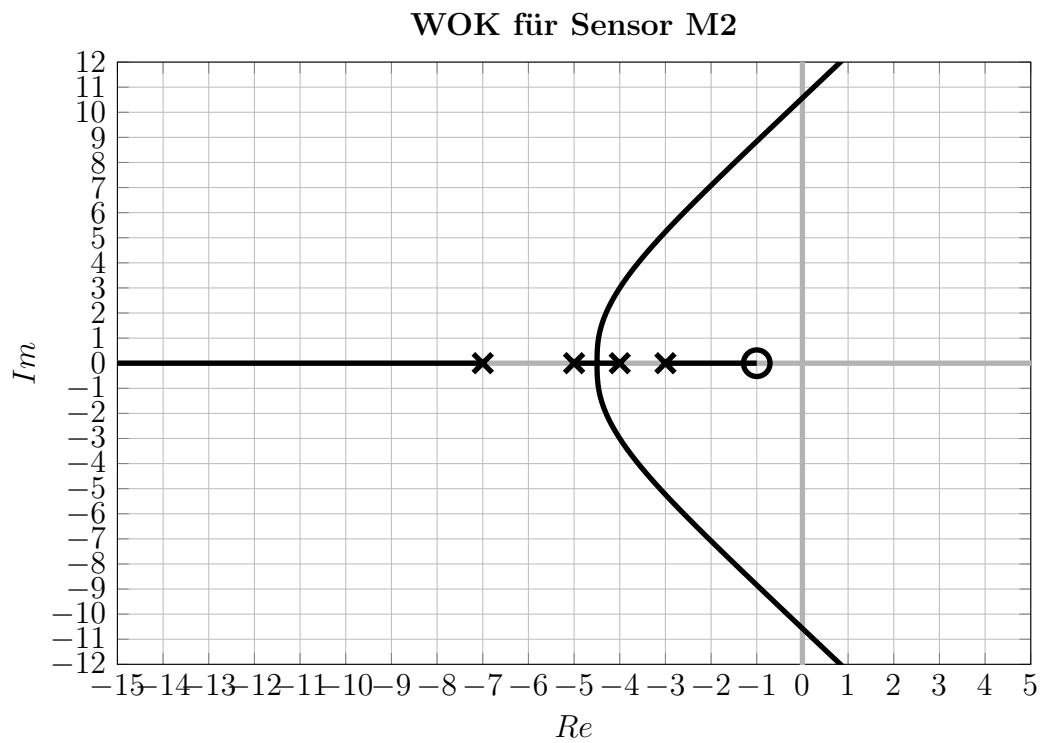
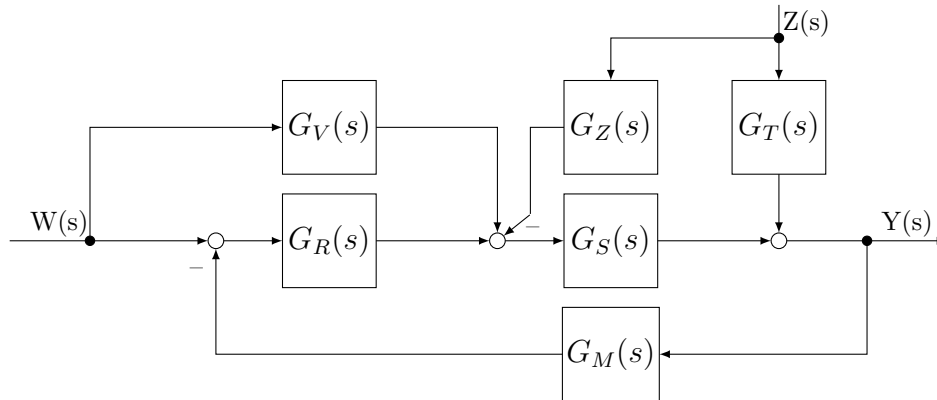


Bild 3: Exakte WOK für Sensor M2

Aufgabe 8: Vorsteuerung (14 Punkte)

- a) Tragen Sie die im folgenden aufgelisteten Übertragungsfunktionen im obigen Blockschaltbild an der Richtigen Stelle ein:



5

- b) Welche Eigenschaft sollte die Übertragungsfunktion von $W(s)$ nach $Y(s)$ auf jeden Fall besitzen?

Verstärkung = 1

1

- c) Realisierbare Vorsteuerung für die gegebene Regelstrecke (Totzeit ignoriert):

$$G_V^{real}(s) = \frac{s+1}{s}$$

1

- d) Zeichnen Sie in das bestehende Blockschaltbild eine Störgrößenaufschaltung ein. (siehe Blockschaltbild oben)

3

- e) Berechnung der Übertragungsfunktion der Störgrößenaufschaltung.

$$G_T Z - G_Z G_S Z = Y$$

$$\underbrace{(G_T - G_Z G_S)}_{\text{Einfluss auf } Y \text{ eliminieren}} Z = Y$$

$$G_T - G_Z G_S = 0$$

$$G_Z = \frac{G_T}{G_S}$$

$$G_Z^{ideal} = \frac{s+1}{s(2+s)} e^s \implies G_Z^{real} = \frac{s+1}{s(2+s)}$$

4

 $\sum 14$