

Prüfungsklausur Mess- und Regelungstechnik 1 (MRT1)

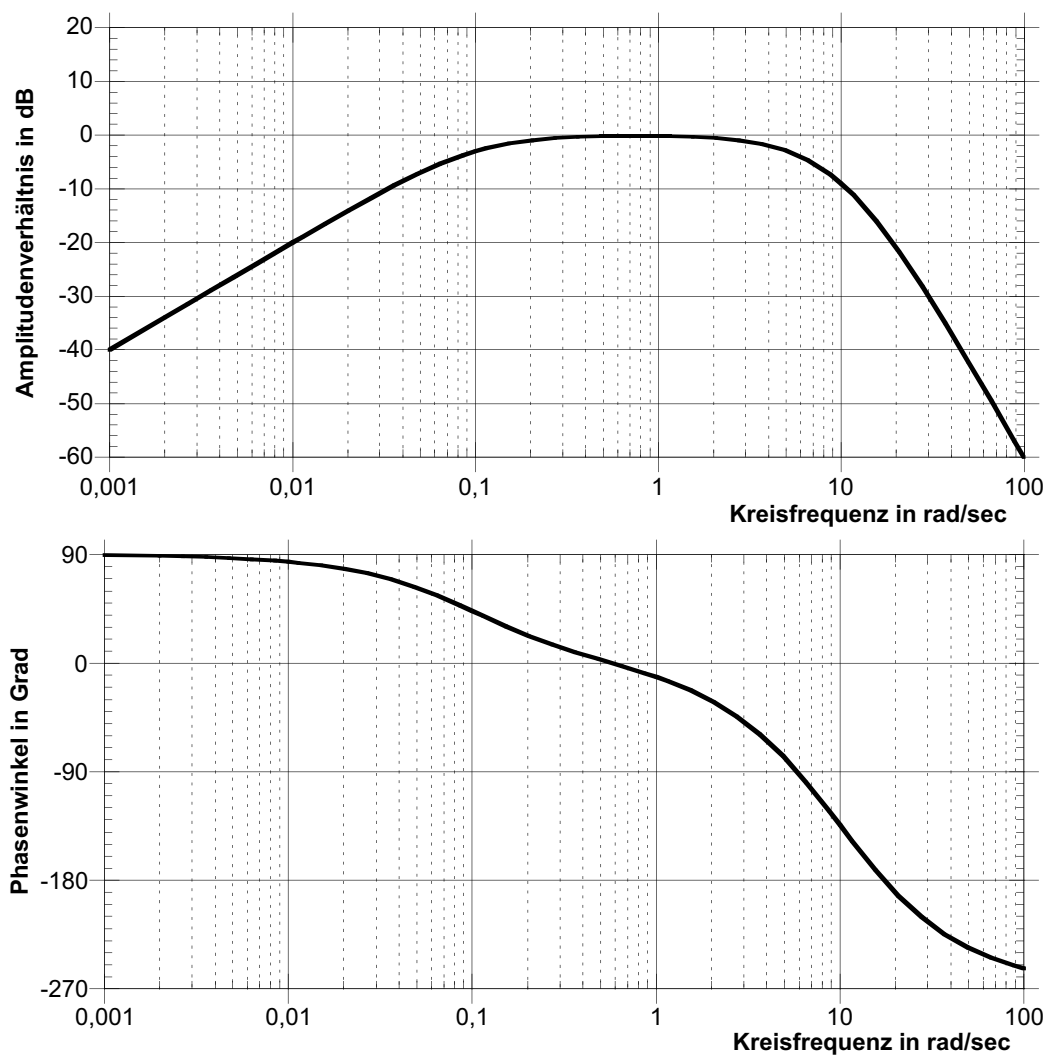
Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

11. Februar 2006

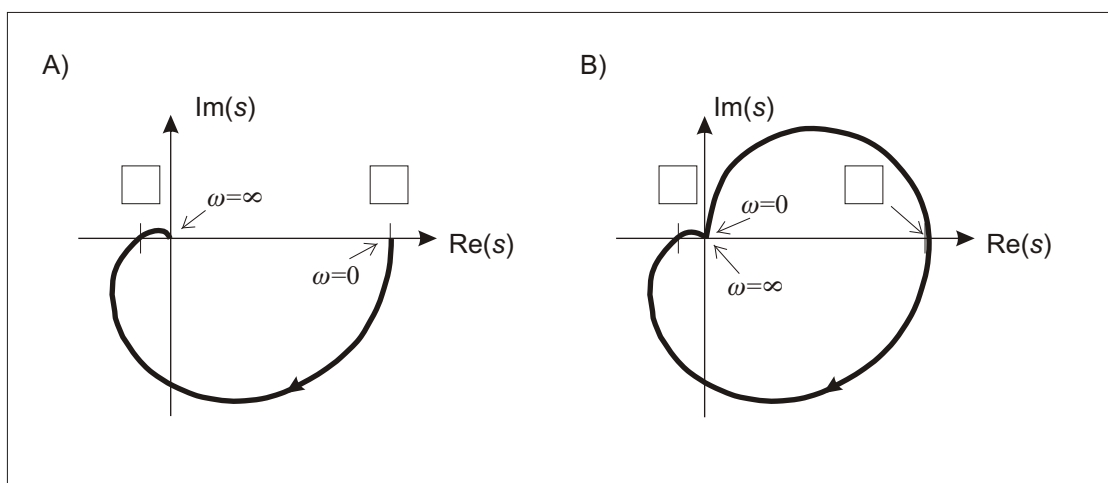
Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	35	15	20	30	100
Note:	Ist:					

Aufgabe 1: Frequenzgang einer Übertragungsfunktion

Gegeben sind die logarithmischen Frequenzkennlinien eines linearen Systems.



- a) Zeichnen Sie die asymptotischen Amplituden- und Phasengänge in das Diagramm ein.
Hinweis: Die Eckfrequenzen liegen ausschließlich an beschrifteten Punkten der Frequenzachse.
- b) Ermitteln Sie die Eckfrequenzen, Asymptotensteigungen sowie die Verstärkung des Systems und geben Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ an.
- c) Welche der unten abgebildeten Frequenzgangsortskurven gehört zu diesem System? Begründung! Tragen Sie in die leeren Kästchen, die Werte ein, bei denen die reelle Achse geschnitten wird (beim Ablesen aus den log. Frequenzkennlinien dürfen Sie auf Vielfache von 20 dB runden).
- d) Nennen Sie 3 Merkmale, woran Sie erkennen, dass das System globales D-Verhalten hat (log. Frequenzkennlinien, Frequenzgangsortskurve, Übertragungsfunktion).



Aufgabe 2: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.

Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!

Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Was sind Merkmale einer Steuerung?

- ☐ Bei einer Steuerung werden nie Messeinrichtungen verwendet.
- ☐ Es ist keine Rückkopplung vorhanden.
- ☐ Nicht messbare Störungen und Modellungenauigkeiten werden nicht kompensiert.

b) Was bedeutet Rückkopplung?

- ☐ Aufschaltung einer messbaren Störgröße auf die Stellgröße.
- ☐ Rückwirkung der Regelgröße auf die Stellgröße.
- ☐ Rückkopplung ist Grundvoraussetzung jeder Regelung.

c) Wie bezeichnet man „Regelung“ in englischer Sprache?

- ☐ Controlling.
- ☐ Feedback control.
- ☐ Feedforward control.

d) Was versteht man unter einem zeitvarianten System?

- ☐ Die Eigenschaften des Systems bleiben über der Zeit unverändert.
- ☐ Die Systemeigenschaften ändern sich mit der Zeit, z.B. durch Verschleiß.
- ☐ Zeitvariant bedeutet, dass das System dynamisch ist, d.h. es wird durch eine Differenzialgleichung beschrieben.

e) Ein System bestehend aus einer Masse, einer Feder (Federkraft: $F_F(t) = kx(t)$) und einem Dämpfer (Dämpferkraft $F_D(t) = d\dot{x}(t)$) wird beschrieben durch:

- ☐ Eine Differenzialgleichung 1. Ordnung.
- ☐ Eine lineare Differenzialgleichung.
- ☐ Eine Differenzialgleichung 2. Ordnung.

f) Woran erkennt man, ob ein System globales P-, I- oder D-Verhalten hat?

- ☐ Am Verlauf der Sprungantwort für $t \rightarrow \infty$.
- ☐ Am Verlauf des Frequenzgangs für $\omega \rightarrow \infty$.
- ☐ Am Verlauf des Frequenzgangs für $\omega \rightarrow 0$.

g) Welche Entsprechung hat die Faltung $y(t) = \int_0^t g(t - \tau)u(\tau) d\tau$ im Bildbereich?

- ☐ $Y(s) = G(s) + U(s)$.
- ☐ $Y(s) = G(s) \cdot U(s)$.
- ☐ $Y(s) = \frac{1}{s} \cdot G(s) \cdot U(s)$.

h) Welche Systeme sind nicht phasenminimal?

- ☐ Systeme die eine Totzeit enthalten.
- ☐ Systeme die negative Nullstellen aufweisen.
- ☐ Systeme die positive Nullstellen aufweisen.

i) Für die Anwendung des Nyquist-Kriteriums ist folgendes zu beachten:

- ☐ Man benötigt den Frequenzgang des offenen Regelkreises.
- ☐ Man benötigt den Frequenzgang des geschlossenen Regelkreises.
- ☐ Das Kriterium gilt nur für phasenminimale Systeme.

j) Was versteht man unter einem Kompensationsregler?

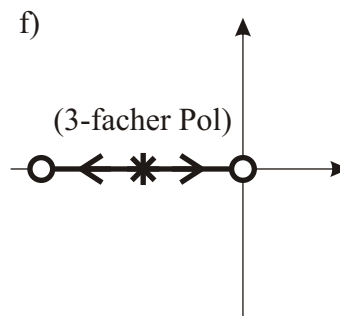
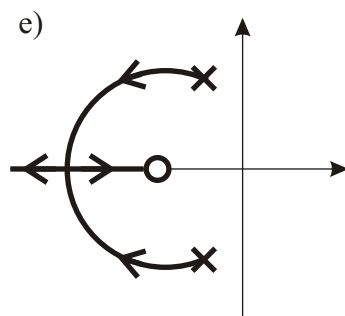
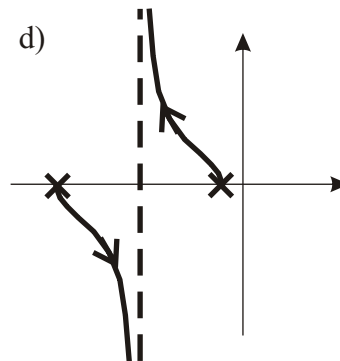
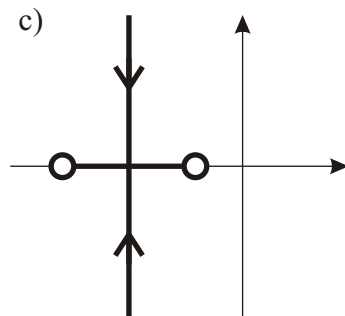
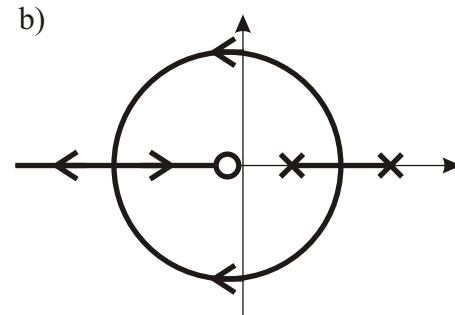
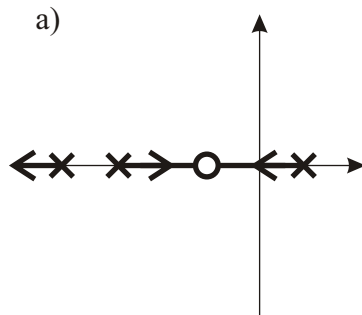
- ☐ Jeden Regler, der den Störgrößeneinfluss kompensieren soll.
- ☐ Einen Regler, der lediglich die Pole des geschlossenen Regelkreises an die gewünschte Stelle verschiebt.
- ☐ Einen Regler der so gewählt wird, dass sowohl die Pole als auch die Nullstellen des geschlossenen Regelkreises vorgegebene Werte annehmen.

Aufgabe 3: Wurzelortskurven

Von den nachfolgend dargestellten Wurzelortskurven sind **nur zwei** richtig!

Begründen Sie **ohne Berechnungen** anhand der Konstruktionsregeln, welche zwei richtig sind und warum die anderen vier Wurzelortskurven falsch sein müssen.

Fassen Sie sich **kurz und präzise**!

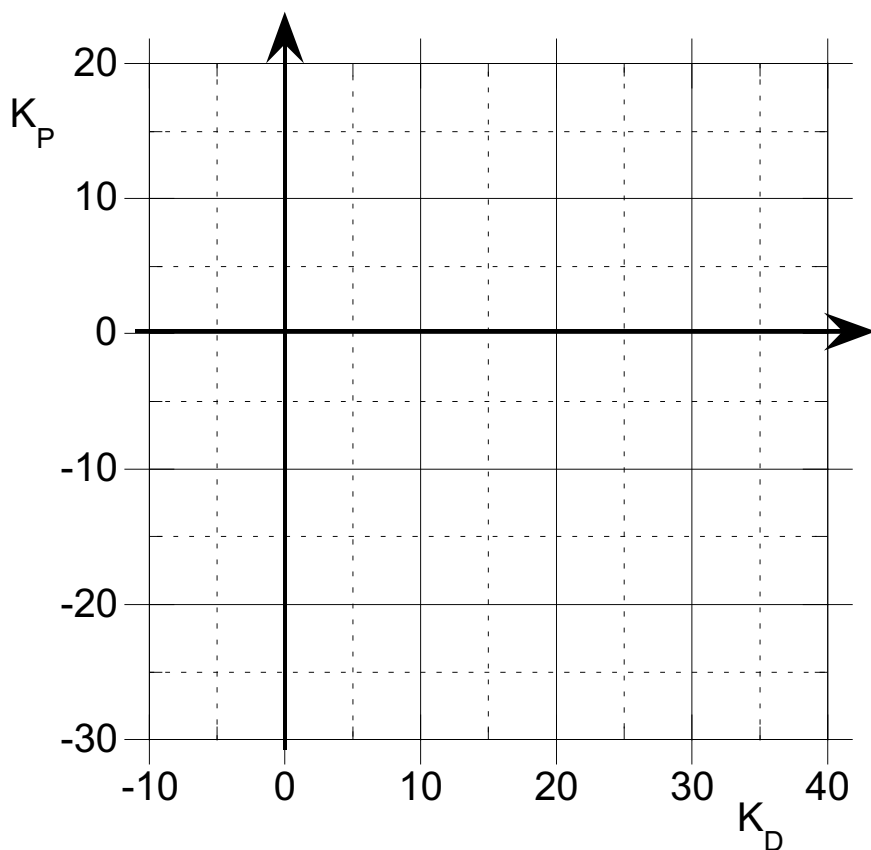


Aufgabe 4: Stabilität einer Regelung

Die instabile Strecke $G_S(s)$ soll mit Hilfe eines PD-Reglers $G_R(s)$ geregelt werden.

$$G_S(s) = \frac{1}{s(s+5)(s-2)}, \quad G_R(s) = K_P + K_D s$$

- Ermitteln Sie die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises $G_W(s)$.
- Bestimmen Sie mit Hilfe des Hurwitz-Kriteriums die Bereiche von K_P und K_D , für die die Regelung stabil ist.
- Zeichnen Sie die unter b) gefundenen Bedingungen in das unten stehende Diagramm ein. Kennzeichnen Sie deutlich den stabilen Bereich (z.B. durch eine Schraffur).

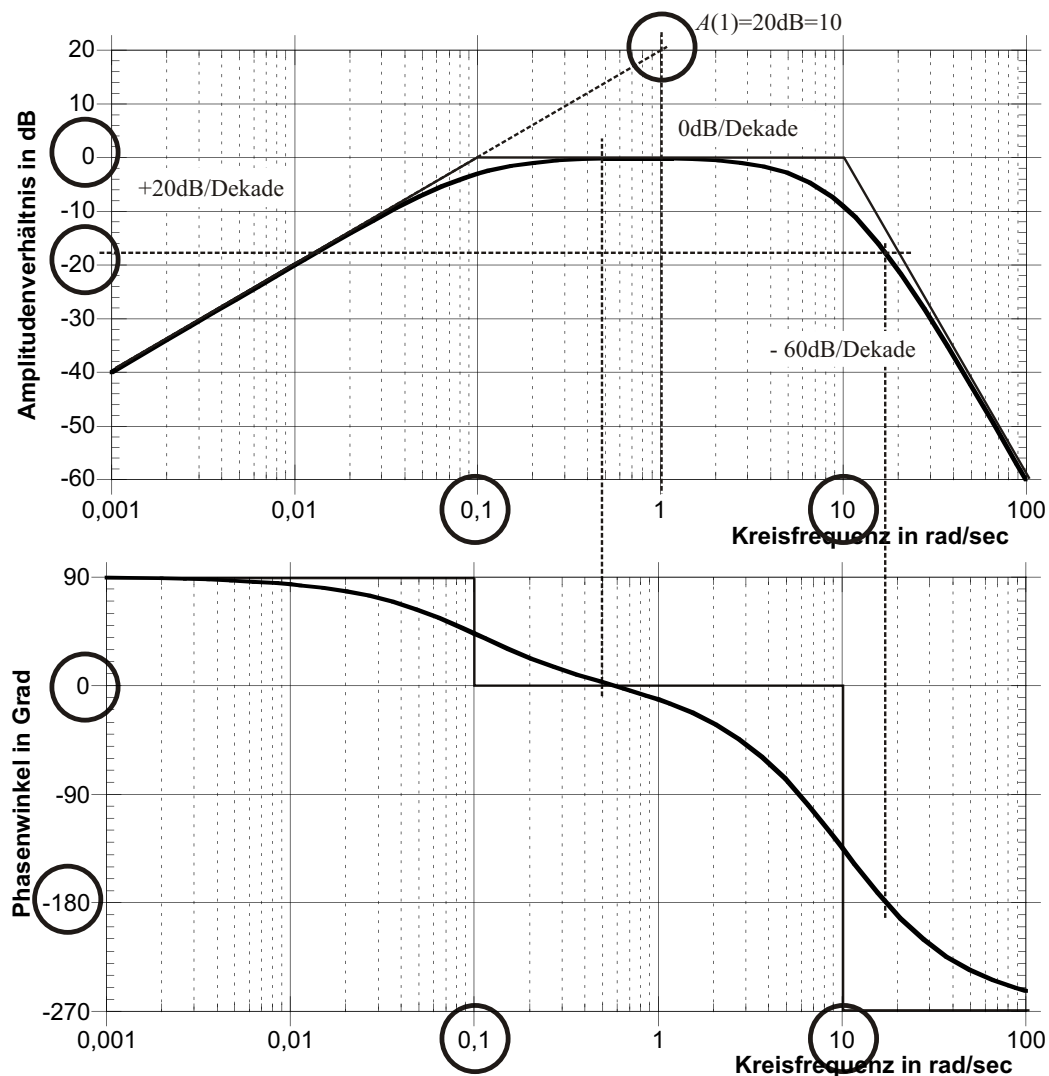


Lösungen Prüfungsklausur Mess- und Regelungstechnik 1 (MRT1)

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

11. Februar 2006

Aufgabe 1: Frequenzgang einer Übertragungsfunktion



a) Siehe Diagramm.

b) Die Eckfrequenzen betragen $\omega_{e1} = 0,1 \text{ sec}^{-1}$ und $\omega_{e2} = 10 \text{ sec}^{-1}$ ($\omega_{e0} = 0$ für D-Glied). Für $\omega \rightarrow 0$ ergibt sich eine Asymptotensteigung von +20 dB/Dekade, es liegt also eine Nullstelle bei $s = 0$ vor (D-Verhalten). Bei der ersten Eckfrequenz ω_{e1} fällt

die Asymptotensteigung um -20 dB/Dekade auf 0, hier muss also ein Pol vorliegen, d.h. ein PT1-Glied $1/(10s + 1)$ oder $0,1/(s + 0,1)$. Bei der nächsten Eckfrequenz ω_{e2} fällt die Steigung um -60 dB/Dekade , d.h. es muss ein dreifacher Pol vorliegen, also ein PT3-Glied $1/(0,1s + 1)^3$ oder $1000/(s + 10)^3$.

8

Die Verstärkung des Systems erhält man (da kein P-Verhalten vorliegt) an der Stelle $\omega = 1 \text{ sec}^{-1}$. Wenn man die niederfrequente Asymptote bis dorthin verlängert, erhält man $A(1) = 20 \text{ dB} = 10$.

3

Multipliziert man die einzelnen Glieder, ergibt sich die Übertragungsfunktion :

4

$$G(s) = \frac{10s}{(10s + 1)(0,1s + 1)^3} = \frac{1000s}{(s + 0,1)(s + 10)^3}$$

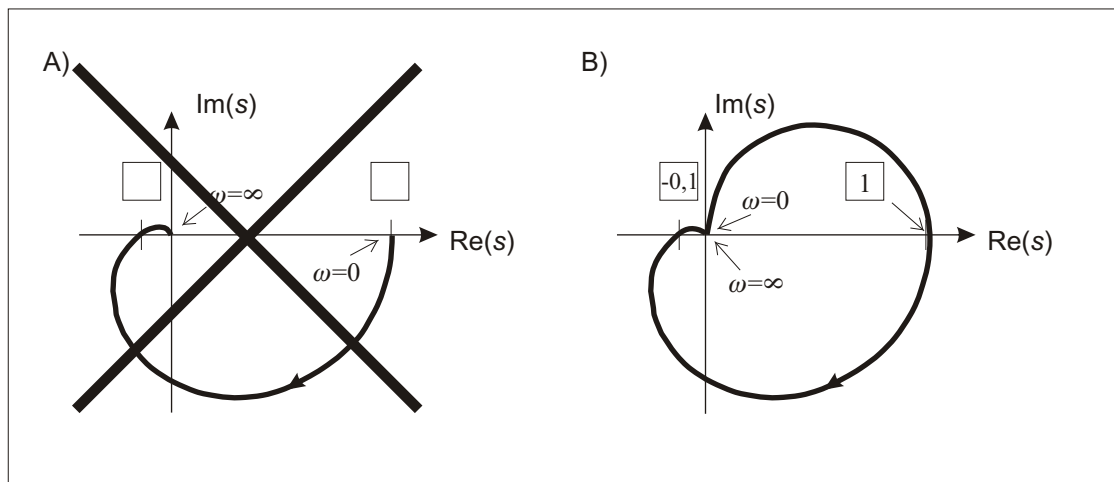
c) Kurve B) ist richtig, weil für $\omega \rightarrow 0$ die Phasenverschiebung bei $\varphi = +90^\circ$ beginnen muss (nicht bei $\varphi = 0^\circ$, wie bei Kurve Fall A).

4

Für $\varphi = 0^\circ$ liest man ein Amplitudenverhältnis $A = 0 \text{ dB} = 1$ ab.

4

Für $\varphi = -180^\circ$ liest man ein Amplitudenverhältnis $A = -18 \text{ dB} \approx -20 \text{ dB} = 0,1$ ab. Der Schnittpunkt liegt also bei $-0,1$ (siehe auch Diagramme).



d) Das System hat globales D-Verhalten, weil:

3

- In der Übertragungsfunktion ein s abgespalten werden kann.
- Die Frequenzgangsortskurve im Ursprung beginnt.
- Die log. Frequenzkennlinien für $\omega \rightarrow 0$ eine Asymptotensteigung von $+20 \text{ dB}$ aufweisen.

Σ 35

Aufgabe 2: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.

Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!

Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Was sind Merkmale einer Steuerung?

- ☐ Bei einer Steuerung werden nie Messeinrichtungen verwendet.
- ☒ Es ist keine Rückkopplung vorhanden.
- ☒ Nicht messbare Störungen und Modellungenauigkeiten werden nicht kompensiert.

b) Was bedeutet Rückkopplung?

- ☐ Aufschaltung einer messbaren Störgröße auf die Stellgröße.
- ☒ Rückwirkung der Regelgröße auf die Stellgröße.
- ☒ Rückkopplung ist Grundvoraussetzung jeder Regelung.

c) Wie bezeichnet man „Regelung“ in englischer Sprache?

- ☐ Controlling.
- ☒ Feedback control.
- ☐ Feedforward control.

d) Was versteht man unter einem zeitvarianten System?

- ☐ Die Eigenschaften des Systems bleiben über der Zeit unverändert.
- ☒ Die Systemeigenschaften ändern sich mit der Zeit, z.B. durch Verschleiß.
- ☐ Zeitvariant bedeutet, dass das System dynamisch ist, d.h. es wird durch eine Differenzialgleichung beschrieben.

e) Ein System bestehend aus einer Masse, einer Feder (Federkraft: $F_F(t) = kx(t)$) und einem Dämpfer (Dämpferkraft $F_D(t) = d\dot{x}(t)$) wird beschrieben durch:

- ☐ Eine Differenzialgleichung 1. Ordnung.
- ☒ Eine lineare Differenzialgleichung.
- ☒ Eine Differenzialgleichung 2. Ordnung.

f) Woran erkennt man, ob ein System P-, I- oder D-Verhalten hat?

- ☒ Am Verlauf der Sprungantwort für $t \rightarrow \infty$.
- ☐ Am Verlauf des Frequenzgangs für $\omega \rightarrow \infty$.
- ☒ Am Verlauf des Frequenzgangs für $\omega \rightarrow 0$.

g) Welche Entsprechung hat die Faltung $y(t) = \int_0^t g(t - \tau)u(\tau) d\tau$ im Bildbereich?

- ☐ $Y(s) = G(s) + U(s)$.
- ☒ $Y(s) = G(s) \cdot U(s)$.
- ☐ $Y(s) = \frac{1}{s} \cdot G(s) \cdot U(s)$.

h) Welche Systeme sind nicht phasenminimal?

- ☒ Systeme die eine Totzeit enthalten.
- ☐ Systeme die negative Nullstellen aufweisen.
- ☒ Systeme die positive Nullstellen aufweisen.

i) Welche Aussagen treffen für das Nyquist-Kriterium zu?

- ☒ Zur Anwendung benötigt man den Frequenzgang des offenen Regelkreises.
- ☐ Zur Anwendung benötigt man den Frequenzgang des geschlossenen Regelkreises.
- ☐ Gilt nur für phasenminimale Systeme.

j) Was versteht man unter einem Kompensationsregler?

- ☐ Jeden Regler der den Störgrößeneinfluss kompensieren soll.
- ☐ Einen Regler der lediglich die Pole des geschlossenen Regelkreises an die gewünschte Stelle verschiebt.
- ☒ Einen Regler der so gewählt wird, dass sowohl die Pole als auch die Nullstellen des geschlossenen Regelkreises vorgegebene Werte annehmen.

Σ 15

Aufgabe 3: Wurzelortskurven

a) Jeder Punkt der reellen Achse, auf dessen rechter Seite die Anzahl der reellen Pole und Nullstellen (zusammen gezählt) ungerade ist, gehört zur WOK. Hier beinhaltet die WOK jedoch den Bereich links der Nullstelle, obwohl von dort aus gesehen auf der rechten Seite ein Pol und eine Nullstelle, demzufolge in Summe eine **gerade** Anzahl reeller Pole und Nullstellen, liegen.

Es ist unmöglich, dass **zwei** Äste der WOK in **einer** Nullstelle enden.

⇒ **Die WOK ist falsch!**

3

b) Die WOK ist symmetrisch zur reellen Achse. Die Äste der WOK beginnen in den Polen und enden in den Nullstellen bzw. im Unendlichen. Jeder Punkt der reellen Achse, auf dessen rechter Seite die Anzahl der reellen Pole und Nullstellen (zusammen gezählt) ungerade ist, gehört hier zur WOK. Der Polüberschuss liegt bei eins, wodurch ein Ast der WOK im Unendlichen endet.

⇒ **Die WOK ist richtig!**

4

c) Es sind keine Pole vorhanden, obwohl zwei Äste der WOK jeweils in einer Nullstelle enden.

Die beiden Äste der WOK kommen aus dem Unendlichen.

⇒ **Die WOK ist falsch!**

3

d) Die WOK ist **nicht** symmetrisch zur reellen Achse.

Der Bereich zwischen den beiden Polen auf der reellen Achse müßte zur WOK gehören, da von dort aus gesehen, auf der rechten Seite die Anzahl der reellen Pole und Nullstellen (zusammen gezählt) eins bzw. ungerade ist.

⇒ **Die WOK ist falsch!**

3

- e) Die WOK ist symmetrisch zur reellen Achse. Die Äste der WOK beginnen in den Polen und enden in den Nullstellen bzw. im Unendlichen. Jeder Punkt der reellen Achse, auf dessen rechter Seite die Anzahl der reellen Pole und Nullstellen (zusammen gezählt) ungerade ist, gehört hier zur WOK. Der Polüberschuss liegt bei eins, wodurch ein Ast der WOK im Unendlichen endet.

⇒ **Die WOK ist richtig!**

4

- f) Obwohl ein **3-facher** Pol vorliegt, laufen nur **zwei** Äste der WOK aus diesem Punkt. Der Bereich links des 3-fachen Pols dürfte nicht zur WOK gehören, da von dort aus gesehen, auf der rechten Seite drei Pole und eine Nullstelle auf der reellen Achse liegen, demnach ist die Summe von reellen Polen und Nullstellen **gerade**.

⇒ **Die WOK ist falsch!**

3

Σ 20

Aufgabe 4: Stabilitätsnachweis einer Regelung

- a) Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises:

$$G_0(s) = \frac{K_P + K_D s}{s(s+5)(s-2)}$$

Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises:

8

$$G_W(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} \Rightarrow G_W(s) = \frac{K_P + K_D s}{s(s+5)(s-2) + K_P + K_D s}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{G_W(s) = \frac{K_P + K_D s}{s^3 + 3s^2 + (K_D - 10)s + K_P}}$$

- b) Notwendige Bedingung nach Hurwitz:

6

Alle $c_i > 0 \Rightarrow \boxed{K_P > 0 \text{ und } K_D > 10}$, Bedingungen für c_3, c_2 sind immer erfüllt.

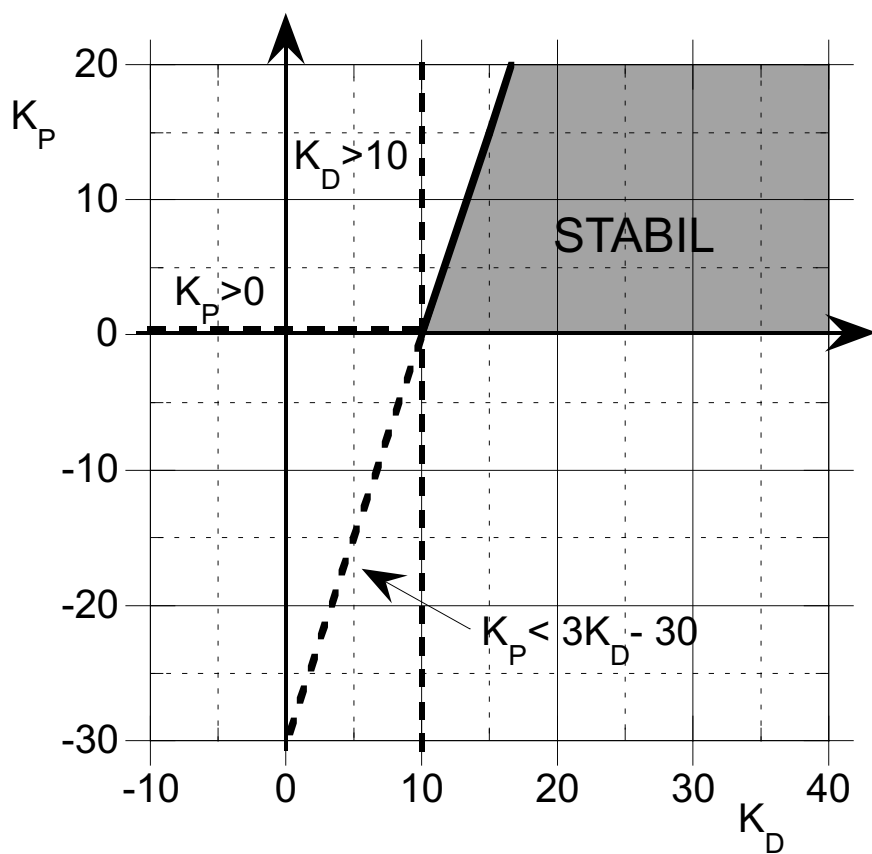
Hinreichende Bedingung nach Hurwitz für Systeme 3. Ordnung:

8

$$c_1 c_2 - c_0 c_3 > 0 \Rightarrow (K_D - 10) \cdot 3 - K_P \cdot 1 > 0 \Leftrightarrow \boxed{K_P < 3K_D - 30}$$

- c) Siehe Diagramm.

8



$\Sigma 30$